2 tratados

2 tratados

Euclidis Megarensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri xv.

Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremùm uerò, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.



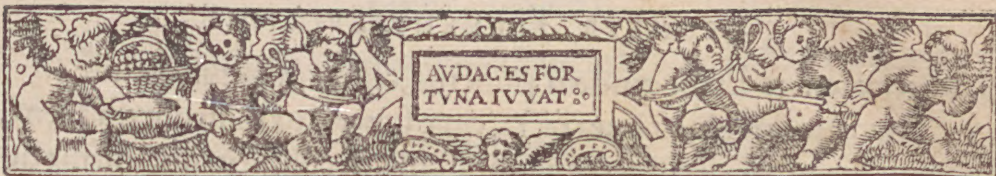
BASILEAE, PER IOHANNEM HERVAGIVM,
MENSE AVGVSTO, ANNO
M. D. XLVI.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIUS *Lectori* S. D.



VONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem Latinam huius autoris in aliud tempus proferre: quod eo alacriùs sumus persecuti, ne aditum ad omnes disciplinas (quod Plato testatur fieri, neglecta Geometria) Latinè tantū eruditis præcludere uelle uideamur. Collatum est itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Gręci exemplaris à doctissimo uiro Christanno Herlino Mathematicarū disciplinarum publico apud Argentinenses professore: cui acceptum feras quicquid hîc aut ad Græcum exemplar, aut alioqui doctè restitutum uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriam Marini, & Data, argumentorum similitudine inducti. Quumq; eo ipso tempore, quo opus absolueretur, Libellum, siue potius Fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus: ut si quid hinc possit esse emolumenti, boni consulas: sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse. Vale.



EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORUM facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano, triplex principiorum genus.

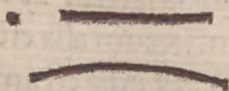
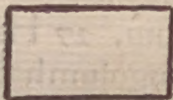
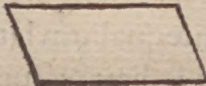
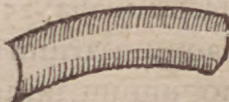
Primum, Diffinitiones.



PVnctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine: 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno pũcto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eam recipiens.

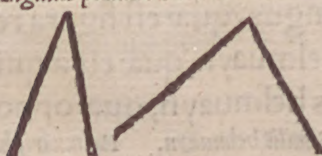
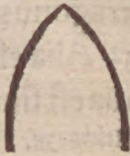
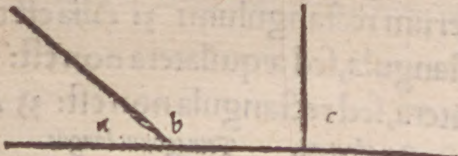
5 Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eam recipiens.

Punctus, aut signum. Linea. Su- per fi ci es.

8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autẽ angulum continent duæ lineæ rectæ, rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterq; rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uerò qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

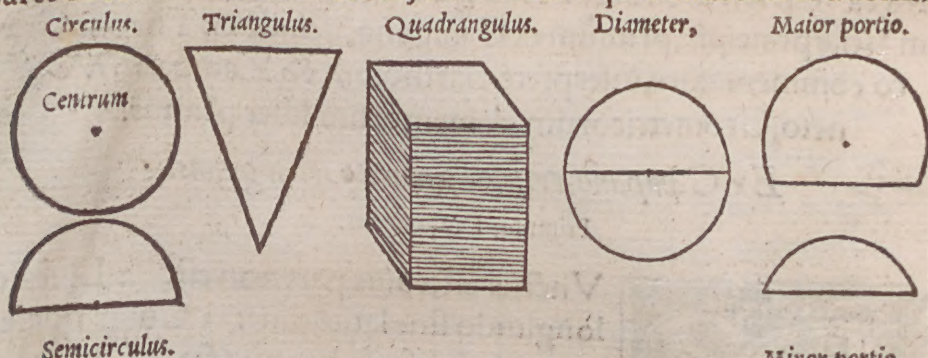
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtusus. Linea perpend. c Rectus.

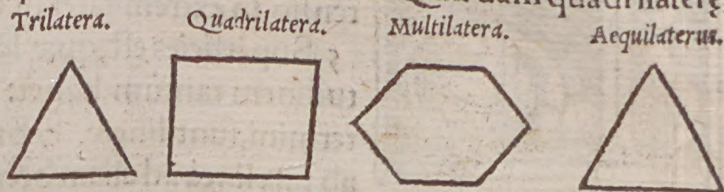
13 Terminus est, quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura est, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana, una quidem linea contenta, quæ circũferentia nominatur: in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circũferentiã exeũtes, sibi inuicẽ

sunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.

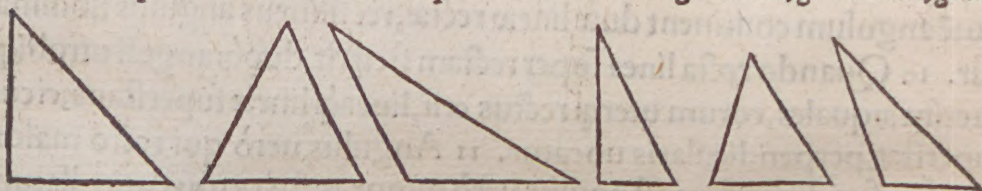
17 Diameter circuli, est linea recta, quæ super eius centrum transiens, extremitatesq́ suas circunferentię applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, est figura plana diametro circuli, & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, est figura plana, recta linea & parte circunferentiæ contenta, semicirculo quidẽ aut maior aut minor.



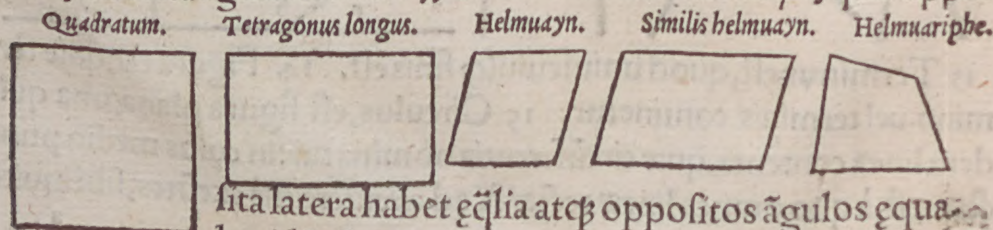
20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ, quæ tribus rectis lineis: 22 Quædam quadrilaterę, quę quatuor rectis lineis: 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.



24 Figurarũ trilaterarum, alia est triangulus, habens tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habens æqualia latera: 26 Alia triangulus trium inæqualium laterum. 27 Harum iterum alia est orthogonium, unum scilicet rectum angulum habens. 28 Alia est amblygonium, aliquem obtusum angulum habens. 29 Alia est oxygonium, in qua tres anguli sunt acuti.



30 Figurarum autẽ quadrilaterarũ, alia est quadratũ, quod est æquilaterum rectangulum: 31 Alia est tetragonus longus, quæ est figura rectangula, sed æquilatera non est: 32 Alia est helmuayn, quæ est æquilatera, sed rectangula non est: 33 Alia est similis helmuayn, quæ opposita latera habet ęq̃lia atq́ oppositos ãgulos ęquales, idẽ tñ nec rectis ãgulis nec ęq̃s laterib. cõtinet.



Præter

34 Præter has autē omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

35 Æquidistantes lineæ sunt, quæ in eadem superficie collocatæ atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam si in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctū, rectam lineam ducere, atq; lineā definitam, in continuū rectumq;, quātum libet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando spatium, circulū designare. 3 Omnes rectos



angulos sibijnuicem esse æquales. 4 Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, istas duas lineas in eandem partē protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, superficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem sunt æqualia, & sibijnuicem sunt ęqualia. 2 Et si æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erunt æqualia. 4 Et si ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et si inæqualibus æqualia addas, ipsa quoq; fiēt inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipsæ sibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidiū, utraq; erit æqualis alteri. 8 Si aliqua res alicui superponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, illæ sibijnuicem erūt æquales. 9 Omne totum, est maius sua parte.

CAMPANVS. Sciendum est autem, quòd præter has cōmunes animi conceptiones, siue communes sententias, multas alias, quæ numero sunt incomprehensibiles, prætermisit Euclides: quarum hæc est una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiā eiusdem generis comparentur, simul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut simul æquales. Item alia. Quanta est aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiusdem generis, tantam esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuersaliter uerum est, siue antecedentes maiores fuerint consequentibus, siue minores: magnitudo enim decrescit in infinitum: in numeris autem non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi, erit quilibet tertius æquè submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitum, sicut magnitudo in infinitum minuitur.



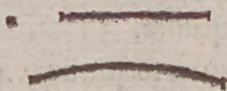
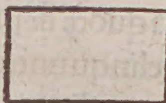
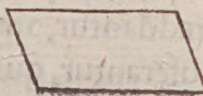
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTOLOMAEO ZAMBERTO VENETO INTERPRETE. *Triplex principiorum genus.*

Primum, Diffinitiones.



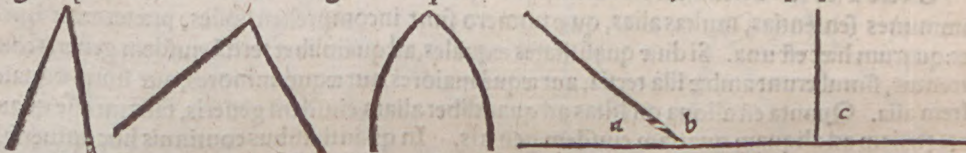
SIgnum, est cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autē limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quę ex æquali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quæ longitudinē latitudinemq; tantum habet. 6 Superficiei extrema, sunt lineæ. 7 Plana superficies, est quę ex æquali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarũ linearũ in plano sese tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

punctus, aut signum. Linea. Su- per fi ci es.


9 Quando autem quæ angulũ continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cùm uerò recta linea super rectam consistēs lineam, utrobiq; angulos æquales adinuicē fecerit, rectus est uterq; æqualiũ angulorũ: æquę superstat recta linea, perpēdicularis uocitatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus maior est recto. 12 Acutus uerò, minor est recto. 13 Terminus est, quod cuiusq; finis est.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtusus. Linea perpend. c Rectus.



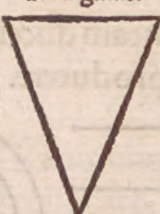
14 Figura est, quæ sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur. 15 Circulus, est figura plana una linea cōtenta, quę circũferentia appellatur, ad quã ab uno signo introrsum medio existēte omnes prodeũtes lineę, in ipsiusq; circuli circunferentiã incidētes, adinuicē sunt ęquales. 16 Centrum uerò ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circunferentiã terminata, quæ circulũ bifariã dispescit. 18 Semicirculus, est figura quę sub dimetiēte & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia

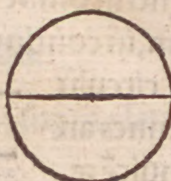
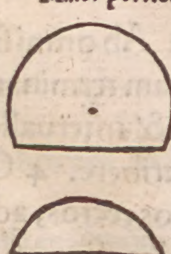
ferentia

ferētia ſublata eſt, cōtinetur. 19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta li nea & circuli circūferētia aut maiore aut minore ſemicirculo cōtinetur.

Circulus. Triangulus. Quadrangulus. Diameter. Maior portio.





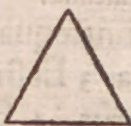
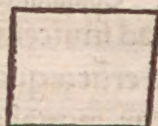
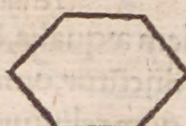
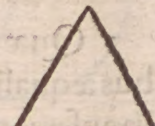



Semicirculus. Minor portio.

20 Rectilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continētur. 21 Tri lateræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis cōtinentur lineis. 22 Quadri lateræ figuræ ſunt, quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ ſunt, quæ ſub plurib. ꝗ quatuor rectis lineis cōprehendūtur.

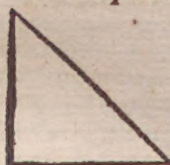
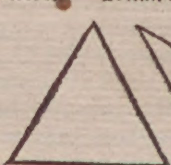
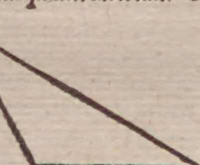
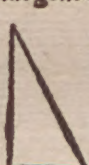
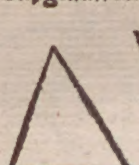
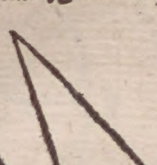
Trilatera. Quadrilatera. Multilatera. Aequilaterus.

24 Trilaterarū porrò figurarū, æquilaterū eſt triangulum, quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

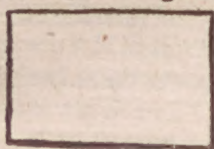
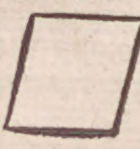
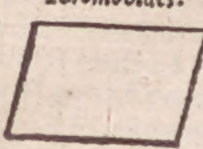
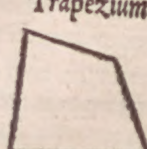
25 Iſoſceles autē, eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uerò, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarū figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygonium uerò, quod tres habet acutos angulos.

Duum æqualium laterū. Trium inæqualiū laterum. Orthogoniū. Oxygoniū. Amblygonium.

30 Quadrilaterarum autem figurarū, quadratum quidem eſt, quod & æquilaterū ac rectangulum eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod rectangulum quidem, at æquilaterū non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, ſed rectāgula nō eſt. 33 Rhomboides uerò eſt, quæ ex oppoſito latera & angulos habēs æquales, neq; æquilatera neq; rectāgula eſt. 34 Præter hæc autē, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.

Quadratum. Tetragonus longus. Rhombus. Rhomboides. Trapezium.

35 Parallelę, rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectã lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq́ producere. 3 Omni centro & interuallo, circulũ describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicẽ æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium, Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciãtur, omnia erũt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur, æqualia erũt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiũgantur, omnia erũt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erũt. 6 Quæ eiusdẽ duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, *superficiem non concludunt.

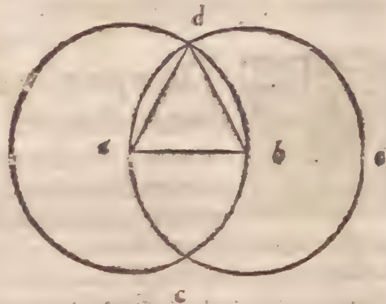
χωρίον.

EVCLIDIS MEGARENSIS GEOMETRICA ELEMENTA, EX CAMPANO.

Primi libri propositio prima.

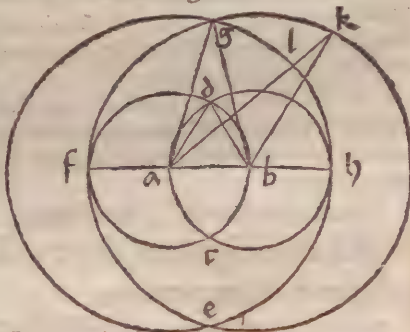
1 Riangulum æquilaterum, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b: & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datæ, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicet punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdem quantitatẽ, lineabo circulum c a d h, qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarũ ſectionũ, ſicut ſectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrũ circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoque, quia à puncto b, quod eſt centrum circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſque ad eius circunferentiã, ipſæ erunt etiã æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt: ipſæ erunt æquales inter ſe, per primam cõmunem animi conceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.





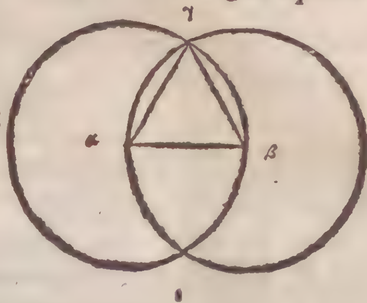
CAMPANI additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duum æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranque partem, uſque quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundum quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto h, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autẽ circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſunt e g. Coniũgantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarum ſectionum, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã, ipſæ erunt æquales. Similiter quoque a b & a h, quia exeunt à centro circuli c a d h, uſque ad ipſius circunferentiam ipſæ, erunt æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a f & b h æqualis eſt lineæ a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraque earum eſt maior a b: eò quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorũ æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorũ quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuũ & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus K ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protrahã ergo lineas a K & b K: & ſecabit linea a K: circũferentiã circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b K per 1 cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b K per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a K, eſt maior b K. Sed & b K, eſt maior a b: triangulus ergo a b K, eſt triũ inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

THEON ex Zāberto. *Sit data recta terminata linea, $\alpha\beta$. Oportet super $\alpha\beta$, triangulū æquilaterū constituere. Centro quidē α, spatio uerò $\alpha\beta$, circulus describatur $\beta\gamma\delta$ (per 3 postulatū) & rursus (per idem) centro quidē β, spatio uerò $\beta\alpha$, alter circulus describatur $\alpha\gamma\epsilon$. Et (per 1 postulatum) à signo γ, in quo se circuli adinuicem secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ $\gamma\alpha$, $\gamma\beta$. Et quoniam α signum, centrū est circuli $\gamma\beta\delta$, æqualis est (per 15 diffinitionem) $\alpha\gamma$ ipsi $\alpha\beta$. Rursus quoniā β signum, centrum est circuli $\gamma\alpha\epsilon$, æqualis est $\beta\gamma$ ipsi $\beta\alpha$ (per 15 diffinitionem). At ostensa est linea $\alpha\gamma$, ipsi $\alpha\beta$ æqualis: utraque igitur & $\gamma\alpha$ & $\gamma\beta$, ipsi $\alpha\beta$ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia (per 1 communem sententiam) & $\gamma\alpha$ igitur, ipsi $\gamma\beta$ est æqualis. Tres igitur lineæ $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quales adinuicem sunt. Aequilaterum igitur est triangulum $\alpha\beta\gamma$, & constitutum super data recta linea terminata $\alpha\beta$, quod fecisse oportuit.*

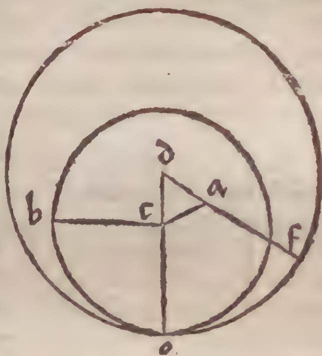


Euclides ex Campano. Propositio 2.



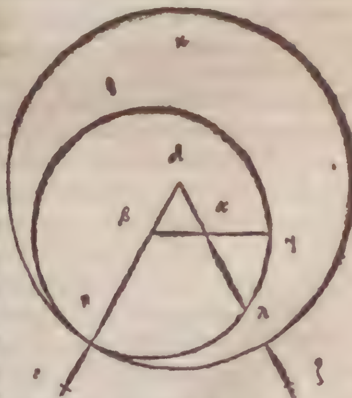
Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propositæ æquā rectam lineam ducere.

CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data. uolo à puncto a, ducere unam lineā æqualem lineæ b c: in quācunq; partem contingat. Coniungā ergo punctū a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungā ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterum secundum doctrinā præcedentis, qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c, ponam pedē circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secundum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usque ad eius circunferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatē, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quòd a f, est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoque d f & d e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demātur de d e & d f quæ sunt æquales: erūt residua, quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 communem animi conceptionem, ad inuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datū signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.



THEON ex Zamb. *Sit datum signū α: data autē recta linea, $\beta\gamma$ oportet ad ipsum α: ipsi $\beta\gamma$ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α signo, in β signum, recta linea $\alpha\beta$ (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionē) triangulum æquilaterum: sitq; illud $\delta\alpha\beta$, & producātur (per 2 postulatum) in rectum ipsis $\delta\alpha$, $\delta\beta$ lineæ $\alpha\epsilon$, $\beta\zeta$ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uerò $\beta\gamma$, circulus describatur $\gamma\eta\theta$. & rursus (per idē) centro δ, spatio uerò $\delta\eta$, circulus describatur $\eta\kappa\lambda$. Quoniā igitur β signum, centrū est circuli $\gamma\eta\theta$, æqualis est (per 15 diffinitionem) $\beta\gamma$ ipsi $\beta\eta$: & quoniā δ signum, centrum est circuli $\eta\kappa\lambda$: æqualis est (per eandem) $\delta\lambda$ ipsi $\delta\eta$, quarum $\delta\alpha$, ipsi $\delta\beta$ est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur $\alpha\lambda$, reliquæ $\beta\eta$ (per 3 communem sententiam) est æqualis.*

Osten-

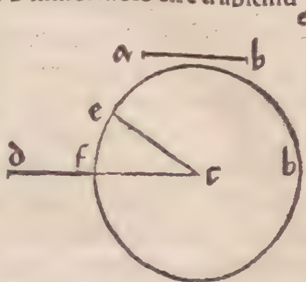
Ostensum est autem, quòd βγ ipsi βκ est æqualis, utraq; igitur & αλ & βγ, ipsi βκ est æqualis. Quæ autẽ *eidem æqualia, (per primam communem sententiam) & ad inuicem sunt æqualia, & linea αλ igitur, ipsi βγ est æqualis. Ad datum igitur signum α, datæ rectæ lineæ βγ, æqua recta linea collocata est αλ, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 3.



3 Ropositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

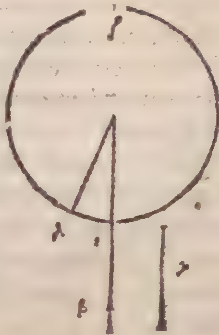
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primò à pũcto c, unam lineam æqualem a b, secundũ quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiã, & quia utraque duarum linearum a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abscindere.

THEON ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales αβ γ, quarum maior sit αβ: oportet ab ipsa αβ maiore, ipsi γ minori æqualẽ rectam lineam abscindere.* Ponatur *(per secundam propositionem) ad signum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis αδ, & centro quidem α, interuallo uerò αδ, (per 3 postulatum) circulus describatur δεζ. Et quoniã α signum, centrum est circuli δεζ, æqualis est αε ipsi αδ. At linea γ, ipsi αδ est æqualis: utraq; igitur et αε & γ, ipsi αδ est æqualis: quare & linea αε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus αβ γ, ab ipsa αβ maiore, ipsi γ minori æqualis abscissa est αε, quod facere oportebat.*

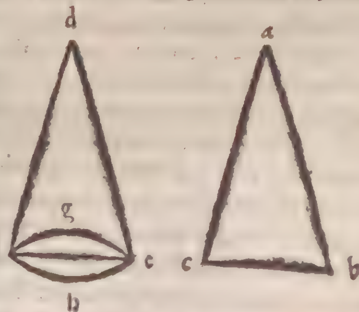


Euclid. ex Camp. Propositio 4.



4 Mnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus à b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponã triangulũ a b c, triangulo d e f, ita quòd angulus a, cadat super angulũ d, et latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autẽ per penultimã conceptionẽ, quòd nec anguli nec latera sese excedent, eò quòd angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita ijs, quibus superponuntur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadẽt super pũcta e f. Si ergo linea b c cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eã, nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autẽ linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extrà, sicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectè concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.

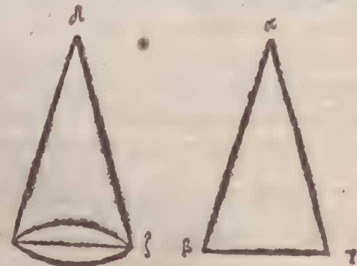


Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema primum.* *Propositio 4.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualẽ ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſin baſi æqualẽ habebũt, & triangulum triangulo æquũ erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε: & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ, ipſi δ ε ζ: & α γ β, ipſi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α β, recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eo quia linea α β, ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruẽte linea α β ipſi lineæ δ ε, cõgruit & linea recta α γ, ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignũ ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem cõcludunt, quod (per 10 cõmunem ſententiam) eſt impoßibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cũ igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquũ ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: quod oportuit demonſtraſſe.*

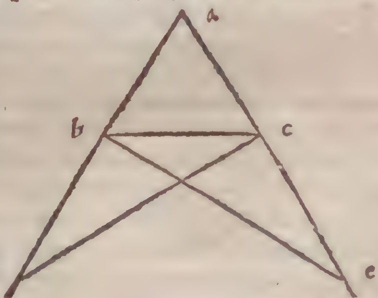


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*



Omnis trianguli duum æqualiũ laterum angũlos, qui ſuper baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quòd ſi eius duo latera directè protrahantur, fient quoq; ſub baſi duo anguli inuicem æquales. 5

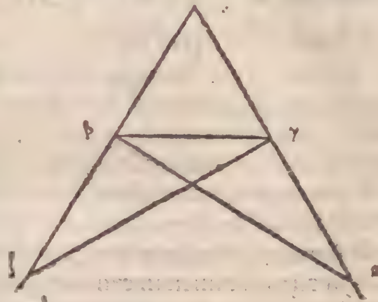
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius latus a b ſit æquali lateri a c. Dico quòd angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quòd ſi protrahantur a b & a c, uſq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. quod ſic probatur: Protractis a b & a c, ponam per tertiam propoſitionẽ, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utrique: ergo per præmiſſam, baſis b e, eſt æqualis baſi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, ęqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundũ propoſitũ, ſcilicet, quòd anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b c, eſt æqualis toti a c d, ut probatũ fuit ſuprà: ergo angulus a b c reſiduus eſt (per 3 cõmunem animi conceptionẽ) æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterque eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primũ propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 5.*

Isosceliū triangulorū qui ad basin sunt anguli, adinuicē sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicē æquales erunt.

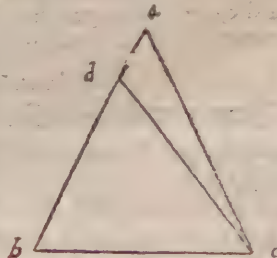
THEON *ex Zamb.* *Sit triangulum isosceles αβγ, æquum habens latus αβ, lateri αγ, & producantur (per 2 postulatū) in rectū ipsis αβ, αγ, rectæ lineæ βδ, γε. Dico quòd angulus αβγ, angulo αγβ est æqualis: & angulus γβδ, angulo βγε. Capiatur in linea βδ, contingens signum, sitq́; illud ζ, & auferatur (per 3 propositionem) à linea αε maiore, ipsi αζ minori æqualis, sitq́; illa αη, & connectantur ζγ & ηβ. Quoniam αζ, ipsi αη: & αβ, ipsi αγ, sunt æquales: duæ igitur ζα, αγ, duabus ηα, αβ sunt æquales altera alteri, & communem angulū concludūt, qui sub ζαη continetur. Basis igitur ζγ, basi ηβ (per 4 propositionem) est æqualis: & triangulum αζγ, triangulo αηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est, angulus αγζ, angulo αβη, & angulus αζγ, angulo αηβ. Et quoniā tota αζ, toti αη est æqualis, quarum linea αβ, lineæ αγ est æqualis: reliqua igitur βζ reliquæ γη (per 3 communē sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod ζγ ipsi βη est æqualis. Duæ autē βζ, ζγ, duabus γη, ηβ æquales sunt altera alteri: & angulus βζγ, angulo γηβ (per 4 propositionem) est æqualis: & βγ basis eorum communis est. Triangulum igitur βζγ, triangulo γηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζβγ, angulo ηγβ, & angulus βγζ angulo γβη sunt æquales. Quoniā igitur totus angulus αβη, toti angulo αγζ (ut ostēsum est) æqualis est, quorū γβη, angulo βγζ est æqualis: reliquus igitur angulus αβγ, reliquo angulo αγβ (per 3 communē sententiam) est æqualis, & ad basin sunt trianguli αβγ. Ostensum est autem, quòd angulus ζβγ, angulo ηγβ, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorum, qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 I duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos respicientia, æqualia erunt.

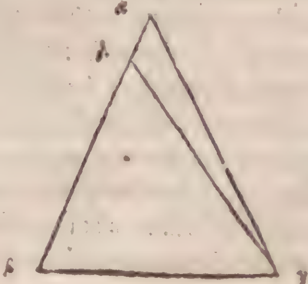
CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, quantū ad primam partē ipsius. Sit enim triāgulus a b c, cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico quòd latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterū maius: sitq; a b maius, quod resecetur ad æqualitatē a c per 3 propositionē, ut superfluū sit a d, ad partem a, & resecetur in puncto d, sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo esse æquilateros & æquiāgulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin: ergo basis d c est æqualis basi a b, per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c, per hypothesin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 6.*

6 Si triāguli duo anguli æquales adinuicē fuerint, æquales quoq; angulos subtendētia latera æqualia adinuicē erūt.

THEON *ex Zamb.* *Sit triangulū αβγ, æquū habens angulum αβγ, angulo αγβ. Dico quòd & latus αβ, æquū est lateri αγ. Si enim æquale nō est latus αβ ipsi lateri αγ, alterū eorū erit maius. Sit maius αβ, et auferatur (per 3 propositionē) ab ipso αβ, maiore, ipsi αγ minori linea æqualis: sitq́; illa δβ, protrahatur linea δγ, (per 3 postulatum). Igitur quoniam latus δβ est æquale lateri αγ, communis uerò linea βγ: duo igitur δβ, βγ, latera duobus lateribus αγ & γβ sunt æqualia alterum alteri, & angulus δβγ, angulo αγβ (per hypothesin). Basis igitur δγ (per 4 propo-*



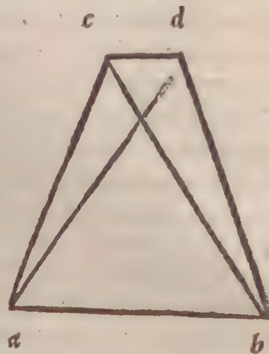
ſitionem) baſis α β, eſt æqualis: & triangulum δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Latus igitur α β, lateri α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

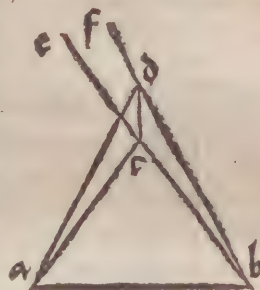
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*



SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eiſdẽ punctis alias duas lineas ſingulas ſuis cõterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſſibile. 7

CAMPANVS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahãtur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut ſint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad alium punctũ, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, ſit æqualis a c, & quæ egredietur à puncto b ſit ſimul æqualis lineæ b c: quod ſi fuerit poſſibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in puncto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulũ a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nõ cadet, quia tunc pars eſſet ęqualis ſuo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearum a d, & b d ſecabit alterã linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primò altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propoſitionem.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandẽ æquales. Et quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partem ſcilicet toto, quod eſt impoſſibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c, ita quòd lineæ ſe non ſecent, protraham lineam d c, & producam b d & b c ſub baſi uſque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt æquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi, qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdem. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d, ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſſibile. Eodem modo ducetur aduerſarius ad inconueniens, ſi d punctus cadat intra triangulum a b c.

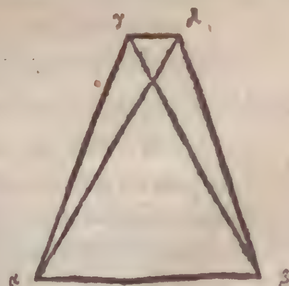




Euclides ex Zamberto. *Theorema 4.* *Propoſitio 7.*

Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituẽtur, ad aliud atq; aliud ſignum ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſſidentes. 7

THEON ex Zamb. *Si enim eſt poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atque aliud ſignum, hoc eſt γ & δ, ad eaſdem partes ſcilicet γ δ eoſdem fines, hoc eſt α β, poßidentes: ut æqualis ſit γ α, ipſi δ α, eundem finem habens, hoc eſt α & γ β, ipſi δ β, eundem finem habens, hoc eſt β, connectatur γ δ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α δ, æqualis erit quoq; angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur eſt angulus α γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ δ angulo β δ γ. Rurſus quoniã β γ, ipſi δ β eſt æqualis, æquus eſt igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Oſtenſum eſt autẽ quòd admodum minor, quod impoßibile. Super igitur eadẽ recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non conſtituentur ad aliud atque aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poßidentes, quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



8 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basisq; unius basi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c est æqualis angulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b, angulo e. Superponã basin a b, basi d e, quæ cùm sint æquales, neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctũ f: aut non. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterum, eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet alium qui sit punctus g, quia e g est æqualis b c, imò eadem: itemq; quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 8.*

8 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

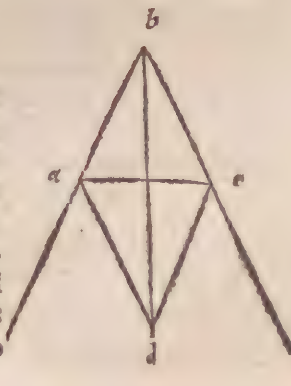
THEON *ex Zamb. Sint bina triãgula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc est α β ipsi δ ε, & α γ ipsi δ ζ: habeantq; basin β γ basi ε ζ æqualē. Dico quòd angulus β α γ: angulo ε δ ζ est æqualis. Congruēte enim triangulo α β γ ipsi triãgulo δ ε ζ, & posito quidem β signo, super ε signum, et recta linea β γ super ε ζ: congruit quoque signũ γ ipsi ζ signo, quoniam β γ æqualis est ipsi ε ζ: Congruēte uerò b c ipsi ε ζ: congruunt quoque & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ congruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, non congruent, sed differrent, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signum, ad easdem partes eosdemq; fines posidentes. Non constituuntur autem (per 7 propositionem.) Non igitur congruēte basi β γ basi ε ζ, non congruunt quoque & β α, α γ, latera ipsis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*



9 DAtum angulum, per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus, quem oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum continentes, quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producam lineã a c: super quam constituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propositionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipsa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & basis a d basi c d, ergo per præcedentem angulus a b d est æqualis angulo



b c d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

Datum angulum rectilineum, bifariam secare. 9

THEON ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus βαγ. Oportet ipsum bifariàm secare. Suscipiatur super linea αβ contingens signum, sitq; illud δ. & à linea αγ (per 3 propositionem) auferatur αε: ipsi αδ æqualis. & per 1 postulatum connectatur linea δε: constituaturq; (per 1 propositionẽ) super δε, triangulum æquilaterũ, sitq; illud δζε, & connectatur (per primum postulatum) linea δζ. Dico quòd angulus βαγ: à linea αζ bifariã secatur. Quoniã αδ est æqualis ipsi αε, cõmunis uerò αζ: binæ igitur δα, αζ duabus εα, αζ, sunt altera alteri æquales. At basis δζ, basi εζ (p 1 propositionẽ) est æqualis: angulus igitur δαζ, angulo ζαε (per 8 propositionẽ) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub βαγ, bifariam sectus est à recta linea αζ, quod fecisse oportuit.

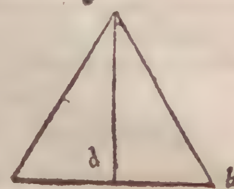


Euclid. ex Camp. Propositio 10.



Roposita recta linea, eam per æqualia diuidere. 10

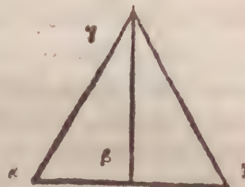
CAMPANVS. Sit proposita linea quam oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam constituam triangulum æquilaterũ a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) basis a d, basi b d: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

Datam rectam lineam terminatam, bifariàm secare. 10

THEON ex Zamb. Sit data recta linea terminata αβ, oportet lineã αβ bifariàm secare. Cõstituitur (per 1 propositionẽ) super ea, triangulũ æquilaterũ αβγ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus αγβ bifariã: à recta linea γδ. Dico quòd linea recta αβ, bifariàm secatur in signo δ. Quoniã enim (per 1 propositionẽ) αγ ipsi γβ est æqualis, communis uerò γδ: duæ igitur αγ, γδ. duabus βγ, γδ sunt æquales altera alteri. & angulus αγδ angulo βγδ æquus est. basis igitur αδ, (per 4 propositionẽ) δβ est æqualis. Data igitur recta linea terminata αβ, bifariàm secta est in signo δ. quod faciendũ fuerat.

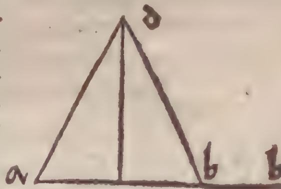


Euclid. ex Camp. Propositio 11.



Ata linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere, duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam. 11

CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem, lineam b c æqualem lineę a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterũ a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quòd ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à signo in ea dato rectã lineã ad ãgulos rectos excitare. 11

THEON ex Zamb. Sit data recta linea αβ: datum uerò in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ αβ: ad angulos rectos rectam lineã excitare. Suscipiatur in ipsa αγ contingens signum, sitq; illud δ: & ponatur ipsi δγ (per 3 propositionẽ) æqualis linea γε, & super δε, (per 1 propositionẽ) construa-

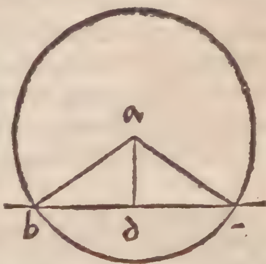
*cōstruatur triangulū æquilaterū ζ δ ε, & connectatur linea ζ γ. Dico q̄, datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitatur. Quoniā enim δ γ æqualis est ipsi γ ε, cōmunis uerò linea γ ζ. duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ & γ ζ altera alteri sunt æquales: et basis δ ζ (p 1 propositionē) basi ε ζ est æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (p 8 propositionē) est æqualis, & sunt * utrobiq;.* ἐφεξῆς *Cùm autē recta linea super recta linea consistens, * utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq;* ἐφεξῆς *æqualiū angulorum rectus est (per 10 diffinitionē.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata est, quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

12 
A Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

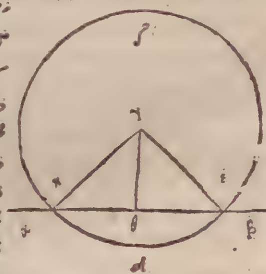
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineam b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & super pūctum a, describam circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulum b a c per æqualia, per lineam a d (per 9 propositionem) Dico quòd a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionem basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 7.* *Propositio 12.*

12 Super datam rectam lineam infinitā, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

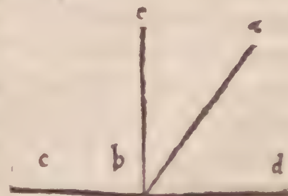
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea infinita, sitq; illa α β, datum uerò signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signū, sitq; illud δ, centro quidem γ, interuallo uerò γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ε ζ η. Seceturq; (per 10 propositionem) ε η bifariàm, in signo θ, & connectatur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quòd super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo quod in ea non est, uidelicet γ, perpendicularis, ducta est recta linea γ θ. Quoniā η θ ipsi θ ε est æqualis, communis uerò θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ sunt altera alteri æquales, & basis γ η, basi γ ε (per 10 diffinitionem) est æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propositionem) est æqualis, suntq; * utrobiq;.* ἐφεξῆς *Cùm recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales* ἐφεξῆς *fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ, quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 
O Mnis rectæ lineę super rectam lineam stantis, duo utrobiq; anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per cōuersionē diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuersionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e ad æquātur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erūt æquales duobus rectis: quare tres anguli, qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-



guli c b a & a b d ſunt æquales duobus rectis, quod eſt propoſitũ. Ex quo patet totũ ſpatiũ quod in qualibet ſuperficie plana punctum quodlibet circunſtat, quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 13.*

Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit, aut 13
duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædam αβ, ſuper rectam lineam γδ conſiſtens, angulos efficiat γβα & αβδ.* Dico quòd *γβα & αβδ anguli, aut duo recti ſunt, aut duobus rectis æquales. Quòd ſi angulus γβα, eſt æqualis angulo αβδ, iam duo recti ſunt. At ſi non excitetur (per 11 propoſitionem) à dato ſigno β lineæ γδ, ad angulos rectos linea βε, anguli igitur γβε, εβδ, (per 10 diffinitionem) ſunt recti. At quoniã angulus γβε, duobus γβα, αβε angulis eſt æqualis, communis ponatur angulus εβδ: igitur anguli γβε, εβδ, tribus angulis, hoc eſt γβα, αβε, εβδ, ſunt æquales. Rurſus quoniam angulus δβα duobus angulis δβε, εβα eſt æqualis, communis ponatur angulus αβγ. Igitur anguli δβα, αβγ, tribus angulis δβε, εβα, αβγ ſunt æquales. Oſtenſum eſt autem quòd anguli γβε, εβδ, eiſdem tribus ſunt æquales: quæ autem eidem ſunt æqualia, (per 1 communem ſententiam) & ſibi inuicẽ ſunt æqualia: anguli igitur γβε, εβδ, angulis δβα, αβγ ſunt æquales. At anguli γβε, εβδ ſunt duo recti, & anguli igitur δβα, αβγ, duobus rectis ſunt æquales. Cùm igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

I duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuerſas partes exierint, 14
duoſq́ circa ſe angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duę lineæ ſibi directè coniũctæ ſunt, & linea una.

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppoſitas partes, quæ ſint b c & b d, & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b ſunt ſibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Quòd ſi non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuũ & directum, quæ quia non eſt linea una cum d b, tranſibit ſuper eam ut b e, aut ſub ea ut b f. Quia ergo ſuper lineam rectam quæ eſt c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentẽ: & quia omnes recti ſunt adinuicem æquales per 3 petitionẽ, anguli quoq; c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſin, erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a æqualis angulo d b a, pars toti, quod eſt impoſſibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulũ d b a eſſe æqualem angulo f b a, ſi fortè diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.

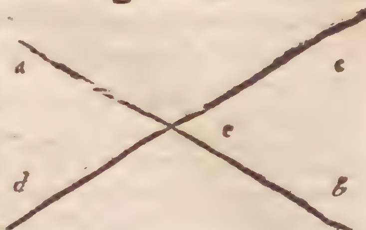
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 14.*

Si ad aliquã rectam lineam atq; ad eius ſignum duæ rectæ lineæ non 14
ἐφεξῆς ad eaſdem partes ductæ, *utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineã αβ, ſignumq́; in ea β, duæ rectæ lineæ βγ, βδ non*
ἐφεξῆς *ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; angulos αβγ, αβδ duobus rectis æquos efficiant.* Dico quòd *ipſi γβ, recta linea βδ in directum eſt conſtituta. Si enim ipſi γβ recta linea βδ non eſt in directum, ſit ipſi γβ recta linea βε in directũ conſtituta. Quoniam igitur recta linea αβ ſuper rectam lineam γβε ſtetit, anguli igitur αβγ, αβε duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) At anguli αβγ et αβδ, duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo γβα, αβε, angulis γβα, αβδ ſunt æquales. Communis auferatur angulus αβγ, reliquus igitur angulus αβε, reliquo angulo αβδ eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Linea igitur βε ipſi βγ in directum minimè eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd nec aliqua præter lineã βδ. In directum igitur eſt ipſi γβ, linea βδ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad ſignumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipſæ rectæ lineæ ſubijnuicem erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

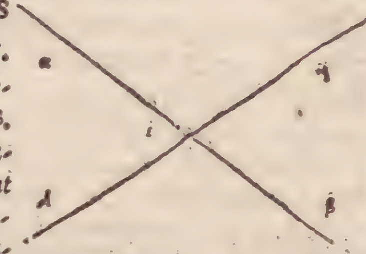
Euclid. ex Camp. Propositio 15.

15 Mniũ duarũ linearũ ſeinuicẽ ſecantiũ, omnes anguli contra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cũ duæ lineæ rectæ ſe inuicẽ ſecant, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b, & c d, ſe inuicem ſecantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis itemq́; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eandem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo quòd omnes recti ſunt adinuicem ęquales (per 4 petitionem) dempto ergò cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulum c e b eſſe æqualem angulo a e d, quod eſt propoſitum. Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

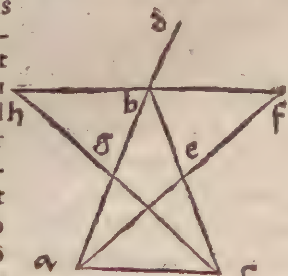


15 Si duę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, ãgulos qui circa uerticẽ ſunt ęquos adinuicẽ efficiẽt.

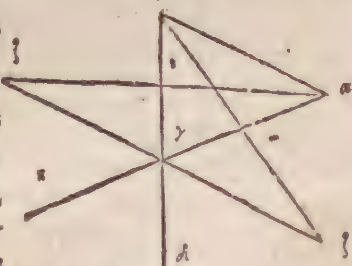
THEON ex Zamb. Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε ſuper rectam lineam γ δ ſtetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniam recta linea δ ε ſuper rectam lineã α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β. igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionẽ.) Oſtenſum autem eſt, quòd anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq́; oſtendetur quòd & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe. Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.



16 I quodlibet laterũ triãguli directè protrahatur, faciet angulũ extrinſecũ utroq; ãgulo triãguli ſibi intrĩſecus oppoſito maiorẽ. CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus d b c, maior eſt utroq; duorum angulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propoſitionẽ) lineã c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triãguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, erit (per 4 propoſitionẽ) angulus e c a, ęqualis angulo e b f, et ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur quòd eſt maior angulo c a b. Nam diuidã a b per æqualia in puncto g, (per 10 propoſitionẽ) & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g (per 3 propoſitionẽ) poſtea protrahã h b K, erũtq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergò (per 4) angulus g c a, eſt æqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo K b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo K b d, erit etiã maior angulo b a c quod eſt propoſitũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.



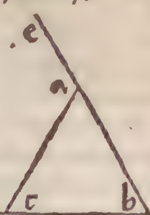
16 Omnis triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore et ex oppoſito maior eſt. THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur ipſius latus unum (ſitq́; illud β γ) uſque in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito conſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (p 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, & protracta linea β ε (p 2 poſtulatũ) extẽdatur in ſignũ ζ: colloceturq́; ipſi β ε (p 2 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (p 1 poſtulatũ) ζ γ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in κ. Quoniã igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & ζ ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε ζ, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε (per 15 propoſitionẽ) angulo ζ ε γ eſt æqua*



lis,circa uerticē enim. Basis igitur α β, basi ζ γ (p 4 propositionē) est æqualis, & triangulū α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera sub tendūtur. Angulus igitur β α ε angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ζ maior est: maior igitur est angulus α γ δ, angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariā linea β γ ostēdetur et angulus β γ κ, hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est: quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 17.



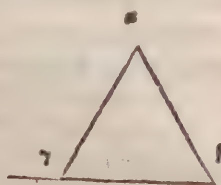
Mnis triāguli duo qlibet anguli, duobus rectis sunt minores. CAMP. Sit triangulus a b c, dico quòd duo quilibet eiꝰ anguli, duobus rectis sunt minores, protrahatur enim unū latꝰ eius, ut b c, usq; ad d, eritq; p precedentē, angulꝰ c extrinsecꝰ, maior a & maior b, sed c extrinsecꝰ cū c intrinseco, est ęqualis duobꝰ rectis p 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus b a, probabitur quòd duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositum. 17



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.

Omnis triāguli duo āguli duob. rectis sunt minores, omnifariā sumpti. 17

THEON *ex Zāb. Sit triāgulū α β γ. dico q ipsius α β γ triāguli duo anguli, duob. rectis omnifariā sumpti, sunt minores. Producatur enim (p 2 postulatū) β γ, usq; in δ. Et quoniā triāguli α β γ (p præcedentē) exterior angulus q est α γ δ, maior est angulo α β γ, interiore & ex aduerso cōmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quòd anguli β α γ, α γ β, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocumq; assumpti: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 18.



Mnis trianguli lōgius latus, maiori angulo oppositum est. 18

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico quòd latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autem a b sit maius, resecetur ad æqualitatem a b, (per 3) sitq; d b æquale c b, erit ergo (per 5) angulus d c b, ęqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo b a c (per 16) ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.



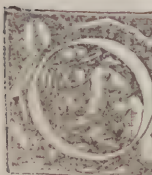
Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.

Omnis triāguli maius latus, maiori angulo subtēditur. 18

THEON *ex Zāb. Sit enim triangulū α β γ, habēs latus α γ, maius latere α β. Dico q & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniā α γ maius est α β, ponatur ipsi α β (p 3 propositionē) æqualis linea α δ, & cōnectatur (p 1 postulatū) linea β δ. Et quoniā triāguli β δ γ angulus exterior α δ β (p 16 propositionē) maior est interiore & opposito angulo δ γ β, æqualis autē est (p 3 proposit.) angulus α δ β angulo α β δ, quoniā latus α β ipsi α δ est æquale, maior est igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior est igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur trianguli maius latus, maiori subtenditur angulo: quod oportuit demonstrasse.*

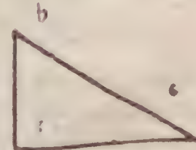


Euclid. ex Camp. Propositio 19.



Mnis triāguli maior angulus, lōgiori lateri oppositus est. 19

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico quòd angulus a, erit maior angulo c. Hęc est cōuersa pręcedentis. Si enim sit æqualis, tunc (per 6) latus a b est æquale lateri b c, quod est cōtra hypothesin. Si autē c sit maior, tūc per præcedētē latus a b est maius latere b c, quod est cōtra hypothesin: quare astruitur propositū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

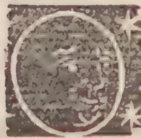
Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur. 19

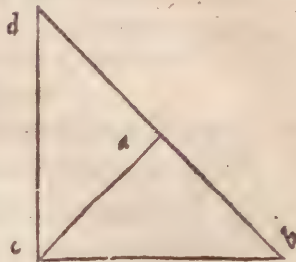
THEON *ex Zāb. Sit triangulū α β γ, maiorē habēs angulū α β γ angulo β γ α. Dico q latus α γ maius est latere α β. Si autē nō, aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidē minimè est latus α γ, ipsi α β: æqualis nāq; esset (p 5 propositionē) angulus α β γ, angulo α γ β, nō est autē: latus igitur α γ, lateri α β minimè est æquale. At latus α γ, latere α β minus non est, nā angulus α β γ, angulo α γ β mi-*



nor esset, at non est: latus igitur α γ latere α β minus minime est. Maius igitur est latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 20.

20 Mnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico quòd duo latera a b & a c, sunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a usq; ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propositionē) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assũpta.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ. Aio ipsius α β γ triãguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta, hoc est β α, α γ, ipso β γ & α β: β γ, ipso α γ & β γ: γ α ipso α β. Producatur nanq; (per 2 postulatũ) β α ad δ signũ: et ponatur (per 2 propositionē) ipsi α γ æqualis α δ, connectaturq; δ γ. Quoniã igitur δ α ipsi α γ est æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propositionē) angulo α γ δ est æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ maior est: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior est. Et quoniã triangulũ est δ γ β, maiorē habens angulũ β γ δ angulo α δ γ, atq; maiorē angulũ maius latus subtendit (per 18 propositionē) ergo δ β ipso β γ maius est. Aequale autē est δ β ipsis α β, α γ: maiora igitur sunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autē est δ α ipsi α γ: maiora igitur sunt latera β α, α γ, ipso β γ. Similiter uerò demõstrabimus quòd etiã latera α β & β γ, ipso γ α sunt maiora. Sed β γ, γ α, ipso α β. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.

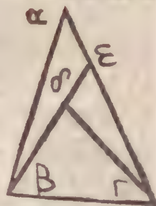
Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 I de duobus punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulũ ipsum ad punctum unum cõueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrãt duæ lineæ b d & c d, ad punctũ d, intra triangulũ a b c. Dico quòd ipsæ lineæ b d & c d simul iũctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quòd angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in pũcto e, eruntq; (per 20 propositionē) b a & a e simul iũctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iũctæ, per eandē sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erũt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c (per 16 propositionē) & angulus d e c est maior angulo c a b (per eãdem) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 21.

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum cõstituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt.



THEON ex Zamb. Trianguli enim α β γ super latere β γ, à terminis ipsius β γ, duæ rectæ lineæ interius constituãtur β δ & γ δ. Dico quòd β δ & γ δ, reliquis triãguli lateribus β α & α γ sunt minores, angulũ uerò β δ γ maiorē, ipso α β γ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatũ) linea β δ ad ε. Et (per 20 propositionē) quoniã omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli, α β ε (per 20 propositionē) duo latera α β & α ε ipso β ε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε & ε γ sunt maiores. Rursus quoniã (per eandē) trianguli γ ε δ bina latera γ ε & ε δ ipso δ γ sunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε & ε β, lineis γ δ & δ β sunt maiores. Sed ostensum est quòd β α & α γ, sunt maiores ipsis β ε & ε γ: lõge igitur maiores sunt β α et α γ lineæ, ipsis β δ & δ γ. Rursus quoniã (per 16 proposit.) omnis triãguli exterior angulus interiore et opposito maior est, triãguli ergo γ δ ε, ãgulus β δ γ exterior, maior est.

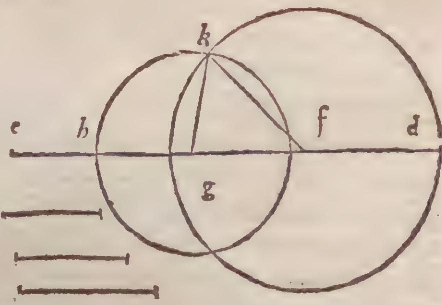
angulo γεδ, quare & trianguli αβε, angulus γεβ exterior, maior est angulo βαγ. Sed ostensum est quòd angulus βδγ, eo qui sub γεβ, est maior: longe igitur maior est angulus βδγ, angulo βαγ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Propositio 22.*



Ropositis tribus lineis rectis, quarū duę quælibet simul iunctæ reliqua sint lōgiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulū cōstituere. 22

CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus non posset cōstitui (per 20 propositionem) Cùm ergo ex illis tribus prędictis uolo constituere triangulum, sumo lineā rectam quæ sit d e, cui non pono à parte e determinatum finem, de qua sumo (per 3 propositionē) d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq́ puncto f centro, describo secundum quantitatem lineæ f d, circulū d K, itemq́ facto g centro, describo secundum quantitatem lineæ g h, circulū K h, qui circuli intersecabunt se in duobus punctis, quorum unum sit K: alioquin sequeretur, unam dictarum linearum esse ęqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod est contrarium positioni. Duco ergo lineam K f & K g, eritq́ triangulus K f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f K æquales, quoniam sunt à centro ad circunferentiā, quare f K, est æqualis a. Similiterq́ g h & g K sunt æquales, quia exeunt à centro ad circumferentiam, quare g K, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositum manifestè.



Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propositio 22.*

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulū cōstruere. Oportet autē duas lineas reliqua esse maiores quomodocūq; assumptas, quoniā omnis triāguli bina latera quomodocūq; assumpta, reliquo sunt maiora. 22

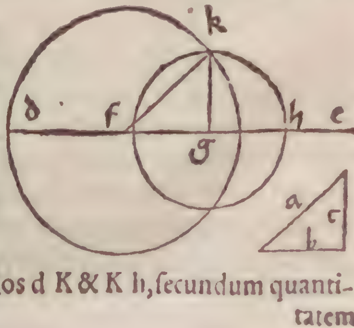
THEON *ex Zam. Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarum duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsam β, & β, γ, ipsa α: oportet iā ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulū cōstruere. Proponatur recta linea finita quidē ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq́; (per 3 propositionē) ipsi α æqualis linea δζ, ipsi uerò β, linea ζη, ipsi uerò γ, linea ηθ. Et centro quidē ζ, spacio uerò ζδ (p 3 postulatū) circulus describatur δκλ: rursus cētro quidē η, spacio uero ηθ (per idē) circulus describatur θκλ, & cōnectantur (p 1 postulatum) κζ & κη. Dico q ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ, triangulū κζη constitutū est. Quoniā enim ζ signū, centrū est circuli δκλ, æqualis est (p 15 diffinitionē) ζδ ipsi ζκ. Sed α, ipsi ζδ est æqualis, & κζ igitur (per communē sententiā) est ipsi α æqualis. Rursus quoniā η signum, centrū est circuli λκθ, æqualis est (per eandem diffinitionē) ηκ ipsi ηθ, sed γ ipsi ηθ est æqualis, & κη igitur (per 1 communē sententiā) ipsi γ est æqualis. At ζη ipsi β est æqualis (p hypothesin) tres igitur rectæ lineæ κζ, ζη, ηκ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κζ, ζη, ηκ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est, α, β, γ, sunt æquales, triangulū κζη constructū est, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*



Ata recta linea, super terminū eius cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. 23

CAMP. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineę b, a, cōtinentes angulū datum, cui subtendā basin c. Sup punctū f lineę e f, iuberē facere ęqualē angulū angulo dato. Ad lineā e f adiūgo f d ęqualem lineę a, & ex f e sumo f g ęqualē b, & ex g e sumo g h æqualē c, & super puncta f & g describo duos circulos d K & K h, secundum quantitatem

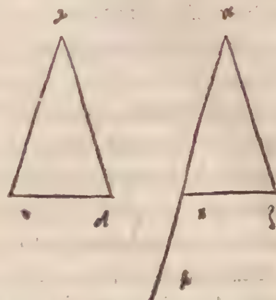


tatem duarum linearum f d & g h, intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedens, ductisq́ lineis K f & K g, erunt æqualia duo latera K f & f g trianguli K g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & basis g K æqualis basi c: ergo (per 8) angulus K f g, æqualis erit angulo contento sub a & b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq́ in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq́; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus, sit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulũ rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis & γ δ & γ ε, contingẽtia signa, sintq́; illa δ ε, & connectatur (per 1 postulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γ δ, δ ε, ε γ, sunt æquales, (per præcedentem) triangulum cõstruatur, sitq́; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis sit α ζ, & γ ε ipsi α η, & insuper δ ε ipsi ζ η. Et quoniam duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc est ζ α & α η sunt æquales altera alteri, & basis δ ε (per hypothesin) basi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus est: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*



24 Omnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorũ sub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoque eiusdem, basi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, & e d f, sintq́ duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque suo correlatiuo, dextrum scilicet, dextro, sinistrumq́ sinistro, sitq́ angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd basis b c, maior erit basi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq́ angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut transibit supra e f, ut secet lineam d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primò supra: Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propositionẽ) basis b c æqualis basi e g. At uerò quia d g & d f sunt æquales (nã utraque est æqualis a c) erit (per 5 propositionem) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo (per 18 propositionem latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f: quod est propositũ. Si uerò e g transeat super e f & sit secum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propositum. Si uerò e g transeat infra e f, protrahantur duæ lineæ d f & d g, quæ sunt æquales, ut probatum est, usque ad K & ad h: fientq́ per secundã partem 5 propositionis sub basi f g, anguli K f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propositionem) latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f: quod est propositum. Istud ultimum membrum posset etiam probari (per 21 propositionem) per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiore duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc quod ambæ sunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod est propositum. Melius tamen est demonstrare priori modo, ut in omni dispositione arguatur per quintam.

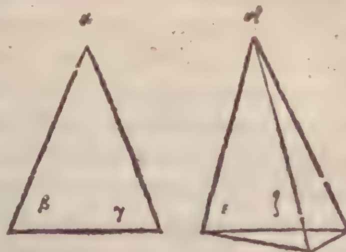
Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint

alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterũ alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uerò qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior.* Dico quòd *& basis βγ, basi εζ maior est.* Quoniã *enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur* (per 23 propositionẽ) *ad rectã lineã δε, ad datũq; in ea signũ δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη.* Et ponatur *alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & cõnectatur* (per 1 postulatũ) *ηε & ζη.* Quoniã *igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα et αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ* (p 23 propositionẽ) *angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ* (per 4 propositionẽ) *basi εη est æqualis.* Rursus *quoniã æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis.* Angulus *igitur δζη, angulo εηζ maior est: longè maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ.* At *quoniã triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum* (per 18 propositionem) *latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ.* Aequale *autem est latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequũtur reliqua ut in propositione, quod ostẽdere oportuit.*

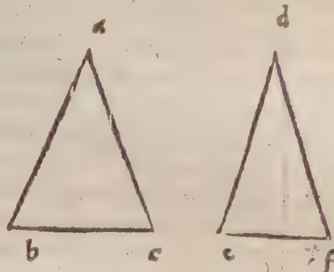


Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*



OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uerò unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus cõtentus, angulo alterius se respiciente maior. 25

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unumquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc est conuersa præcedentis. Aequalis quidẽ non erit. Sic enim esset (per 4) basis, b c æqualis basi e f: quod est contra hypothesin. Sed nec minor, quia sic esset d maior: & ita per præcedentem basis e f, erit maior basi b c, quod est contrarium positioni, quare maior erit. Sicq; propositum astruitur.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16. Propositio 25.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uerò basi maiorẽ, angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera, hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterũ alteri, αβ scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ: basis autẽ βγ, basi εζ maior esto: dico quòd angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autẽ non, aut ei est æqualis, aut eo minor.* Aequalis *autem non est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ* (per 4 propositionẽ) *basi εζ esset æqualis: at nõ est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minimè est.* Neq; *etiã minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nã βγ basis, basi εζ minor esset: at nõ est: minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autẽ est quòd neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate: quod ostendere oportuit.*

α δ

β ε γ ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

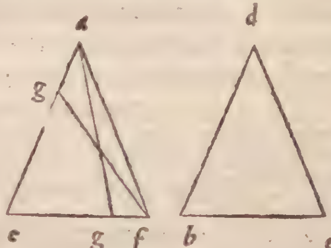


OMnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus 26

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

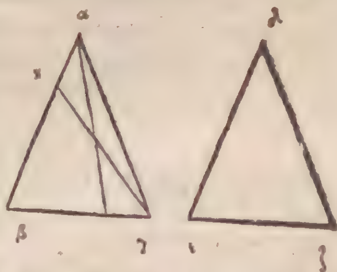
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, super quod iacent anguli b c, sit æquale lateri e f, super quòd iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d ęqualis angulo a: quod est primum membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g ęquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifestè patet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 26.*

26 Si bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri ęquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus ęqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquũ: & primũ id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε: & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquũ angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea κ β, & connectatur κ γ. Quoniam igitur κ β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ κ β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales: & angulus κ β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur κ γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulum κ γ β triangulo δ ε ζ æquum est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur: æqualis igitur est angulus κ γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ κ (per primam communẽ sententiam) angulo β γ α est æqualis minor maiori: quod est impossibile. Inæqualis igitur non est α β, ipsi δ ε. æqualis igitur. Est autẽ & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε, & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (p 4 propositionẽ) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.* κείσθω ponatur, sit.



Rursus

Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq́; α β & δ ε. Dico rursus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri δ ζ: & insuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit. Si enim β γ ipsi ε ζ æquale non est, alterũ eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propositionẽ) ipsi ε ζ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 postulatũ) α θ. Et quoniam æqualis est β θ ipsi ε ζ, & α β ipsi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α θ, (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: et triangulũ α β θ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ est æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α est æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α est æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α est æqualis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur ε ζ, ipsi β γ inæquale non est, æquale igitur. Est autẽ α β, ipsi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 27.



SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq́; angu- 27
los coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes.

CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in pũcto h: sitq́; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineæ c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non, cõcurrant aut ad partem c, e, super pũctum k, aut ad partem d, f, super pũctum l: & qualitercunq́; fuerit, accidet impossibile per 16. uidelicet angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorũ, qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipsæ per ultimam diffinitionem erunt æquidistantes, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidẽs linea, alternatim angulos æquos 27
adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

THEON *ex Zamberto. In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ε ζ & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus est α β, ipsi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo κ, si est possibile. Trianguli ergo κ ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis est angulo ε ζ κ interiori & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β, δ, minimè cõcurrunt: similiter quoque ostendetur, quòd neque ad partes α γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat ostendendum.*

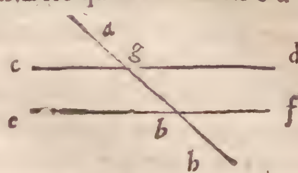
Euclid. ex Camp. Propositio 28.



SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq́; angu- 28
lus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq́; angulus

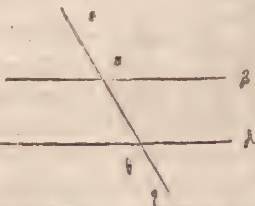
lus g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f sunt æquidistãtes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propositionem angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistãtes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propositionẽ duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 28.*

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ angulũ interiori & opposito ad easdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad easdem partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipsæ rectæ lineæ.

THEON *ex Zamb. In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & opposito, æqualem efficiat, aut interiores & ad easdem partes, hoc est β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales.* Dico quòd *parallelus est α β, ipsi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypothesin) æqualis est angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis est angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis est angulo η θ δ, et sunt alterni, (per 27 propositionem) parallelus est igitur α β ipsi γ δ.* Rursus *quoniã anguli β θ η & η θ δ (per hypothesin) duobus rectis sunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ sunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua, quod ostendendum fuerat.*



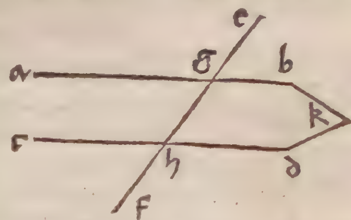


29 

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

SI duabus lineis ęquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito ęqualis, itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni sunt æquales, & quòd angulus g extrinsecus est æqualis angulo intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quòd anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum pręcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, ergo per 15 propositionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineæ a b & c d si protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctum aliquẽ, ut ad k: nõ ergo sunt æquidistantes per ultimã diffinitionem, quod est cõtra hypothesin, & q̃a hoc est impossibile, erũt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primũ propositum. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet intrinseco, quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertiũ. Sunt enim per 13 propositionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 29.*

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, et alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & opposito & ad easdẽ partes ęqualẽ, & interiores & ad easdẽ partes duobus rectis ęquales efficit.

THEON *ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ.* Dico quòd *& alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & opposito & ad*

easdē partes, hoc est ipsi κθδ æqualē, & interiores et ad easdē partes, hoc est βηθ & ηθδ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non est αηθ ipsi ηθδ, alter eorum maior est. Sit maior αηθ. Quoniā igitur αηθ maior est ipso ηθδ, cōmunis ponatur angulus αηθ: anguli ergo αηθ & βηθ, maiores sunt ipsis βηθ & ηθδ. Sed anguli αηθ & θηβ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur βηθ & ηθδ duobus rectis sunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitum concurrunt (per 1 postulatum.) Rectæ igitur lineæ αβ & γδ, in infinitum productæ, concurrunt: non concurrūt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur αηθ, angulo ηθδ inæqualis non est: æqualis igitur. Sed angulus αηθ, angulo εηβ (per 15 propositionem) est æqualis, angulus igitur εηβ (per 1 communem sententiam) angulo ηθδ est æqualis, communis ponatur βηθ, anguli εηβ & βηθ igitur, angulis βηθ & ηθδ sunt æquales. Sed anguli εηβ & βηθ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionem) & anguli βηθ & ηθδ, duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 30.



SI fuerint duæ lineæ uni æquidistantes, eædem sibi inuicem distantes erunt. 30

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidistet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, esse æquidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duæ lineæ a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secundum quòd omnes sunt in superficie una, secundum enim quòd sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd sunt æquidistātes. Sint igitur omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantem lineas a b, e f, & c d, in punctis K, l, m. Et quia a b æquidistat e f, erit angulus b K l æqualis angulo e l K per primam partem præcedētis, cum illi sint coalterni: at quia a b æquidistat e f, erit angulus K l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco, per secūdam partē præcedentis, ergo angulus b K l, est æqualis angulo c m l, qui cū sint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidistantes: quod est propositū.

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 31.

Quę eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem sunt paralleli. 30

THEON ex Zamb. Sint αβ & γδ, ipsi εζ paralleli, dico quòd αβ, ipsi γδ est parallelus. Incidat enim in eas recta lineas ηθκ, & quoniam in parallelos rectas lineas αβ & εζ, recta linea ηθκ incidit: æqualis est igitur angulus αηθ ipsi ηθζ (per 29 propositionem.) Rursus quoniam in parallelos rectas lineas εζ & γδ recta linea ηκ incidit (per eandem) æqualis est ηθζ, ipsi ηκδ. patuit autem quòd αηθ ipsi ηθζ est æqualis, & quòd ηκδ est æqualis ηθζ, αηκ igitur, ipsi ηκδ est æqualis, et sunt alterni, parallelus igitur est αβ ipsi γδ. quod ostendendum erat.

Euclid. ex Camp. Propositio 31.

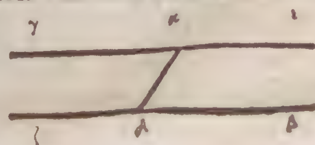


A Pūcto extra lineā dato, lineę propositę ęquidistantē ducere. 31

CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utrinq; protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineam æquidistantē ipsi b c, protraho lineam a d lineę b c superstantem qualitercunq; contingat, & super punctum a, qui est extremitas lineæ a d, cōstituo angulum e a d, per doctrinam 23 propositionis, æqualem angulo b d a sibi coalterno, eritq; a e æquidistans b c per 27 propositionem: quod est propositum.

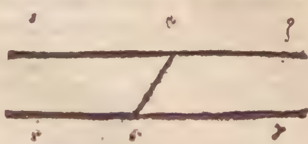
Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propositio 31.

Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31



THEON ex Zamb. Sit quidem datum signum α, data uerò recta linea sit βγ. Oportet iam per datum signum α ipsi βγ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suscipiatur in ipsa βγ, contingens

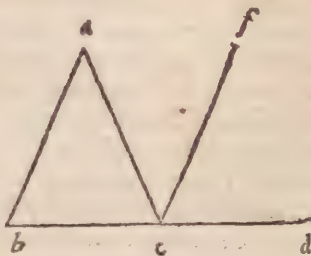
contingens signum, sitq; illud δ, & connectatur (per 1 postulatum) α δ, & constituatur (per 23 propositionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq; in ea signum α, dato angulo α δ γ, æqualis angulus δ α ε, & producatur (per 14 propositionē) in rectum ipsius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales ad inuicem fecit, parallelus est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27 propositionē.) Per datū ergo signū α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

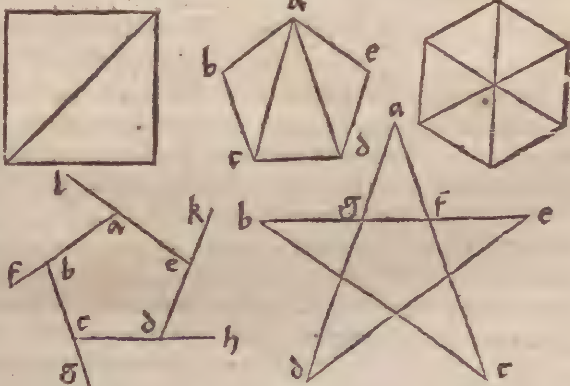
32 

Omnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.



Campanvs. Sit triangulus a b c, cuius latus b c protrahatur usq; ad d, dico quòd angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A puncto c protraham c f æquidistantem a b, secundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primam partem 29 propositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundam partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primum. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

Campani additio. Ex hac autem patet, quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo à prima destiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearum, cùm figura sit clausio linearum, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiē, quod est impossibile per ultimam petitionem. Quadrilatera, secunda: pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triangulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis: quadrilateræ (quæ est secūda) erunt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autē manifestum est, quoniā cùm quælibet talis figura sit in tot triangulos resolubilis, quota ipsa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos, sintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquale, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit à prima, quod est propositum. Sit enim exempli gratia pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducā lineas ad angulos c d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d c, quorū cùm cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicāt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figurā signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis eunt æquales, quantus est numerus quem duplicant anguli propositæ figuræ. Cùm itaq; sint omnes anguli triangulorum, in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 13 propositionem, manifestum constat propositum. Similiter quoq; patet, quòd omnis figuræ polygoniæ



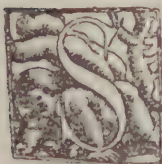
anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis ęquales, quot habuerit angulos, demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiant anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usq; ad f, b c usq; ad g, c d usq; ad h, d e usq; ad K, e a usq; ad l: eruntq; per 13 propositionem duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autē ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet b a l, c b f, d c g, e d h, & a e K, æquales quatuor rectis. Patet etiam quòd omnis pentagonus, cuius unumquodq; latus duo secat, ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis ęquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idē latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cùm sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cùm sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 32.*

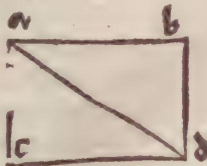
Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, & producatur unum illius latus (sitq; β γ) usq; in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duo bus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniā parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt adinuicē. Rursus quoniā parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ (per 27, 28, 29 propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem quòd α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oportuit ostendere.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

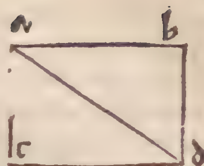


SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniūgantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimæ nonę propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, ęqualis angulo d secundi: ergo per quartam propositionem basis b d primi, est ęqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, ęqualis angulo

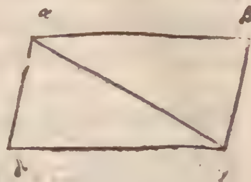
gulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrunq;.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.

33 Æquas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

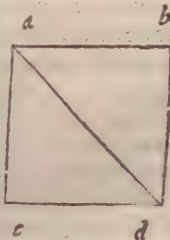
THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, αβ & γδ, & ipsas cōiungant ad easdē partes, rectæ lineæ αγ & βδ, dico quòd αγ & βδ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) βγ. Quoniam parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit βγ, alterni anguli αβγ & βγδ adinuicem sunt æquales, per uicesimam nonam propositionem. Et quoniam æqualis est αβ ipsi γδ, communis autem βγ, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt æquales, & angulus αβγ, angulo βγδ est æqualis. Basis igitur βδ (per quartam propositionem) basi αγ est æqualis, & triangulum αβγ, triangulo (ei quod sub) βγδ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur αγβ, æqualis est ei qui sub γβδ, & angulus βαγ, ei qui sub βδγ. Et quoniam in duas rectas lineas αγ & βδ, recta linea incidit βγ, alternos angulos, hoc est αγβ & γβδ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur est αγ ipsi βδ, (per uicesimam septimam propositionem.) Ostensum autem est, quòd & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt, quod oportuit demonstrasse.*



Euclid. ex Camp. Propositio 34.

34 
Mnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

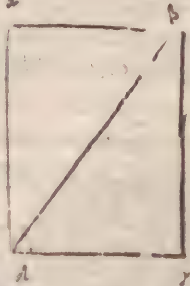
CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quòd linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cùm a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimam nonam. At quia etiā a c & b d sunt æquidistātes, erunt anguli c a d & d b a, qui sunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a, trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est commune, erit per uicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali, per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.



Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 34.

34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariàm secat. χωρίων

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus αγδβ, dimetiensq́; illius βγ esto. Dico quòd parallelogrāmi αγδβ latera & anguli ex opposito, ad inuicem sunt æqualia, & illud βγ dimetiens bifariàm secat. Quoniam enim parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit recta linea βγ (per 29 propositionem) alterni anguli αβγ & βγδ, sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est αγ ipsi βδ, & in eas incidit recta linea βγ, anguli alterni, hoc est αγβ & γβδ æquales sunt ad inuicem. Bina igitur triangula sunt αβγ & βγδ, duos angulos qui sub αβγ & αγβ, duobus angulis βγδ et γβδ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum βγ, & reliqua latera: igitur (per 27 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*



rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ est æquale lateri γδ, & αγ ipsi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ est æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis est angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui sub αγβ: totus igitur angulus αβδ, toti angulo αγδ (per 2 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quòd angulus βαγ angulo γδβ est æqualis. Parallelogrammorũ igitur locorũ anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim αβ æquum est ipsi γδ, & βγ communis est, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ est æqualis: basis igitur αγ (per 4 propositionẽ) basi βδ est æqualis, & triangulũ αβγ triangulo βγδ est æquale. Dimetiens igitur βγ, bifariam secat parallelogrammum αβγδ: quod erat ostendendum.

χωρίων

Euclid. ex Camp. Propositio 35.



Mnes superficies ęquidistãtium laterũ super unã basin atq; in eisdem alternis lineis constitutæ, ęquales esse probãtur. 35

Campanus. Sint duę lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies ęquidistantium laterũ super basin c e, & super eãdem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter ęquidistãtium laterum: dico duas prędictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarũ linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit ęqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g ęqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c ęqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29, uidelicet extrinsecus intrinseco, erit per 4, triangulus a c g ęqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ est g c f e, addita utriq;, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositũ. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eritq; simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, ęquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo pũcta f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitq; lineam f e, sit ut in puncto K, & quia simili argumentatione priori, linea a f est æqualis lineę g h, facta communi linea g f, erit h g ęqualis f h, & triangulus a g c, ęqualis triangulo f e h, Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroq; triangulo f k g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est oppositũ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

Parallelogramma in eadem basi & in eisdẽ parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. 35

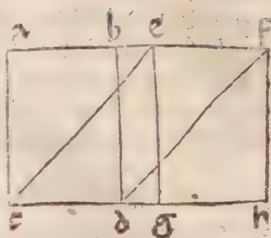
THEON *ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem basi existentia, hoc est βγ, & in eisdem parallelis hoc est, αζ & βγ. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, æquale est parallelogrammo εβγζ. Quoniã enim parallelogrammũ est αβγδ, æqualis est αδ ipsi βγ (per 34 propositionem,) & id propterea etiam εζ ipsi βγ est æqualis: quare & αδ ipsi εζ est æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ est æqualis. At αβ ipsi δγ est æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ sunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur εβ, (per quartam propositionem) basi ζγ est æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ est æquale. Commune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ est æquale. Cõmune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammũ αβγδ, toti parallelogrammo εβγζ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 36.



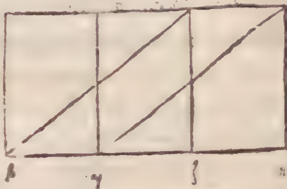
Mnia parallelogrãma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est. 36

CAMPANVS. Parallelogrammũ, dicitur superficies æquidistantiũ laterũ. Sint duę superficies a b c d & e f g h, ęquidistantiũ laterũ constitutę inter duas lineas æquidistãtes quę sunt a f & c h, & super ęquales bases quę sunt c d & g h, dico eas esse ęquales: nam protrahã duas lineas c e & d f, eritq; per 33, superficies c d e f, ęquidistãtium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistãs c d, nam utraq; earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraq; duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.



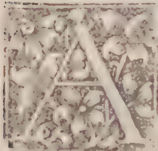
Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



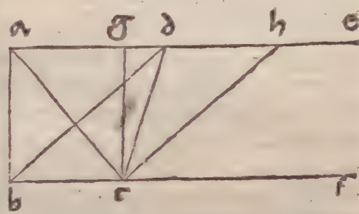
THEON *ex Zamb. Sint parallelogramma* α β γ δ *&* ε ζ η θ, *in æqualibus basibus constituta, hoc est* β γ *&* ζ η, *& in eisdem parallelis, hoc est* α θ *&* β η. *Dico quòd parallelogrammum* α β γ δ *est æquale parallelogrãmo* ε ζ η θ. *Cõnectantur enim* β ε *&* γ θ. *Quoniam æqualis est* β γ *ipsi* ζ η, *sed* ζ η *æqualis est ipsi* ε θ, *&* β γ *igitur ipsi* ε θ *est æqualis: sunt autem paralleli, & coniungunt eas* β ε *&* γ θ: *æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionẽ.) Igitur* ε β *&* γ θ *æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est* ε β γ θ, *& est æquale parallelogrãmo* α β γ δ: *basin enim eandem habet, hoc est* β γ, *& in eisdem est parallelis, hoc est* β γ *&* α θ. *ac per hoc etiam* ζ η θ ε, *ipsi* ε β γ θ *est æquale. Quare parallelogrammum* α β γ δ *parallelogrammo* ε ζ η θ *est æquale. Parallelogrãma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Proposit. 37.*



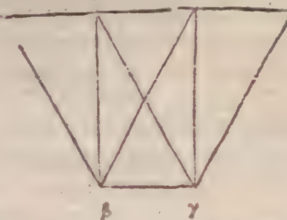
37 Æquales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protrahã enim c g æquidistantẽ a b, & c h æquidistãtẽ d b per 31, eruntq; duę superficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earũ dimidia per correlariũ 34 propositionis, ipsi erũt ęquales per cõmunẽ scientiã quę est, quorum tota sunt æqualia & dimidia, fietq; patet propositũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 37.*

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicẽ sunt æqualia.



THEON *ex Zamb. Sint triangula* α β γ *&* δ β γ, *in eadem basi* β γ, *& in eisdem parallelis* α δ *&* β γ *cõstituta. Dico quòd triangulum* α β γ, *est æquale triangulo* δ β γ. *Producatur (per 2 postulatũ)* α δ *ex utraq; parte, in* ε *&* ζ, *& per* β, *ipsi* γ α *(per 31 propositionẽ) excitetur parallelus* β ε, *& per* γ, *ipsi* β δ *(per eandem) parallelus excitetur* γ ζ. *Parallelogrãma igitur sunt* ε β γ α *&* δ β γ ζ, *& parallelogrammũ* ε β γ α, *(per 35 propositionẽ) æquale est ipsi* δ β γ ζ *parallelogrammo: in eadem enim sunt basi* β γ, *& in eisdem parallelis* β γ *&* ε ζ. *At parallelogrammi* ε β γ α, *triangulũ* α β γ, *dimidium est (per 34 propositionẽ) nam* α β *dimetiens, illud bifariam secat, parallelogrãmi uerò* δ β γ ζ *(per eandem) triangulum* δ β γ *dimidium est, nam* β γ *dimetiens illud bifariam secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam communem sententiam) triangulum igitur* α β γ, *triangulo* δ β γ *est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat ostendendum.*

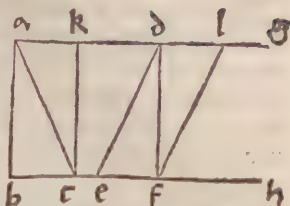
Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*



38 Si duo trianguli super bases æquales atq; inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c & d e f, cõstituti sup bases b c & e f æquales, et inter lineas

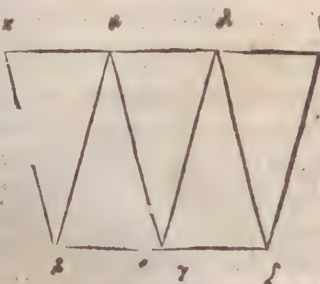
a g & b h ęquidiſtãtes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c K æquidiſtantem a b, & f l ęquidiſtantẽ e d, eruntq́; duę ſuperficies a b c K & d e f æquales (per 36) & quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſententiam.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 28* *Propoſitio 38.*

Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ad inuicem ſunt æqualia. 38

THEON *ex Zamb. Sint trianguli α β γ & δ ε ζ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & α δ.* Dico quòd triangulum *α β γ, æquum eſt triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) α δ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipſi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem)* Parallelogrammum *igitur eſt, & η β γ α & δ ε ζ θ.* At Parallelogrammum *η β γ α (per 36) æquum eſt ipſi δ ε ζ θ parallelogrammo, in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propoſitionem) triangulum α β γ, medietas eſt, α β enim dimetiens, illud bifariàm ſecat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ medietas eſt (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud ſecat bifariàm. Aequalium uerò ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 communem ſententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. quod oportuit demonſtraſſe.*

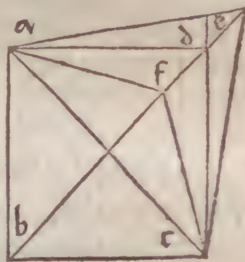


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

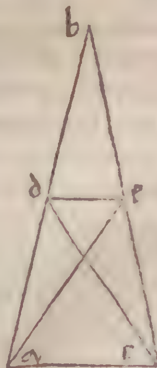


Mnes duo trianguli æquales, ſi in eandẽ baſin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtantes erunt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex una eademq́; parte, ſintq́; æquales: dico eos eſſe inter lineas ęquidiſtantes. Et hęc eſt cõnuerſa 37. A puncto a, protraham lineam æquidiſtantem lineæ b c, quę ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertranſibit ſupra aut infra. Tranſeat primò ſuprà, & ſit a e, producam b d, uſquequo ſecet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c eſt æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triãgulo e b c, pars toti, quod eſt impoſſibile. Non igitur pertranſibit linea quę à pũcto a ducitur ęquidiſtanter b c, ſuprà d. Tranſeat ergo infra, & ſit a f, ſecans lineã d b in puncto f. Protraham ergo lineã f c, & quia (per 37) triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c, ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod eſt impoſſibile. Quia ergo à puncto a, ęquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac autem & præmiſſa, nota quòd ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertiò æquidiſtans, quod ſic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quę ſunt a b & b c, ſecet linea d e per æqualia, a b quidem in puncto d, & b c in pũcto e, dico quòd linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq́; per 31 à puncto e ipſi a b æquidiſtante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quòd linea a d baſis trianguli a e d poſita eſt æqualis lineæ d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtãte, per eandẽ triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e poſita eſt ęqualis lineę e b, triangulus a e d eſt æqualis triãgulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt cõſtituti ſuper eãdẽ baſin, uidelicet lineã e d, & ex eadẽ parte, ipſi erũt per hãc 39 inter lineas ęquidiſtãtes, ergo linea d e, eſt ęquidiſtans lineę a c. Quod quidem propoſitũ ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 39.*

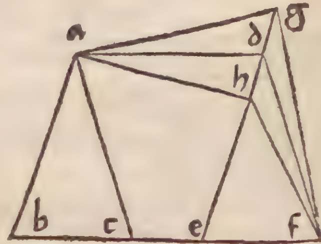
Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis. 39

THEON

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δγβ, cõstituta in eadẽ basi βγ, & ad easdem partes, dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur αδ. Dico quòd αδ ipsi βγ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α signum, ipsi βγ rectæ lineæ parallelus αε, & connectatur εγ. Triangulum igitur εβγ (per 37 propositionem) æquale est triangulo αβγ: in eadem enim sunt basi βγ in eisdemq; parallelis αε & βγ. At triangulum igitur δβγ, ipsi triãgulo αβγ est æquale per hypothesin. Triangulum igitur δβγ, triangulo εβγ est æquale, maius, uidelicet minori quod est impoßibile: parallelus igitur minimè est αε ipsi βγ. Similiterq; ostendemus, quòd nulla alia præter αδ: parallelus igitur est αδ ipsi βγ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio* 40.

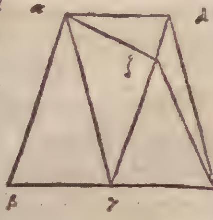
40 I duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq; lineę ex eadem parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquidistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales constituti super duas bases, quæ sunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos esse inter duas lineas ęquidistãtes, & hęc est conuersa 38. Et probatur per ipsam, sicut pręcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistans lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositum: sin autem, pertrãseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit, nisi per punctum d, patet propositum.

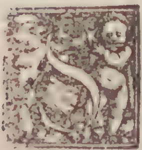
Euclid. ex Zamb. *Theorema* 36. *Propositio* 40.

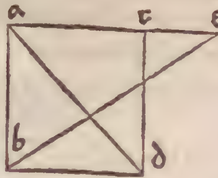
40 Triangula æqualia in ęqualibus basibus existentia, & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

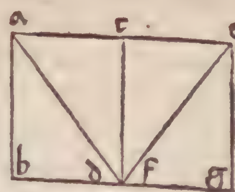


THEON ex Zamb. *Sint triangula æqualia αβγ & γδε, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & γε, & ad easdem partes α. Dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per primum postulatum) αδ. Dico quòd αδ ipsi βε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α ipsi βε parallelus αζ, & connectatur ζε. Triangulum igitur αβγ, triangulo γζε est æquale: (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta βγ et γε, & in eisdem parallelis βε & αζ, sed triangulum αβγ, triangulo δγε est æquale. Triangulum igitur δγε, æquum est triangulo ζγε, maius minori, quod est impoßibile: parallelus igitur minimè est αζ ipsi βε. Similiterq; ostendemus quòd nulla præter αδ. Parallelus igitur est αδ ipsi βε, quod ostendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio* 41.

41 I parallelogrammũ triangulusq; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammum triangulo duplum esse conueniet.





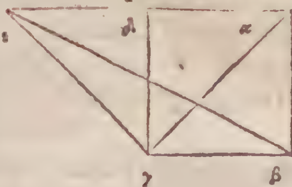
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d super basin b d, & inter lineas a e et b d, quę sint ęquidistãtes. Dico parallelogrãmũ, duplũ esse triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrãmi per correlariũ 34, & qa triãgulus e b d est ęqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrãmi a b c d, quod est propositũ. Similiter quoq; potest probari, quòd si parallelogrammũ triangulusq; in ęqualibus basibus atq; inter lineas ęquidistãtes fuerint constituta, parallelogrãmũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ posuit Euclides

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlarium, & 38, diuiso parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel super basin parallelogrammi inter easdem lineas æquè distantes triangulo cõstituto, ad quem duplũ erit parallelogrammũ per hãc præcedentẽ, et ipse æqualis alteri dato triangulo, per 38.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 41.*

Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdemq; fuerint parallelis, trianguli parallelogrammum duplum erit. 41

THEON ex *Zamberto. Parallelogrammum enim αβγδ, & triangulum εβγ, eandem habeant basin βγ, in eisdemq; sint parallelis βγ & αε. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, trianguli βεγ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatum) αγ. Triangulum igitur αβγ (per 37) æquale est triangulo εβγ: in eadem sunt basi βγ, & in eisdem parallelis βγ & αε. Sed parallelogrammum αβγδ, duplum est ipsius trianguli αβγ (per 34 propositionem) etenim dimetiens αγ illud bifariàm secat. Quare parallelogrammum αβγδ, ipsius trianguli εβγ duplum est. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod sequitur reliquum, quod erat ostendendum.*

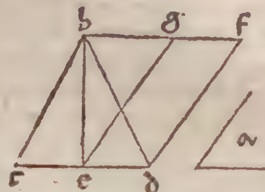


Euclid. ex Camp. *Propositio 43.*



AEquidistantium laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis. 42

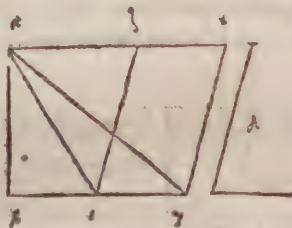
CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f ęquidistantem c d, eritq; (per 38) triangulus b e d æqualis triangulo b e c, quare triangulus b e d, est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo (per 23) angulum d e g, ęqualem angulo a, & perficio parallelogrammum g e d f, quod etiam quia per pręcedentẽ est duplum ad triangulum b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammum g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerso positorum est ęqualis angulo a, quod fuit propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 42.*

Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo. 43

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum αβγ, datus uerò angulus rectilineus sit δ, oportet iam ipsi triangulo αβγ æquale parallelogrammum cõstruere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionem) linea βγ bifariàm, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) αε. Constituaturq; (per 23 propositionem) ad datã rectam lineam εγ, ad datumq; in ea signũ ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γεζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi εγ excitetur parallelus αη & (per eandem) per γ ipsi εζ, parallelus excitetur γη: parallelogrammum igitur est ζεγη. Et quoniam æqualis est βε ipsi εγ, triangulum αβε (per 38) triangulo αεγ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus βε & εγ, & in eisdem parallelis βγ & αη. Duplum igitur est triangulum αβγ, trianguli αεγ: basin enim eandem habet, in eisdemq; parallelis est: parallelogrammum igitur ζεγη æquum est ipsi triangulo αβγ, & habet angulum γεζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triangulo αβγ, æquale constitutum est parallelogrammum ζεγη, in angulo γεζ qui æqualis ipsi δ, quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 43.*

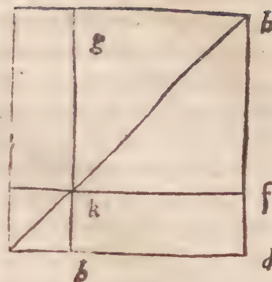


OMnis parallelogrãmi spatij, eorũ quę circa diametrũ sunt parallelogrãmorũ supplemẽta, ęqua sibi inuicẽ esse necesse est. 44

CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protrahã e f ęquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quę secet diametrũ in pũcto K à quo ducam K g æquidistantem utriq; duorum laterum a c & b d, & producam eam quousque

secet

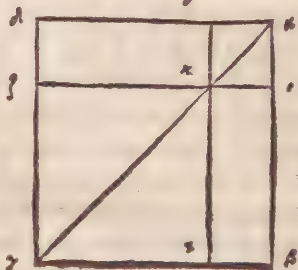
a b & c d, sitq; tota g K h. Erit totũ parallelogrammũ a b c d diuisum in quatuor parallelogramma, quorum duo, scilicet e c k h & g K b f dicuntur cõsistere circa c b, eo quòd diameter transit per medium eorum, & ideo sunt circa diametrum: reliqua duo, scilicet, a e g K & K h f d, dicuntur supplementa. Hæc duo supplementa dicũtur esse ęqualia: sunt enim duo trianguli a b c & d c b, ęquales per correl. 34 propositionis: similiter quoq; duo triãguli g K b & f K b, sunt ęquales per idem correlariũ: at duo trianguli c e K & K h c, similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b f K & K c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b K & K c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem residua, quę sunt duo dicta supplementa, æqualia: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 43.*

43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius sit α γ, circa uerò α γ parallelogramma ε θ & η ζ, supplementa uerò sint β κ & κ δ.* Dico quòd *supplementum β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammum est α β γ δ dimetiens uerò illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionem) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammum est α ε κ θ, dimetiens uerò illius est α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum est triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulum κ ζ γ, æquum est triangulo κ η γ. At quoniam triangulum α ε κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulũ κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triangula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia: est autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur supplementũ β κ (per 3 cõmunem sentẽtiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.*

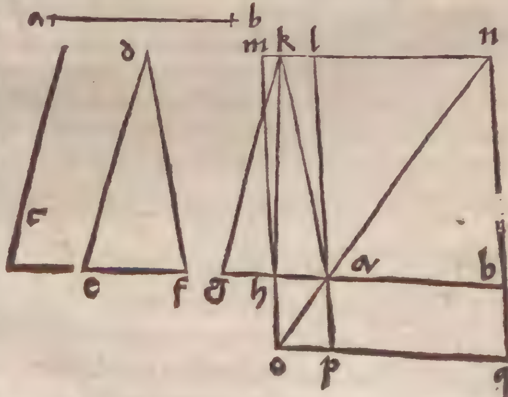




Euclid. ex Camp. *Propositio 44.*

44 PRoposita linea recta, super eam superficiem æquidistantiũ laterum, cuius angulus sit angulo adsignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis designare.

CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterum super lineam aliquam, est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineã a b uolo designare superficiem unam æquidistantium laterum, ita quòd linea a b sit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorum ex aduerso positorũ sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc à 42. quia hic datur latus unius superficiei describẽdę, scilicet linea a b, ibi autẽ nullũ. Cùm ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineæ a b secundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f basi triãguli dati, super quam constituo triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulũ a K g æqualẽ angulo e, & angulũ g a K æqualẽ angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a K æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in pũcto h, & protraham K h, & producam à puncto K lineã m K n æquidistantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h K, ęqualis triangulo g h k. Tunc super punctũ lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistãtes, superficiẽ æquidistantiũ laterũ m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h K a: æqualis igitur totali triangulo K g a, quare & triangulo d e f proposito.



Protraham

Protraham ergo b n æquidistantē a l, & producam diametrum n a, quam protrahā quousque concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem ęquidistantiū laterum m o n q, & protraham l a usque ad p punctum lineæ o q, eritque per præcedentem, supplementum a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triāgulo d e f, & quia (per 15) angulus l a h est ęqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datā lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex adverso positorū, qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrāmum *construere in dato angulo rectilineo. 44

παραβα λεῖν

παραβα- λεῖν

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea αβ, datum uerò triangulum, sit γ: datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam αβ, dato triangulo γ æquale parallelogrammum *prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrāmum βεζη, in angulo εβη, qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatum) ponatur, ut βε sit in rectum ipsi αβ, & extendatur ζη in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque & βη & εζ parallelus excitetur αθ, & connectatur (per primum postulatum) θβ. Et quoniam in parallelos αθ & εζ recta linea incidit θζ, anguli ergo αθζ, θζε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli uerò βθη & ηζε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θβ & ζε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisque εα & ζθ parallelus excitetur κλ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θα & ηβ ad λ μ, signa. Parallelogrammum igitur est θλκζ, illiusque dimetiens est θκ, circa uerò ipsum dimetientem θκ parallelogramma sunt αη & με, supplementa uerò λβ & βζ. Igitur (per 43) λβ ipsi βζ est æquale, sed βζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λβ, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus ηβε (per 15) angulo αβμ est æqualis, sed angulus ηβε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur αβμ ipsi δ est æqualis. Ad datā igitur rectā lineam αβ, dato triangulo γ æquale parallelogrammum *prætenditur λβ, in angulo αβμ, qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.*

παραβέ- βληται

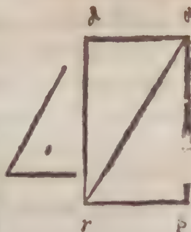
Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

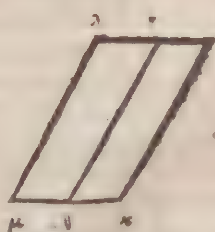


DAto rectilineo, æquale parallelogrammū constituere in dato angulo rectilineo. 45

THEON ex Zamberto. *Sit datum rectilineum αβγδ, datus uerò angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi αβγδ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δβ & constituatur (per 42) triangulo αβδ æquale parallelogrammum ζθ, in angulo θκζ, qui ipsi ε est æqualis, & *prætendatur (per 44) ad rectam lineam ηθ, triangulo δβγ quale parallelogrammum ημ, in angulo ηθμ, qui ipsi ε est æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θκζ, & angulus*

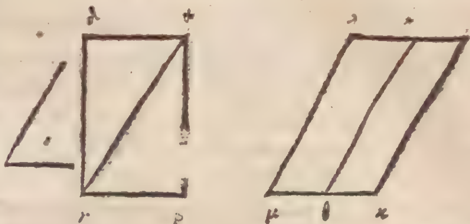
παραβε- βλήσθω





angulus γ δ μ est æqualis, angulus igitur δ κ ζ, angulo κ δ μ æqualis. Communis ponatur angulus κ δ π, anguli ergo ζ κ δ & κ δ π, angulis κ δ γ & γ δ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ δ & κ δ π (per 29 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ δ π & κ δ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquã igitur rectã lineã κ δ (per 14 propositionẽ) ad aliquodq; in ea signũ δ, binæ rectæ lineæ κ δ & δ μ nõ in eisdẽ partibus existentes, * utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiẽtes. In rectũ igitur est κ δ ipsi μ δ. At quoniã in parallelos κ μ & ζ κ recta linea incidit δ κ, alterni anguli μ δ κ & δ κ ζ (per 29 propositionẽ) sibi inuicẽ sunt æquales. Cõmunis ponatur ãgulus δ κ λ. Anguli ergo μ δ κ & δ κ λ, ãgulis δ κ ζ & δ κ λ sunt æquales. ἐφεξῆς

Sed ãguli μ δ κ et δ κ λ (per eandẽ) duob. rectis sunt æquales. In rectũ est igitur linea ζ κ, lineæ κ λ. At quoniã κ ζ ipsi δ π (per 34) æqualis est & parallelus, & ipsi δ π ipsa μ λ, igitur (per 1 cõmunẽ sentẽtiã) ζ κ ipsi μ λ æqualis est & parallelus (per 30 propositionẽ.) Sed eas cõiungũt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propositionẽ) æquales & paralleli sunt: parallelogrãmũ igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum



α β δ parallelogrammo ζ δ est æquale, & triangulũ δ β γ parallelogrammo κ μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrammo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquum parallelogrãmum constitutum est κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 45.

45 
EX data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo, per 11, lineas a c & b d perpendiculares ad lineã a b, quę erunt æquidistantes, per ultimã partẽ 28, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineã c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b, per 23. Et quia uterque duorum angulorũ a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.

Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidistans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistans a c, & omnes anguli, recti, per ultimã partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.

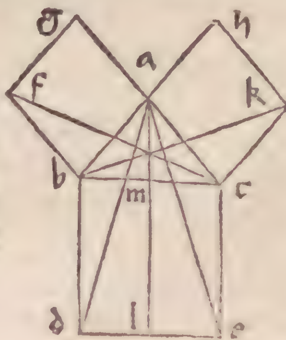
Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

46 Ex data recta linea quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ α β, à dato signo α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propositionẽ) ipsi α β æqualis α δ. Et (per 31 propositionẽ) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrãmum igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α γ ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulũ est. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: angulus autẽ β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiam rectus, parallelogrammorum * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicẽ sunt æqualia (per 34 propositionem) Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli: sunt recti. Rectangulũ igitur est α β ε δ, ostensum autem est, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat. χωρίων.

Euclid. ex Camp. Propositio 46.

46 
IN omni triangulo rectangulo, quadratũ quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquũ est duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.



CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquum est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hęc tria latera, secundū doctrinā præcedentis, sitq; quadratū b c, superficies b c d e, & quadratū b a, superficies b f g a, & quadratum a c, superficies a c h K. Ab angulo a recto, ducā ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet a l æquidistantem utriq; lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d & a e. Itemq; a duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorū, duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b K & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorum c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & inter duas lineas æquidistantes, quę sunt c g & b f, constituta sunt, parallelogrammū b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quòd uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l: ergo per communem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrammū b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis K b c & a e c, probabimus quadratū a c h K esse æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33* *Propositio 47.*

In rectāgulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectū angulum continentibus. 47

THEON ex Zamb. *Sit triangulum rectāgulum αβγ, rectum habens qui sub βαγ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex βγ, æquum est quadratis quæ fiunt ex βα & αγ.* Describatur enim (per 46) *ex βγ, quadratum βδεγ, & (per eandem) ex βα & αγ, quadrata αβζη & αγκθ. Et per α, ipsis βδ & γε, (per 31 propositionē) parallelus excitetur αλ, & connectantur (per 1 postulatū) αδ & γζ. Et quoniam anguli βαγ & βαη sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam βα, ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ αγ & αη non*
ἐφεξῆς *in easdem partes proiectæ, angulos * utrobique duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est αγ ipsi αη. Ac per hoc & βα ipsi αθ est in rectum. Et quoniam angulus δβγ æqualis est angulo ζβα, rectus enim uterque est, communis ponatur angulus αβγ: totus igitur δβα, toti ζβγ est æqualis. Et quoniam duæ αβ & βδ duabus βζ & βγ sunt altera alteri æquales, & angulus δβα angulo ζβγ est æqualis, basis igitur αδ basi ζγ (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum αβδ triangulo ζβγ est æquale. Trianguli uerò αβδ (per 41) parallelogrammum βλ duplum est: basim enim habet eandē, hoc est βδ, in eisdemq; est parallelis, hoc est βδ & αλ. Et trianguli quoq; ζβγ (per eandem) quadratum ηβ duplum est, basin namq; eandem habet, hoc est βζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζβ & ηγ: quæ autem æqualium dupla sunt (per 6 communem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammum igitur βλ æquum est quadrato ηβ. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) αε & βκ, ostendetur parallelogrammum γλ, æquale esse quadrato θγ. Totum igitur quadratū βδεγ, duobus ηβ & θγ quadratis æquum est. Et quadratum βδεγ, est descriptū ex βγ: at quadrata ηβ & θγ, sunt descripta ex βα & αγ. Quadratum igitur quod ex βγ latere, æquum est quadratis quæ fiūt ex lateribus βα & αγ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.*

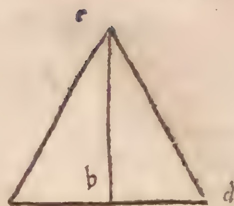
Euclid. ex Camp. *Propositio 47.*


I quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus, cui latus illud opponitur. 47

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratū describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b c simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A pūcto b extraho lineam

b d per 11

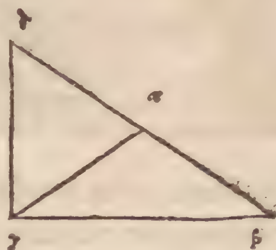
b d per 11 perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualē a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratū d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d posita est æqualis b a, erūt per communē scientiam, quę est linearum æqualium ęqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem scientiam quę est cōuersa prioris, scilicet lineas, quarum quadrata sunt æqualia esse æquales, erit d c æqualis a c: quare per 8. angulus b, trianguli a b c, est rectus: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 48.*

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratū, ęquale fuerit eis quę ex reliquis triāguli lateribus, quadratis: angulus cōprehēsus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

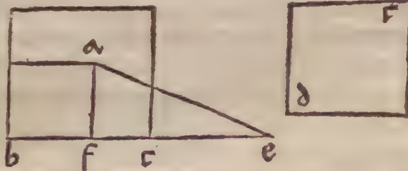
THEON *ex Zamb. Trianguli nanq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum sit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α signo, ipsi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propositionē) ponatur ipsi α β æqualis α δ, & (per 1 postulatū) cōnectatur δ γ. Et quoniā æqualis est δ α ipsi α β, quadratū quod ex δ α, æquum est quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia sunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedētem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum est quadratum quod ex δ γ. Rectus enim est angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex β γ, nam id receptum est. Quadratū igitur quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ est æquale: & quoniam α δ, ipsi α β est æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ sunt æquales, & basis δ γ, basi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δ α γ, rectus est: rectus igitur est & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat ostendendum.*



CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.

Proponantur ergo duo quadrata, scilicet a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unū latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quòd f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex educam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentum, secundum penultimam primi: quadratū e a est tantū, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e: ergo illa totalis linea, scilicet e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e: sed quadratum a e (ut prius probatum fuit) est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratū b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM elementorum, Liber ſecundus.

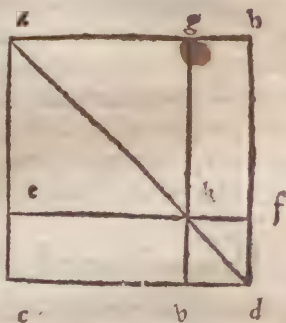
Euclides ex Campano.



Mne parallelogrammum rectãgulum, ſub duabus lineis angulum rectum ambiẽtibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies ęquidiſtantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrãmi ſpatij, ea quidem quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorũ uerò parallelogrammorum quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplemẽta, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammũ a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecãtes ſe ſuper diametrũ a d, in puncto K, erit ipſum parallelogrammũ diuiſum in 4 parallelogrãma. Et unumquodq; duorũ parallelogrammorũ quæ ſunt a g e K & K f h d, quæ diameter ſecat per mediũ, dicitur cõſiſtere circa diametrũ. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicũtur ſupplementa: quæ duo ſupplemẽta, cum utroq; dictorũ parallelogrãmorum conſiſtentiũ circa diametrũ, componũt figuram quandã, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complemẽtum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.

Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

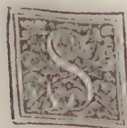


Mne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

χωρίων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quæ circa dimetiẽtem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplemẽtis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



I fuerint duę lineę, quarũ una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquũ erit ijs quę ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquanq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duæ lineæ a b & c, qua

rum una

rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quæ fiũt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectãgulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e K, ex c in d e, & rectangulum e K b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerum eſſe propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si fuerint binæ rectę lineę, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcũq; ſegmẽta, rectangulũ cõprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquũ eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq;, in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum cõprehenſum ſub α & βγ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α et βδ, & ei quòd ſub α & δε, & etiam ei quòd ſub α & εγ. Excitetur nãq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis βη, & per η ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, et (per eandẽ) per δ ε γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iã βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quòd ſub α & βγ: cõprehẽditur enim ſub ηβ et βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α et βδ: cõprehẽditur nãq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ, ei quod ex α & βδ cõprehẽditur nanq; ſub γβ & βδ, æqualis autem eſt βγ ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quòd ſub α & εγ, quod igitur ſub α et βγ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo biæ rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdẽdũ.*

Eucl. ex Camp. *Propoſ. 2.*

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineę in ſeipſam fit, ęquũ erit ijs quę ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b dico quòd illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, ęquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquãq; dictarũ partiũ, quod palàm patebit, ductis e g et d h ęquidiſtãter a c et b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu K in omnes partes a b. Et quia ex K in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex K in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod K & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

2 Si recta linea ſecetur utcũq;, quę ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ cõprehenſum ſub αβ et βγ, cum rectãgulo comprehẽſo ſub βα & αγ, æquum eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum αδεβ, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε parallelus γζ, æquum eſt igitur αε ipſis αζ & γε, eſt autem αε ex αβ quadratum. Et αζ ſub βα & αγ rectangulum contentum, comprehenditur enim ſub δα & αγ, æqualis autem eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quòd ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem partis in

ſeipſam & alterius in alteram.

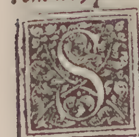
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partẽ a c, æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis, et ei quod fit ex eadẽ parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitũ. Aliter. Sumatur g ęqualis a c. Et quia b a in a c tantũ eſt quãtũ a c in a b, et ecõuerſo, & a c in a b, itẽ et in c b & in ſeipſam quantũ g in eaſdẽ, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propoſitũ, ſcilicet quòd tantũ erit a c in a b, quantum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulũ ſub tota & uno ſegmentorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehẽditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

THEON *ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulũ comprehẽſum ſub αβ & βγ, æquũ eſt rectãgulo comprehenſo ſub αγ & γβ, cum quadrato quod ex βγ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex βγ, quadratum γδεβ, et extẽdatur εδ in ζ, (per 2 poſtulatũ.) Et per α, utriq; γδ & βε (per 31 primi) parallelus excitetur αζ. Aequum iã eſt αε, ipſis αδ & γε, eſtq; αε rectangulũ comprehenſum ſub αβ & βγ, cõprehẽditur etenim ſub αβ & βε, et æqualis eſt βε ipſi βγ. Et αδ eſt quod ſub αγ & γβ, æqualis enim eſt δγ ipſi γβ, at δβ quadratũ eſt quod fit ex γβ, Rectangulũ igitur contentũ ſub αβ & βγ, æquum eſt rectangulo cõprehenſo ſub αγ & γβ cum quadrato quod ex βγ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate, quod demõſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*



S I fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit, ęquũ eſt ijs quę ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis: ex hoc manifeſtũ eſt, quòd in om̃i quadrato duę ſuperficies quas diameter ſecat per mediũ, ſunt ãbę quadratę. 4

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratũ totius a b, æquũ eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratũ alterius partiũ, ſitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomẽ ſecundũ ductũ directiuũ lineæ alterius, ſcilicet a c, quẽ faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protraham diametrum b d, & à puncto a e ducam perpẽdicularẽ ſuper lineam a b, quæ ſit a K, quã a K & diametrũ b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrãt in puncto f, & à pũcto f producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſq; quo concurrant in pũcto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad K. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadẽ ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per ſecundã partẽ 29 primi, et 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & K f d & K d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt ęquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f K & K d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & K d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineę a b, conſtat ex duobus quadratis quę cõſiſtunt circa diametrũ quę ſunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ unũquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; p 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantũ fit quantũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itẽq; ex ipſa a b tota in b c tantũ fit quantũ ex c b in ſe & ex c b in a c per eandẽ, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquũ eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitũ. Sed hac uia non patet correlarium, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis conſona.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si recta linea ſecetũ utcũq;, q̃dratũ quod fit ex tota, æquũ eſt quadratis quę fiũt ex ſegmẽtis, & ei quod bis ſub ſegmẽtis cõprehẽdit rectãgulo. 4

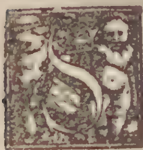
THEON

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ. Dico quòd quadratū α β, æquū est quadratis quæ fiunt est α γ & γ β, & bis sub α γ & γ β contento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ ε β, & connectatur β δ, & (per 31 primi) per γ, utrisq; α δ & β ε parallelus excitetur γ ζ, dispescens diametrū β δ in κ signo, (per eandem) per κ, utrisq; α β et δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniā parallelus est γ ζ ipsi α δ, & in eas incidit β δ (per 28 & 29 primi) āgulus exterior γ κ β æqualis est interiori & opposito α δ β. Sed angulus α δ β, ei qui sub α β δ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus β α, lateri α δ est æquale. Igitur angulus γ κ β, angulo κ β γ est æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ κ est æquale. Sed γ β ipsi κ κ est æquale, & γ κ ipsi κ β: igitur κ κ ipsi κ β est æquale: æquilaterū igitur est γ κ κ β. Dico etiā q rectāgulū, quoniā parallelus est γ κ ipsi β γ, & in eas incidit linea κ β, anguli igitur κ β γ & κ γ β (per 29 primi) duob. rectis sunt æquales, angulus aūt κ β γ rectus est: rectus igitur est et angulus β κ κ. Quare (per 34 primi) et ex opposito anguli γ κ κ & κ κ β sunt recti. Rectāgulū igitur est γ κ β. Ostēsū aūt est q et æquilaterū, quadratū igitur est, estq; ex β γ, ac p hoc etiā θ ζ quadratū est, et est ex α κ, hoc est α γ. Quadrata enim θ ζ et γ κ, sūt ex lineis α γ et γ β. Et quoniā α κ æquū est ipsi κ ε, estq; α κ id quod sub α γ & γ β, æqualis nāq; est κ γ ipsi γ β, igitur κ ε (per 43 primi) æquū est ei quod sub α γ & γ β. Igitur & α κ & κ ε, æqualia sunt ei quod bis est sub α γ & γ β. Quadrata aūt θ ζ & γ κ, sunt ex α γ & γ β. Quatuor enim α ζ, β κ, γ κ et κ ε, sunt eis æqualia quæ fiūt ex α γ et γ β quadratis, et ei quod fit bis sub α γ et β γ rectāgulo. Sed θ ζ, γ κ, α γ, & κ ε, sunt totū α δ ε β, quod est quadratū quod ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est eis quæ fiunt ex α γ, & γ β quadratis, & ei quod bis sub α γ & γ β cōprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea secetur utcunq; quadratū quod fit ex tota, æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectangulo: quod demonstrasse oportuit.*

ALITER idē ostēdere. *Dico q quadratū α β, æquū est eis quæ fiūt ex α γ et γ β quadratis ei quod bis sub α γ et γ β cōprehēditur rectāgulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est α β ipsi α δ, æqualis est angulus α β δ ei qui sub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniā omnis triāguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis sunt æquales (per eandē) Rectus aūt est angulus β α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq; igitur α β δ & α δ β, dimidiū est recti. Angulus aūt β γ κ, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ κ β, dimidiū est recti. Angulus igitur γ κ β, angulo γ β κ est æqualis, quare & latus β γ, æquale est ipsi γ κ, sed β γ ipsi κ κ est æquale, & γ κ ipsi β κ est æquale. Aequilaterū igitur est γ κ, habet autem & angulū γ β κ, rectū: quadratū est igitur γ κ, & est ex β γ, & ob id etiā θ ζ quadratū est, & æquū est ei quod ex α γ: igitur γ κ & θ ζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniā æquū est α κ ipsi ε κ, estq; α κ id quod sub α γ & γ β: æqualis enim est κ γ ipsi γ β, & ε κ igitur æquū est ei quod fit sub α γ & γ β: igitur α κ et ε κ, sunt æqualia ei quod bis fit sub α γ & γ β. Sūt autē γ κ & θ ζ, æqualia eis quæ fiūt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ κ, θ ζ, α κ, & κ ε, sunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit sub α γ & γ β: sed γ κ, θ ζ, α κ, & κ ε, totū sunt α ε quadratū quod fit ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est quadratis quæ fiūt ex α γ et γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur sub α γ & β γ: quod ostendere oportuit.*

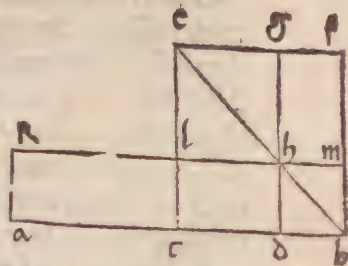
CORRELARIVM. *Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt.* χωρίοις.

Euclid. ex Camp Propositio 5.

5 

I linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū cōtinetur cū eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasq; est sectiones describitur, æquum est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.

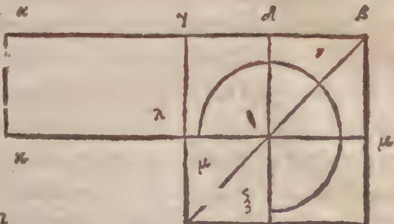
CAMP. Sit linea a b diuisa per æqualia in pūcto c, & per inæqualia in puncto d, dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Describam quadratum c b, quod sit c b f e, in quo protraham diametrū e b, & ducam d g æquidistantē b f, quę secet diametrū e b in pūcto h, & à pūcto h educā æquidistantē lineę a b, quę sit h k secans lineā b f in pūcto m, & lineā c e in pūcto l, & protrahā a k, ęquidistantē c e. Eritq; per correlariū pręmissæ, utraq; duarū superficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo supplementa e h & h f, ęqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrāmū c m ęquale parallelogrāmo d f, et quia a l est ęquale c m per 26 primi, erit a h ęquale gnomoni qui circunstat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g: erit a h cum quadrato l g ęquale quadrato e f, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, rectangulũ comprehensum sub inæqualibus segmentis totius, unà cũ quadrato eius quæ media est sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

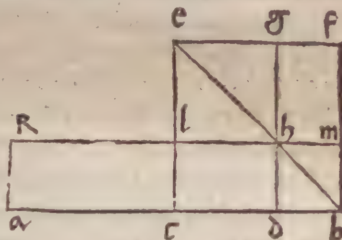
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd rectangulũ comprehensum sub α δ & δ β unà cum quadrato quod ex γ δ, æquũ est ei quod fit ex γ β quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratũ γ ε ζ β, & (per primũ postulatũ) connectatur β ε, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ η, secans β ε in puncto θ, & rursus (per eandẽ) per θ, utrisq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipsi α β: & rursus (per eandem) per α, utrisq; γ λ & β μ parallelus excitetur α κ. Et quoniã (per 43 primi) supplementũ γ θ æquum est supplemẽto θ ζ, cõmune ponatur δ μ: totũ igitur γ μ, toti δ ζ est æquale. Sed γ μ ipsi α λ est æquale, quoniã α γ ipsi γ β est æqualis, & α λ igitur ipsi δ ζ est æquale. Commune ponatur γ θ, totũ igitur α θ ipsis δ λ & δ ζ est æquale. Sed α θ æquũ est ei quod sub α δ & δ β, æqualis enim est δ θ ipsi δ β, & ζ δ λ est μ ν ξ gnomon. Gnomõ igitur μ ν ξ æqualis est ei quod sub α δ & δ β. Commune ponatur λ η, quod æquũ est ei quod fit sub γ δ: gnomõ igitur μ ν ξ & λ η, sunt æqualia rectãgulo comprehẽso sub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μ ν ξ & λ η, totũ sunt quadratũ γ ε ζ β quod est ex β γ. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β unà cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ est ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonstrasse.*



Euclid. ex Camp. Propositio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatᵉ, alia uerò ei linea in longũ addatᵉ, quod ex ductu totius iã cõpositæ, in eã quæ iam adiecta est, cũ eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquũ est ei quadrato quod ab ea quæ cõstat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur. 6

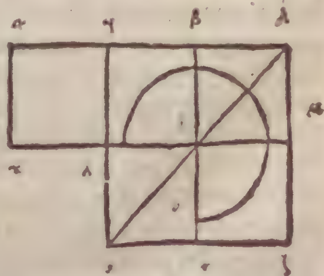
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in pũcto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratũ c d, quod fit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrũ d e, & ducã lineam b g æquidistantem d f, quæ secet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producã æquidistãtem lineæ a b, quæ sit h K, secans d f in puncto m, & c e in pũcto l, & producã a K, æquidistantem el, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 42 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circunstanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarũ superficierũ l g & b m est quadrata per correl. 4 huius: patet propositũ.



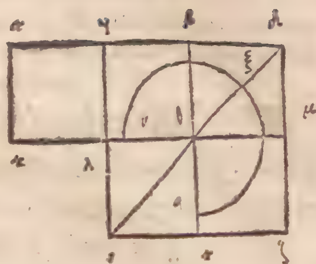
Eucl. ex Zamb. Theor. 6. Prop. 6.

Si recta linea bifariã secetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulũ cõprehensum sub tota cum apposita & apposita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ est ei quod fit ex cõiuncta ex dimidia & apposita, tanquam ex una descripto quadrato. 6

THEON ex Zam. *Recta enim linea α β secetur bifariàm in signo γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectũ β δ. Dico quòd rectãgulũ comprehensum sub α δ & δ β, unà cũ quadrato quod fit ex β γ, æquũ est ei quod fit ex δ γ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ε ζ δ, & (per 1 postulatũ) cõnectatur δ ε, & (per 31 primi) per β signũ, utriq; earũ ε γ & δ ζ, parallelus excitetur β η, secans δ ε in pũcto θ, & per eandẽ) per θ signũ, utriq; ipsarũ α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ & insuper (per eãdẽ) per α, utriq; earũ γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniã igitur (per 36 primi) æqualis est α γ ipsi γ β, æquũ est α λ ipsi γ θ. Sed (per 34 primi) γ θ æquum est ipsi θ ζ, igitur & α λ ipsi θ ζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γ μ: totum igitur α μ, gnomoni ν ξ ο est æquale.*



Sed α μ est id quod fit sub α δ & δ β, æqualis enim est δ μ ipsi δ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo cõprehenso sub α δ & δ β. Commune apponatur λ κ, quod æquũ est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur cõprehensum sub α δ & δ β, unà cũ eo quod ex β γ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ κ, sed gnomõ ν ξ ο & λ κ, totũ sunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectãgulum igitur cõprehensum sub α δ & δ β, unà cum quadrato, quod ex β γ, æquũ est quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua: quod ostẽdere oportuit.

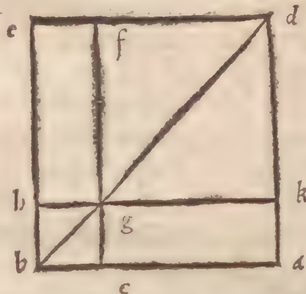


Euclid. ex Camp. Propositio 7.



7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam, cum eo quod est ex ductu alterius partis in se ipsam, æquum est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in seipsam.

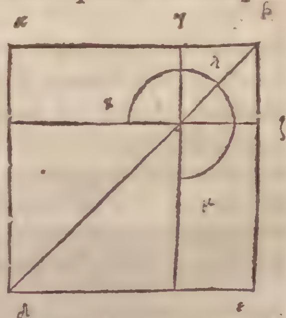
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in pũcto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquũ est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratum totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e secans diametrum in puncto g, & ducatur K g h æquidistans a b. Et quia quadratũ a e cum quadrato c h tantum sunt, quãtum quadratum K f cum duabus superficiebus a h & c e: patet propositũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & quod ex uno segmentorũ utraq; fiũt quadrata, æqualia sunt, rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmẽto, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

THEON *ex Zãb. Recta enim linea α β, secetur utcũq; in signo γ, dico q, quadrata ex α β & β γ, æqua sunt rectãgulo cõtento bis sub α β et β γ, et ei quod fit ex α γ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex α β quadratũ α δ ε β, describaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ est α κ ipsi κ ε, cõmune apponatur γ ζ: totũ enim α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ et γ ε, duplũ est ipsius α ζ: sed α ζ et γ ε sunt κ λ μ gnomõ, et γ ζ quadratũ, et κ λ μ igitur gnomon et γ ζ duplũ est ipsius α ζ. Est autẽ ipsius α ζ duplũ, etiã id quod bis sub α β et β γ fit, æqualis enim est β ζ ipsi β γ, ergo κ λ μ gnomõ, et quadratũ γ ζ, æquũ est rectãgulo cõtẽto bis sub α β et β γ, cõmune apponatur δ κ, quod est quadratũ ex α γ: gnomon igitur κ λ μ, & β κ & κ δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomõ, & quadrata β κ & δ κ, totũ sunt β α δ ε & γ ζ, quæ sunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia sunt rectangulo bis sub α β & β γ cõprehenso, cũ eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonstrasse oportuit.*

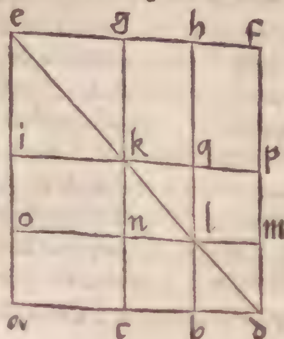


Euclid. ex Camp. Propositio 8.



8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longũ æqualis uni diuidentiũ adiũgatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in seipsam fiet, æquũ erit ĳs quę ex ductu prioris lineę in eã adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

CAMPANVS. Sit a b diuisa iu pũcto c, qualitercũq; cõtingat, cui addatur b d æqualis c b, dico quòd quadratũ totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrũ in punctis K l, per quæ puncta ducãtur p q K r, & m l n o, æquidistãtes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierũ r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b posita est



ta est æqualis b d, erit utraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p, æqualia, & quia totus gnomo circunstans quadrato r g, est per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l: patet propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

Si recta linea secet utcunq;, rectangulũ cõprehẽsum quater sub tota & uno segmẽtorũ cũ eo quod ex reliquo segmẽto est quadrato, æquũ est ei quod fit ex tota et prędicto segmẽto tanq; ab una descripto quadrato. 8

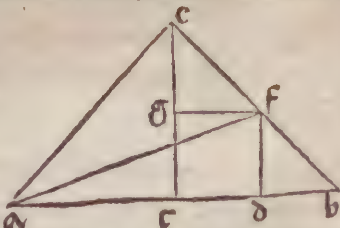
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β secetur utcunq; in signo γ, dico quòd quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulũ, unà cũ eo quod ex α γ quadrato, æquũ est est ei quod fit ex α β et β γ, tanquã ab una descripto quadrato. Producãtur enim (per 6 secũdi) in rectã lineã ipsi α β recta linea β δ, et põatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratũ α ε ζ δ, et describatur dupla figura. Quoniã igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi κ κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, et κ κ igitur ipsi κ ν est æqualis. et perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniã æqualis est β γ ipsi β δ, & κ κ ipsi κ ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & κ ρ ipsi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale: supplementa enim sunt parallelogrãmi γ ο, & κ δ, igitur ipsi ν ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, κ ρ, & ρ ν, sibi inuicẽ sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniã æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidẽ ipsi β κ, hoc est ipsi γ κ est æqualis: & γ β igitur, hoc est κ κ ipsi κ π est æqualis: et γ κ igitur ipsi κ π est æqualis. Et quoniã æqualis est γ κ ipsi κ π & π ρ ipsi ρ ο, æquum est α κ ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ζ, sed μ π ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt parallelogrãmi μ λ: & α κ igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdẽ) est æquale. Quatuor igitur α κ, μ π, π λ, & ρ ζ, sibi inuicẽ sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α κ. Ostensum autẽ est quòd quatuor γ κ, κ δ, κ ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonẽ σ τ υ cõplectũtur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniã α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autẽ quòd ipsius α κ quadruplicatũ, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquũ est. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquũ est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cũ quadrato quod ex α γ, æquũ est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ζ δ quadratũ, quod est ex α δ: quod igitur quater sub α β & β δ, unà cũ eo quod fit ex α γ, æquũ est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autẽ est β δ ipsi β γ. Rectãgulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquam ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 9.



I linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusq; inæqualium sectionũ in seipsam pariter accepta, duplũ sunt utrisq; pariter acceptis, quę quidẽ ex dimidia, eaq; quæ utriq; sectioni interiacet quadratis, describũtur. 9

CAMP. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quòd quadratũ a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineã a b, erigo lineã c e, perpendicularẽ & æqualẽ utriq; earũ linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorũ a & b, & uterq; angulorũ partialiũ qui sunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidistãtẽ c e, & perpẽdicularẽ super lineã a b, eritq; uterq; angulorũ d, rectus, & ãgulus d f b, medietas recti per 32 primi, siue 2 partẽ 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantẽ a b, eritq; per 2 partẽ 29 primi, & per 32 eiusdẽ, uterq; angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdẽ, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimam eiusdem, quadratum e f est æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratum g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratum e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadratum a c: & quia quadratum a f est æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadra-



tum a c & ad quadratum c d. Sed quadratũ a f, est iterũ æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarũ linearũ quæ sunt a c & c d. quod est propositum.

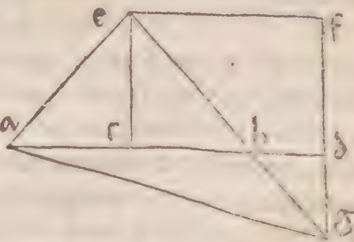
Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

9 Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmẽtis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionũ fit, quadratorũ.

THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædam αβ, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex αδ & δβ, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsius αβ, ad ãgulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum αγ & γβ, & (per 1 postulatum) cõnectantur αε & εβ. Et (per 31 primi) per δ ipsi εγ, parallelus excitetur δζ, & (per eandem) per ζ ipsi αβ, parallelus excitetur ζη, & (per 1 postulatũ) connectatur αζ. Et quoniam æqualis est αγ ipsi γε, æqualis est (per 5 primi) angulus εαγ angulo γεα. Et quoniã rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli εαγ & αεγ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub αεγ & εαγ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum εβγ & γεβ, recti dimidius est. Totus igitur αεβ, rectus est. Et quoniam qui sub ηεζ recti dimidius est, rectus autẽ qui sub εηζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi εγβ, reliquus igitur qui sub εζη, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cõmunẽ sentẽtiã) qui sub ηεζ, ei qui sub εζη: quare (per 6 primi) et latus εη, lateri ζη est æquale. Rursus quoniã ãgulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autẽ est qui sub ζδβ, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi εγβ (per 29 primi) reliquus igitur qui sub βζδ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δζβ. Quare (per 6 primi) & latus δζ, lateri δβ est æquale. Et quoniã αγ æqualis est ipsi γε, & æquum est quod ex αγ ei quod ex γε: quadrata igitur quæ sunt ex γα & γε, eius sunt dupla quod est ex αγ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex αγ & γε, æquum est quod ex εα fit quadratum: angulus enim qui sub αγε, rectus est. Igitur quod ex αε fit, eius quod est ex αγ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est εη ipsi ηζ, æquum est id quod ex εη, ei quod ex ηζ. quadrata igitur quæ sunt ex ηε & ηζ, dupla sunt quadrati quod ex ηζ. Quadratis autem quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum est id quod ex εζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex εζ, duplum est eius quod ex ηζ. Aequalis autem est ηζ ipsi γδ: igitur quod ex εζ duplum est eius quod ex γδ. Est autem & id quod ex αε, duplum eius quod fit ex αγ. Quadrata igitur, quæ ex αε & εζ, quadratorum quæ fiunt ex αγ & γδ, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex αε & εζ, æquum est id quod ex αζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub αεζ. Quadratum igitur ex αζ, eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex αζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex αδ & δζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex αδ & δζ, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ est δζ ipsi δβ, quadrata igitur quæ ex αδ & δβ fiunt, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiũt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & ex medio segmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 I linea in duo ęqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratũ quod ab ea quæ addita est utraq; quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; cõsistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a c & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ super lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi,

totusq;

totusq; e eſt rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidiſtantem c d, & produco f d & e b, quouſque concurrãt in puncto g, & produco lineã a g. Eritq; per ultimã partẽ 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtãs c e, erit per 34 eiuſdẽ, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandẽ, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id quòd angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdem, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratum a c. Et quia quadratum a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoque & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitũ. Hæc autẽ & omnes præmiſſæ, ueritatẽ habent in numeris ſicut & in lineis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

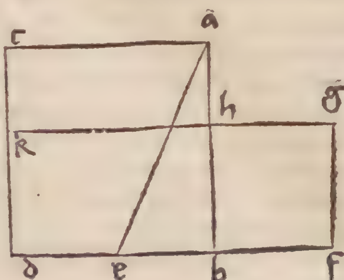
Si recta linea ſecetur bifariàm, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una deſcriptorum quadratorum. 10

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariàm in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quòd quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorũ quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipſo γ ſigno, ipſi α β δ ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarũ α γ & γ β, et (per 1 postulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, (& per eandem) per δ, ipſi γ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autẽ à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 postulatũ) coincidunt: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β δ coincidunt, producantur, & coincidant in κ, & (per 1 poſtulatum) cõnectatur α κ. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoque α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiã qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β κ recti dimioius eſt. Angulus autem β δ κ, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim: reliquus igitur angulus δ κ β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ κ β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ κ β, ei qui ſub δ β κ eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri κ δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε κ ζ, recti dimidius eſt, rectus autẽ qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ: reliquus igitur ãgulus ζ ε κ, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε κ ζ, angulo ζ ε κ eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ κ eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratũ quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex γ α quadrato, æquum eſt: quadrata igitur ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autẽ quæ fiũt ex ε γ & γ α (per 47 quæ primi) æquũ eſt id quod ex ε α. Quadratũ igitur quod ex ε α, duplũ eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt κ ζ ipſi ε ζ, quadratũ quod fit ex κ ζ, æquũ eſt ei quod fit ex ε ζ quadrato: quadrata igitur quæ ex κ ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autẽ quæ fiunt ex κ ζ & ε ζ (per 47 primi) æquũ eſt id quadratum quod fit ex ε κ: id igitur quod fit ex ε κ, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε κ, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quòd & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε κ, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε γ, æquum eſt id quod fit ex α κ quadratũ (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex α κ, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α κ, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ κ. Quadrata igitur quæ fiũt ex α δ & δ κ, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ κ ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariàm, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

Euclides

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

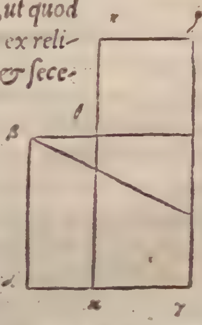
11 Atam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.



CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum sit quadrato alterius. Describo quadratum ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f: ita quod e f sit æqualis a e. Et ex b f portiõe extrinseca, describo quadratum quod ex latere a b resecat portionem æqualem b f, quæ sit b h: & quadratum descriptum sit b f h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h, quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b. Produco g h usque ad k, quę erit ęquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cũ quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimã primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipsum est superficies d g, ęquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisq; parallelogrãmo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendũ in numeris, non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 Datam rectam lineam secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulũ, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

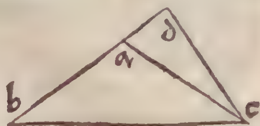


THEON ex Zamb. Sit data recta linea αβ: oportet autem ipsam αβ secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & secetur (per 10 primi) αγ bifariàm, in ε, signo, & connectatur βε. Et extendatur (per 2 postulatum) γα, in ζ, & ponatur (p 3 primi) ipsi βε, æqualis εζ. Et (per 46 primi) ex αζ describatur quadratũ ζηαθ, & extendatur (per 2 postulatũ) ηθ, in κ. Dico quòd αβ, secatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ secta est bifariàm in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 secundi) rectangulũ comprehensum sub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquũ est ei quod fit ex εζ quadrato, æqualis autẽ est εζ, ipsi εβ: rectangulum igitur comprehensum sub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex εα quadrato, æquum est ei quod fit ex εβ quadrato. Sed ei quod fit ex εβ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum est eis quæ fiunt ex βα, & αε. Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα: æquum est ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidẽ quod fit sub γζ, & ζα, est ipsum ζκ: æqualis enim est ζα, ipsi ζη. Id autem quod fit ex αβ, est ipsum αδ. Igitur ζκ æquum est ipsi αδ. Commune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipsi θδ, est æquale. Est autem θδ, id quod sub αβ, & βθ, æqualis enim est αβ, ipsi βδ. At ζθ, id est quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehensum sub αβ & βθ, æquum est ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub αβ, & βθ comprehensum, æquum sit ei quod ex αθ fit quadrato: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 12.

12 N his triangulis qui obtusum habent angulũ, tanto ea quę obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum cõtinent angulum amplius potest, quantum est quod continetur bis sub uno eorum, atq; ea quæ ei directè iuncta ad obtusum angulũ, à perpendiculari extrà deprehenditur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c,habens angulum a,obtuſum. A puncto c,ducatur linea perpendicularis ad lineam b a,quæ neceſſariò cadet extra triangulum a b c:alioqui angulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto per 16 primi:ſit ergo c d perpēdicularis ſuper lineam a b productam uſq; ad d. Dico quòd quadratum lateris b c quod ſubtenditur angulo obtuſo,tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipſum angulum obtuſum,quantum eſt illud quod fit ex b a in a d bis.(Potentia enim lineæ,reſpectu quadrati ſui eſt, unde tantum dicitur poſſe linea quælibet,quantum in ſe ducta producit.) Erit enim per 4 huius,quadratum b d,æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d,& duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi eſt æquale quadrato b d & quadrato d c:ipſum erit æquale quadratis trium linearũ b a,a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c,eſt æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c,eſt æquale quadratis duarum linearum b a & c a:& duplo eius,quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius poteſt duabus lineis b a,a c,quantum eſt duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quòd tantum dicitur poſſe linea quælibet, quantum in ſe ducta, producit: quod eſt propoſitum.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12.*

In obtuſi angulis triangulis,quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum, maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenſo bis ſub uno eorum qui ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

THEON *ex Zamb.* *Sit obtuſi anguli triangulum α β γ,obtuſum habens angulum β α γ,& ducatur ex β ſigno,in γ α,productam(per 12 primi)perpendicularis β δ. Dico quòd quadratum quod ex β γ,maius eſt eis quæ fiunt ex β α,& α γ,quadratis:bis ſub γ α,& α δ,comprehenſo rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ,ſecta eſt utcunq; in α,ſigno:igitur(per 4 ſecũdi)quod fit ex γ δ æquum eſt eis quæ fiunt ex γ α,& α δ,quadratis,& bis ſub γ α & α δ comprehenſo rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ ſunt ex γ δ,& δ β, æqua ſunt eis quæ fiunt ex γ α,& α δ,& δ β,quadratis,& bis ſub γ α & α δ,comprehenſo rectangulo. Sed eis quæ ſunt ex γ δ & δ β:æquum eſt id quod ex γ β,(per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ,& δ β,(per eandem)æquum eſt id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β,æquum eſt eis quæ fiunt ex γ α & α β,quadratis (per eandem) & bis ſub γ α,& α δ,comprehenſo rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β,eis quæ fiunt ex γ α,& α β, maius eſt:bis ſub γ α,& α δ,comprehenſo rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis,quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt,& quæ ſequuntur reliqua:quod oſtendere oportuit.*

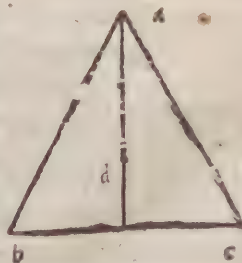


Euclid.ex Camp. *Propoſitio 13.*



OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum reſpicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quantum eſt quod bis continetur ſub uno eorum, cui perpendicularis intrà ſuperſtat, eaq; ſui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet. 13

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto,in triangulo oxygonio:ueritatem habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triangulo, ſiue fiat orthogonius,ſiue amblygonius, ſiue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunq; triangulus fuerit,angulus c acutus:qui ſi fuerit oxygonius,ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis baſin b c uel a c: quia cùm ſic fuerit, ſemper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem ſit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuſo uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum,quam manifeſtũ eſt cadere intra triangulum. Et, ut ſimpliciter dicã,cùm in omni triãgulo ſint duo acuti anguli,neceſſariò erit alter reli-



reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triangulum. Dico itaq; quòd quadratum lateris a b quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quòd quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cũ quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet b d, quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratũ b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearũ a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratum a c eſt æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimã primi, quadratũ a b, æquum eſt quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto, poſſe tãto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandũ autem per hanc & præcedentem & penultimam primi, quòd cognitis lateribus omnis trianguli, cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 13.

13 In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub uno eorum quæ ſunt circa acutum angulũ, in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

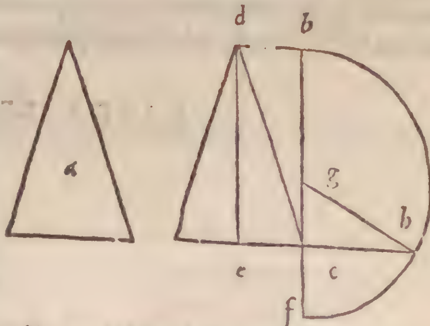
THEON ex Zamb. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α ſigno, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenſo bis rectangulo ſub γ β, & β δ. Quoniã enim recta linea β γ diſſecta eſt utcunq; in δ, igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo, & ei quod fit ex γ δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ γ, æquum eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.



14 DAto trigono, æquum quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiẽ æquidiſtãtium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia, habemus quod quęrimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia, tunc adiũgam minus ipſorum laterum maiori, ſecundũ rectitudinem: ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineæ g b: deſcribam ſemicirculum b h, & latus e c producam, uſquequo ſecet circunferentiam in puncto h. Dico quòd quadra-



tum lineæ c h, est æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cum quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, quod est æquale superficiei b e, eo quod c f est æquale quadrato lineæ c h, quare quadratum lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI *additio*. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris, & simpliciter omnis figuræ rectis lineis cõtentæ: quæcunque fuerit, quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eam in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinam istius: tria latera tetragonica istorum trium triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter super g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 14.*

Dato rectilineo, æquum quadratum constituere. 14

THEON *ex Zamb. Sit datum rectilineum α, oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β ε δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi γ δ, factum iam est problema: constituitur enim ipsi α, rectilineo, æquum quadratũ β δ. Si autem non, ipsarum β ε, & ε δ, altera maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur β ζ, bifariã in η. Et centro quidem η, spatio uerò aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatum) producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatum) connectatur η θ. Quoniam igitur recta linea ζ β, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, cum quadrato quod fit ex γ η, æquum est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulũ igitur comprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secundi) cum eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η: reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquũ est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ est, quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo: & α igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est sub ε θ, descriptum: quod fecisse oportuit.*

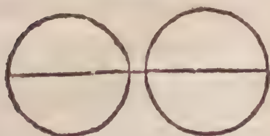
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber tertius.*

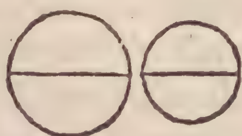
Ex Campano. *Diffinitiones.*


Vorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cùm circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur, qui se tangentes, seinuicem non secant.

Circuli æquales.



Maior. *Minor.*



Linea circulum contingens.



Circuli se contingentes.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicuntur à centro, cùm à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordę terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

In circulo rectæ lineæ.



Ang. portionis.



Arcus.



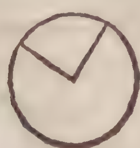
Chorda.

Angulus super arcũ consistens.



10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à centro ductis lineis, & sub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt, qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.

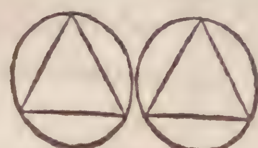
Sector circuli.



Angulus super centrum consistens.



Similes circuli portiones & similes arcus.



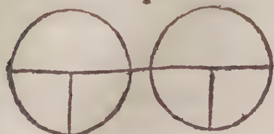


Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

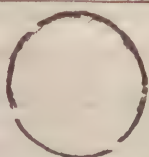


Equales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt ęquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur, qui ſeſe inuicē tangentes, ſe non inuicem ſecant.

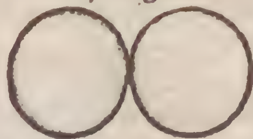
Circuli æquales.



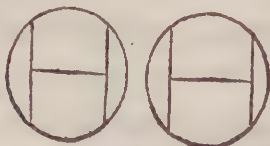
Linea circulum tangens.

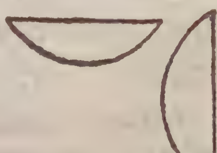


Circuli ſe tangentes.



4 In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm à centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis çadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmento autem angulus eſt, cùm in circunferentia ſegmenti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis eſt.

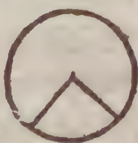


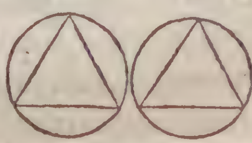




8 Cùm uerò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cùm ad centrum circuli ſteterit angulus, comprehēſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.







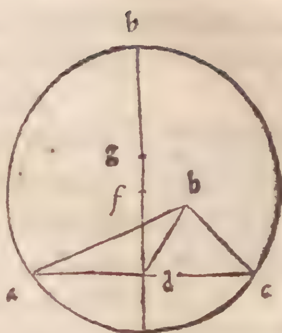
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



Irculi propoſiti, centrum inuenire. Vnde manifeſtum eſt quòd duabus rectis lineis in eodem circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrum inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c, qualitercunque contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: ſitque e d b, quam rurſus diuido per æqualia in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in puncto

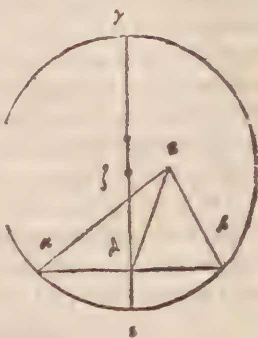
cto



cto g, erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b, ut in pũcto h, ducãtur lineę h a; h d, h c. Et quia latera h d, et d a triãguli h d a sunt ęqualia laterib⁹ h d & d c triãguli h d c, & basis h a basi h c, erit (p 8 primi) angul⁹ a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rect⁹, & quia angul⁹ a d b fuit etiã rectus, erit a d h ęqualis a d b (per 3 petitionem) primi, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Non est ergo centrũ dati circuli alicubi, quàm in puncto f, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 1.*

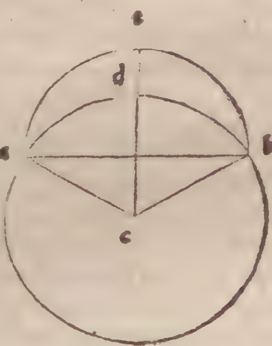
1 Dati circuli, centrum inuenire.



THEON *ex Zãb. Sit datus circulus α β γ, oportet ipsius circuli α β γ, cẽtrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β. Et (p 10 primi) secetur bifariã in δ, & (p 11 eiusdẽ) ab ipso δ, ipsi α β, excitetur δ γ ad angulos rectos, et (per postulatũ secundũ) extẽdatur in ε, seceturq; (per 10 primi) γ ε, bifariã in ζ. Dico quòd ζ, centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si poßibile est, sit κ, & (p 1 postulatũ) connectatur κ α, κ δ, κ β. Et quoniã æqualis est α δ, ipsi δ β, cõmunis autẽ δ κ, duæ igitur α δ, et δ κ, duabus κ δ, & δ β, sunt æquales altera alteri, et (p 15 diffinitionẽ primi) basis κ α, basi κ β, est æqualis: ex centro enim igitur (p 8 primi,) angulus α δ κ, angulo β δ κ, est æqualis. Cũ autẽ recta linea sup rectã cõsistens lineã, utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit, eorũ angulorũ uterq; (p 10 primi diffinitionẽ) rectus erit. Angulus igitur β δ κ, rectus est: at angulus ζ δ β, nõ rectus est. Angulus igitur ζ δ β, ãgulo β δ κ (p 4 postulatũ) æqualis, maior minori, quod est impoßibile. Igitur κ nõ est centrũ circuli α β γ. Similiter ostendemus, quòd nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrũ est circuli α β γ, quod fecisse oportuit.*

CORREL. *Hinc est manifestũ quòd si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineam bifariã, & ad angulos rectos dispescit in dispeciente est centrum circuli.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 2.*

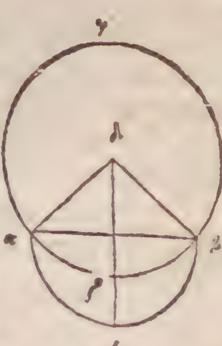
2 
Su per circuli circunferentiã duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterũ circulũ secare necesse est.



CAMPANVS. Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c, figuata sunt duo puncta, quæ sunt a & b, Dico quòd linea recta coniũgens unũ cum altero, secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ, sitq; a e b, linea recta: si possibile est. Producã lineas c a & c b, erũtq; (per 5 primi) angulus c a b & c b a æquales: protrahã item lineã c e, quæ secet circũferẽtiam in pũcto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior ãgulo c a e, quare per (per 18 eiusdẽ) latus a c, maius latere c e, & quia est æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod est impossibile. Quia ergo linea cõiungẽs duo pũcta a b, nõ trãsibit extra circulũ, secabit ipsum: quod est propositũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 2.*

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerint signa utcũq; sumpta, ea signa cõnectẽs recta linea intra ipsum circulum cadit.



THEON *ex Zãb. Sit circulus α β γ, & in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α β. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipsum circulum α β γ, cadit. Non enim, sed si poßibile est, cadat extra α ε β. Et contingat siue accipiatur centrum circuli, sitq; illud (per præcedentem) δ, & (per 1 postulatum) connectatur δ α, δ β, & extendatur δ ζ, ad ε. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ) primi, δ α, ipsi δ β, æqualis est angulus δ α ε, angulo δ β ε. Et quoniam trianguli δ α ε, unum latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β, angulo δ α ε, maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε, ei qui sub δ β γ, Maior igitur est angulus δ ε β, angulo δ β ε: maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δ β, quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impoßibile. Recta igitur extensa linea ex α, in β,*

extra ipsum circulū non cadit. Similiter etiā demonstrabimus quòd neq; in ipsam circunferentiā intra igitur. Si in circuli circūferētia igitur, et quæ sequūtur reliqua ut in theoremate: quod demōstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 3.



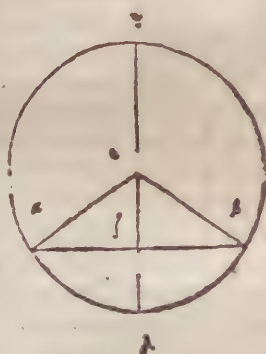
I lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet, orthogonaliter super eam insistere: & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere, necesse est. 3



CAMPANUS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerso, uidelicet si diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponā primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpēdicularis super a b, quod est propositum. Ponam iterum quòd c d sit perpendicularis super a b, & ostendam quòd ipsa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc positionem, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5) primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariàm secuerit, ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secuerit, bifariā quoque ipsam secabit. 3



THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ, rectam lineam quædam non extensam per centrum α β, bifariàm secet in signo ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij) sitq; illud ε, & (per 1 postulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, sunt æquales. Et basis ε α, basi ε β, (per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, est æqualis. Cùm autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobiq; angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ ε, & β ζ ε rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariàm, & ad angulos rectos secat. Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quòd et bifariā ipsam secat, hoc est quòd æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdem nanq; dispositis & constructis, quoniam æqualis est ε α, ipsi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est sub β ζ ε. Duo igitur triangula sunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, scilicet quod (per 26 primi,) commune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

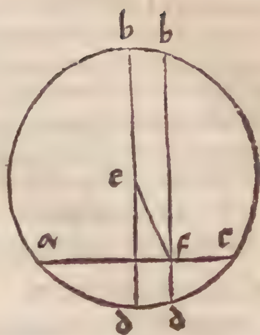


I intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrū non transeant, non per æqualia eas secari necesse est. 4

CAMPANUS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earum uel altera non transeat per centrum. Dico quòd ipse non diuidunt sese per æqualia: ita quòd utraque per æqualia diuidatur ab

utraque

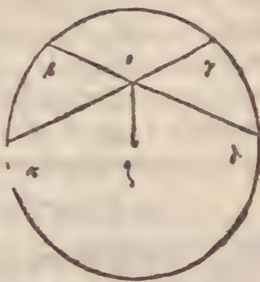
utraque. Quòd si fuerit hoc possibile, ponatur: & sit primò, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritq; per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum transeat per centrum, adhuc dico quòd non diuidunt sese per æqualia. Quòd si sic, tunc per primam partem præmissæ, cum b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 4.*

4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ, sese inuicem bifariàm non secabunt.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrũ extensæ. Dico quòd se bifariàm non secant. Si enim est possibile, sese inuicẽ secẽt bifariã, ita ut α ε æqualis sit ipsi ε γ, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per cẽtrum extensam α γ, bifariàm secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quãdam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariàm secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est: patuit autẽ quòd angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α (per quartum postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ sese inuicem bifariàm minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

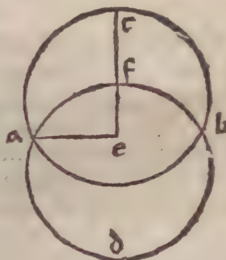


Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



5 Irculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

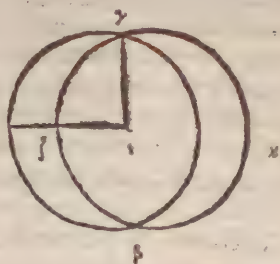
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quòd eorum sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum, ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitq; illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionem circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandem diffinitionem duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cùm utraq; earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



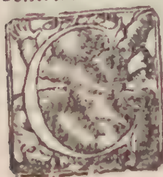
Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 5.*

5 Si bini circuli sese inuincem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamb. *Duo inquam circuli α β γ, & γ β κ, sese inuicem secent in signis γ & β. Dico quòd eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ κ, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, cẽtrum est circuli γ β κ, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε κ. ostensum est autem, quòd ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis: & ε ζ igitur ipsi ε κ, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ε signum, centrum non est circulorum α β γ, & γ β κ. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur: quod demonstrare oportebat.*



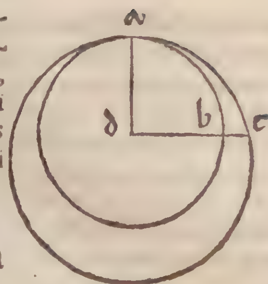
Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



6 Irculorũ sese contingentiũ, nõ idem cẽtrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a.

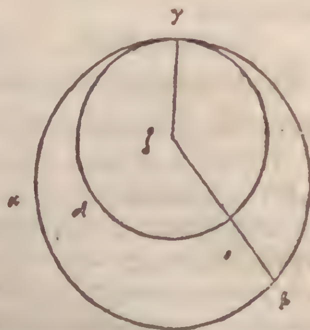
Dico



Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cùm minor positus fuerit intra maiorem, sitq; ipsum d, & ducantur lineę d a & d b c, eritq; (per diffinitionē circuli, utraque duarū linearū) d b & d c, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi non habent idem centrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 6.*

Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum. 6

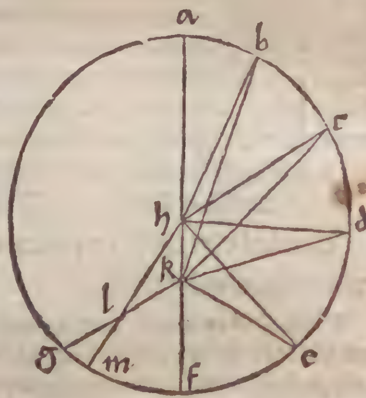


THEON ex Zam. Duo enim circuli α ε γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quòd eorum non est idem centrum. Si enim poßibile, sit ζ, & (per primum postulatū) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, cētrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionē) ζ γ ipsi ζ β. Rursus quoniā ζ signum, centrum est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ signū, non est centrum orbiū α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicē tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



SI in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducātur, quę super centrum transierit, omnium erit longißima. Quę uerò diametrū perficiet, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proxima, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores esse conueniet. Duas quoq; æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est. 7



CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c, cuius centrū sit h: sit signatus punctus K præter centrum, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt K a, K b, K c, K d, K e, K f, K g, ad circunferentiā, & transeat a K per centrū h: & k f sit complementū diametri, sitq; ut K e & K g æquidistēt K f: hoc est dicere, ut angulus e K f, sit æqualis angulo f K g. Dico quod K a, est omnium longissima: & K f, omniū breuissima. Aliæ uero tanto longiores, quanto centro propinquiores, ut K b, est longior K c: & K c, est lōgior K d: & K d, longior K e. Et K e & K g, sunt æquales. Quia enim in triangulo b K h, duo latera b h & h k (per 10 primi) sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadem ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primum. Item quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandē sunt maiora latere h e, quod est æquale lineę h f: ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea, quæ est h k: remanebit k e maior k f: eadem ratione, quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundū. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c: eadem ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales, erit altera maior, sitq; k g, de qua sumam k l: æqualem k e: & producam h l, quousq; secet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, basis h l, est æqualis basi h e: & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sunt ergo

duæ

duæ lineæ k g & k e, æquales: quod est nostrum propositum quartum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minimè circuli centrum sit, ab eoq; signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasq; partes minimæ.

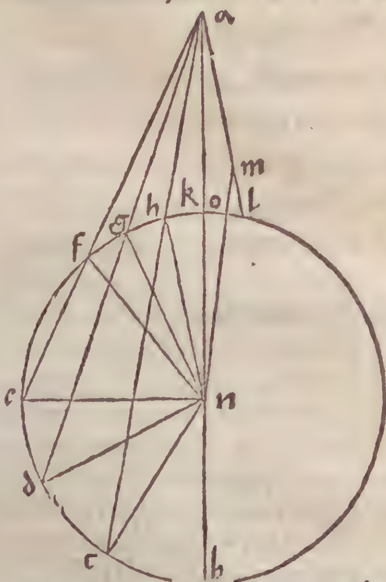
THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγδ, eiusq; dimetiens sit αδ, & in ipso αδ, suscipiatur signũ aliquod, sitq; illud ζ, quod ipsius circuli centrũ non sit. Centrũ autem circuli, sit (per primam tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum αβγδ, circulum procidant quædã rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζκ. Dico quòd ζα maxima est: minima uerò ζδ, aliarũ autem ζβ, quàm ζγ, maior est, & ζγ, quàm ζκ. Connectãtur (per primum postulatum) βε, γε, & κε. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, sunt maiora. Aequalis autem est αε, ipsi βε (per 15 diffinitionẽ primi) igitur βε, & εζ, ipsi αζ sunt æquales. maior igitur est αζ, quàm βζ. Rursus quoniam æqualis est βε ipsi γε (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, sunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior est: basis igitur βζ, (per 24 primi) basi γζ maior est: & ob id γζ, maior est quàm ζκ. Rursus quoniã κζ, & ζε, ipsa εκ (per 20 primi) sunt maiores, æqualis autẽ est (p 15 diffinitionẽ primi) εκ ipsi εδ, igitur κζ & ζε, ipsa εδ, sunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur κζ, reliqua ζδ, maior est. Maxima igitur est ζα, minima uerò ζδ, maior est autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζκ: dico etiam quòd à signo ζ, duæ tantùm rectæ lineæ æquales, in ipsum circulũm αβγδ, cadunt ad utrasq; partes ipsius ζδ, minimæ. Cõstituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam εζ, ad datumq; in ea signum ε, ei qui sub κεζ, angulo æqualis angulus ζεθ. & (per primum postulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) κε, ipsi εθ, communis autem εζ, duæ igitur κε, & εζ, duabus θε, & εζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus εκζ, angulos θεζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζκ, basi ζθ, est æqualis. Dico insuper quòd ipsi ζκ, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulum à signo ζ. Si enim possibile, cadat ζη. Et quoniam ζη, ipsi ζκ, est æqualis, sed ζθ, ipsi ζκ, est æqualis: igitur ζη, ipsi ζθ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrum extenditur, remotiori est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. Vel etiam sic, (per primum postulatum) connectatur εη, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κε, ipsi εη, communis autem ζε, & basis κζ, basi ζη est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus κεζ, angulo ηεζ, est æqualis. Sed angulus κεζ, ei qui sub θεζ, est æqualis. Igitur (per primam communem sententiam) angulus θεζ, ei qui sub ηεζ, ei est æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ signo, nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi κζ, æqualis: una igitur sola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 8.

8 I extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulũ secando: quę super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearũ uerò partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quæ lineæ breuissimæ utrinq; æquè propinquant, æquales sunt.

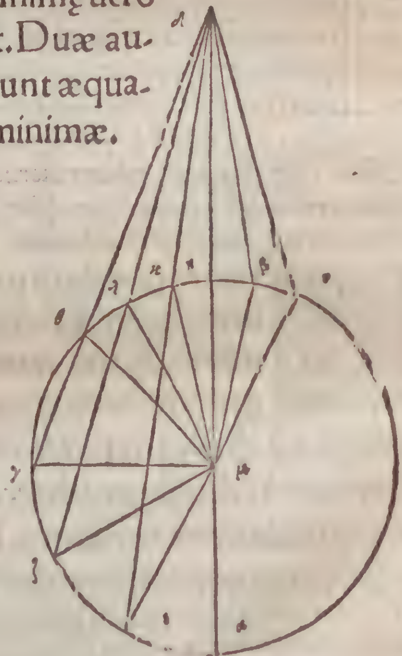
CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quòd a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quòd a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quòd a k, est omnium breuissima extrinsecarum. Et quòd a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico

dico quòd si ducatur a l, ita quòd ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq́; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod est primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod est secundum. Itemq́; quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k, erit per communem scientiam, a h maior a k: eadem ratione quęlibet extrinsecus applicatarũ, maior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineę a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communem scentiam, a g maior a h: eadem ratione erit a f, maior a g, quod est quartum. Quòd si a l non sit æqualis a h, cùm ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq́; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4. primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibile, & hoc est quintum.



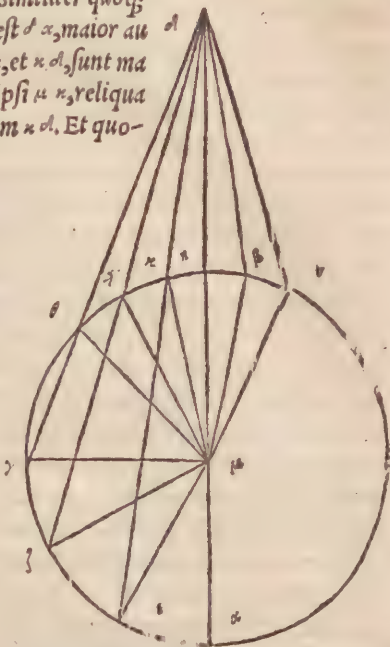
Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 8.

Si extra circulũ suscipiatur aliquod signum, ab eoq́; signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrũ extendatur, reliquæ uerò utcunq́;, in conuexã circunferentiã cadentium rectarum linearũ, maxima est quæ per centrũ ducta est: aliarum autẽ semper ei quę per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam uerò circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quę inter signum & dimetientem iacet: minimę uerò propinquior, semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ. 8

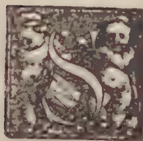


THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq́; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ: sit autem δ α, per centrum extensa. Dico quòd in α ε ζ γ cõuexam circunferentiã cadentium rectarum linearum maxima est, quæ per centrum transit, hoc est δ α: minima uerò, quæ inter δ signum, & diametrum α κ, iacet: maior uerò est δ ε quàm δ ζ, & δ quàm δ ζ γ. Cadẽtium uerò rectarum linearum in θ λ κ η curuam circunferentiam semper ipsi δ η minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quam δ θ. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud μ, & (per 1 postulatũ) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipsis ε μ & μ δ, est æqualis, sed ε μ & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores: & α δ, igitur, maior est quàm ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, communis*

munis apponatur μ δ. Igitur ε μ, et μ δ: ipsis ζ μ, & μ δ, sunt æquales, et ãgulus q sub ε μ δ, angulo qui sub ζ μ δ, maior est. Igitur (p 24 primi) basis ε δ, basi ζ δ, maior est. Similiter quoq; ostẽdemus, quòd ζ δ, maior est quàm γ δ. Maxima quidẽ igitur est δ α, maior autẽ est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniã (p 20 primi) μ κ, et κ δ, sunt maiores quàm μ δ, æqualis autẽ est (p 15 diffinitionẽ primi) μ ν, ipsi μ κ, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua ν δ, maior est. quare ν δ, minor est quàm κ δ. Et quoniã triãguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrsum constituerũt μ κ, & κ δ, igitur (p 21 primi) μ κ & κ δ, ipsis μ λ, & λ δ, sunt minores, quarũ μ κ, æqualis est ipsi μ λ, reliqua igitur δ κ, minor est quàm reliqua δ λ. Similiter iã ostendemus, quòd & δ λ, minor est quàm δ θ, minima igitur est δ κ: ipsa uerò δ κ, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor est. Dico etiã quòd duæ tantũ æquales à signo δ, in ipsum circulũ cadunt: ad utrasq; partes ipsius δ κ, minimæ. Cõstituatur (p 23 primi) ad rectam lineã μ δ, & ad signũ in ea μ, angulo κ μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per 1 postulatũ) cõnectatur δ β, Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est μ β, ipsi μ κ, cõmunis autẽ μ δ, duæ igitur μ κ, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, sunt æquales altera alteri. & angulus κ μ δ (per 23 primi) angulo β μ δ, est æqualis. Igitur (p 4 primi) basis δ κ, basi δ β, est æqualis. Dico iã quòd rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipsum circulũ, à signo δ. Si enim possibile: cadat, & sit δ ν. Quoniam igitur ipsi δ κ, δ ν, est æqualis, sed ipsi δ κ, δ β, est æqualis: & δ β, igitur (p 1 communẽ sententiã) ipsi δ ν, est æqualis: propinquior igitur ipsi δ κ minimæ: remotiori est æqualis. quod iã ostẽsum est impossibile. Vel etiã aliter. Cõnectatur (per 1 postulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κ μ, ipsi μ ν, communis autem μ δ, & basis δ κ, basi δ ν, est æqualis (per hypothesin) igitur (per 8 primi) angulus κ μ δ, angulo δ μ ν, est æqualis. Sed angulus qui sub κ μ δ, ei qui sub β μ δ, est æqualis, & qui sub β μ δ, ei qui sub ν μ δ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impossibile. Igitur plures duab. rectis lineis, æquales in circulum α β γ, ab ipso δ signo ad utrasq; partes ipsius δ κ, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur suscipiatur signum, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate: quod ostendere oportuit.

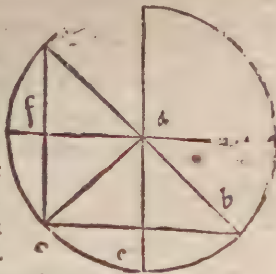


Euclid. ex Camp. Propositio 9.



9 SI intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circunferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut à pũcto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiã: quas pono esse æquales. Dico punctũ a, esse centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidã utranq; earũ per æqualia, c b quidẽ in pũcto e, & d c in pũcto f. Et producã e a & f a, quas applico circũferentiæ ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorũ qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionẽ anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoque per eandẽ uterq; angulorũ qui sunt ad f, rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipsa transit per centrum: similiter quoq; a f transit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a est centrum: quod est propositum.

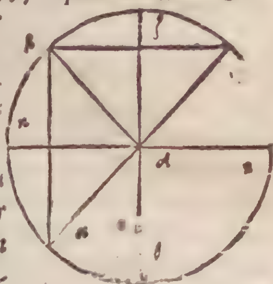


Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

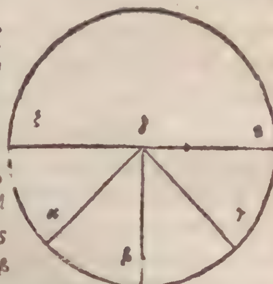
9 Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: susceptũ signum, centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipsum: signũ sit δ, & ab ipso δ, in ipsum α β γ circulum, cadãt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δ α, δ β, δ γ. Aio quòd δ signum, centrũ est circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum postulatum) α β, & β γ, secẽturq; (per 10 primi) bifariàm in signis ε & ζ, uidelicet α β per ε: & β γ, per ζ, & coniunctæ ε δ, & ζ δ (per 2 postulatum) extendantur utrobiq;

in κ κ, & θ λ, *signa. Quoniam igitur æqualis est* α ε, *ipsi* ε ζ, *communis uerò* ε δ, *duo igitur latera* α ε & ε δ, *duobus lateribus* β ε, & ε δ *sunt æqualia, & (p hypothesin) basis* δ α, *basi* δ β, *est æqualis. Angulus igitur* α ε δ, *angulo* β ε δ, *est æqualis (per 8 primi,) uterq; igitur angulorũ* α ε δ, & β ε δ, *rectus est. Igitur* κ κ, *ipsam* α ζ, *bifariã secat, & ad angulos rectos (p 3 tertij). Et quoniã si in circulo recta linea quædã, rectam lineã quandã bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlariũ primæ tertij) in secãte est cẽtrũ circuli: igitur in* κ κ, *(per idẽ correlariũ) est centrũ ipsius circuli* α β γ. *Ac per hoc etiã in* θ λ, *est centrũ circuli* α β γ, & *nullũ aliud habent commune* κ κ, & θ λ, *rectæ lineæ præter* δ, *signum. Igitur* δ *signum, centrum est circuli* α β γ. *Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum, centrum est circuli: quod ostendere oportebat.*



ALITER *idẽ ostendere. Intra circulũ enim* α ζ γ, *suscipiatur signũ* δ, & *ab ipso* δ, *in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales,* δ α, δ β, *et* δ γ. *Dico quòd assumptũ signũ* δ *centrũ est circuli* α ζ γ. *Nõ enim: sed si poßibile est: sit* ε, & *connexa* δ ε, *extẽdatur in* ζ κ, *signa. Igitur* ζ κ, *dimetiens est ipsius* α β γ, *circuli. Quoniã igitur circuli* α β γ, *in dimetiẽte* ζ κ, *assumptũ est signũ* δ, *quod ipsius circuli centrũ nõ est, maxima quidẽ est* δ κ, *(per 7 tertij) maior autẽ est* δ γ, *ipsa* δ β. & δ ζ, *ipsa* δ α. *Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur* ε, *non est centrum circuli* α β γ. *Similiter ostendemus quòd aliud nullum præter* δ. *Igitur* δ *signum, centrum est circuli* α β γ.

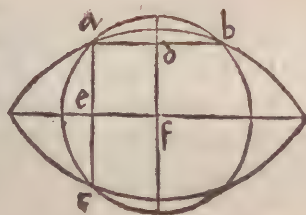


Euclid. ex Camp. *Propositio* 10.



SI circulus circulum secet, in duobus tantùm locis secare necesse est. 10

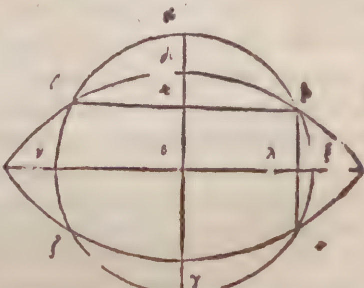
CAMPANVS. Sint, si poßibile est, duo circuli, secantes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria pũcta a b c, producã lineas a b & a c, quas diuidã p æqualia in pũctis d & e. & producã à pũcto e, lineã e f perpendicularẽ, super lineã a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularẽ super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f. eritq; per correlariũ primæ huius, punctum f, centrum circuli utriusq;: quod est impoßibile, per 5 huius.



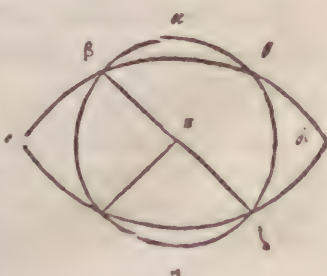
Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 10.*

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat. 10

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, circulus* α ζ γ, *circulũ* δ ε ζ, *in pluribus signis quàm duobus secet, hoc est in* ζ κ, *et* θ ζ, & *coniũctæ* ζ κ, ζ θ, *bifariã (p 10 primi) secẽtur in* κ λ, *signis. Et (p 11 primi,) ab ipsis* κ λ, *ipsis* β κ & β γ, *ad ãgulos rectos excitatæ* κ γ, & λ μ ν, *extẽdãtur in* α, & ξ ε, *signa. Quoniã igitur in circulo* α ζ γ, *recta linea quædã* α, *rectã lineam quãdã* β θ, *bifariã & ad angulos rectos secat (p 3 tertij) in ipsa igitur* α γ, *centrũ est circuli* α ζ γ. *Rursus quoniã in eodẽ circulo* α β γ, *recta linea* ν ξ, *hoc est* μ, ε *rectã lineã quandã* ζ κ, *bifariã & ad angulos rectos (p 3 tertij) secat: igitur in ipsa* ν ξ *cẽtrũ est circuli* α ζ γ *(p eandẽ.) Ostensum autẽ est quòd & in* α γ. *Et circa nullũ aliud concurrũt rectæ lineæ* α γ & ν ξ, *inuicem, nisi circa* ο. *Igitur* ο, *centrũ est circuli* α β γ. *Similiter quoq; ostendemus quòd & circuli* δ ε ζ, *centrũ est ipsum* ο. *Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium* α ζ γ, *et* δ ε ζ, *idem est centrum: quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus signis non secat: quod erat ostendendum.*



ALITER *idẽ ostendere. Circulus enim rursus* α ζ γ, *circulũ* δ κ ζ, *secet in pluribus quàm in duobus signis, hoc est in* β ζ, & ζ θ, & *(per 1 tertij) suscipiatur centrũ circuli* α ζ γ, *sitq; illud* κ. *Et connectãtur* κ ζ, κ η, *et* κ ζ. *Quoniã igitur intra circulũ* δ ε ζ, *suscipitur signũ quoddã* κ, *in ipsumq;*



in ipsumq́; δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ η, & κ ζ, igitur (per 9 tertij) κ signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli α β γ, centrũ est ipsum κ. Duorum enim circulorũ sese inuicẽ secantiũ idem est centrum κ. quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat: quod fuerat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

11 I circulus circulum contingat, lineaq́ per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

CAMPANVS. Si enim linea transiens per cẽtra duorum circulorũ c e & d e sese contingentiũ intrà uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusq́, sitq́ a per primam huius, centrũ circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, secans circunferentiam utriusq́, & ducãtur lineæ à puncto e, qui sit locus cõtactus, ad centra, quæ sint e a, e b, eruntq́ in cõtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b: quod est falsum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

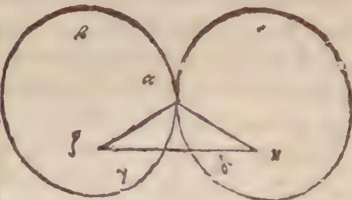
11 Si bini circuli se introrsum adinuicẽ tetigerint, suscipianturq́ eorum centra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.

THEON *ex Zamb. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicẽ tangant introrsum in signo α, suscipiaturq́; (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, sitq́; illud ζ, circuli autẽ α δ ε, sit κ. Dico quòd recta linea ducta ex ζ, in κ, & eiecta in ipsum α, signũ cadit. Nõ enim, sed si poßibile est, cadat sicut ζ κ δ θ, & cõnectãtur α ζ & α κ. Quoniã igitur α κ, & κ ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ κ (per 23 primi) sunt maiores, cõmunis auferatur κ ζ, reliqua igitur α κ, maior est quàm reliqua κ θ. Aequalis autẽ est δ κ, ipsi κ α (per 15 diffinitionẽ primi) & κ δ, ipsa κ θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in κ signũ, extra ipsum α signũ cõtactus nõ cadit in ipsum cõtactũ igitur. Si bini circuli igitur sese inuicẽ introrsum tetigerint, sumanturq́; eorum centra, recta linea eorũ centra contingens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit.* ALITER *idẽ ostendere. Sed iam cadat sicut κ ζ γ. & extendatur in rectas directum lineas, γ ζ κ. in θ, signum, & coniungãtur α κ, & α ζ. Quoniam igitur α κ, & κ ζ maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi) sed α ζ æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ κ, reliqua igitur α ζ, reliqua κ θ, maior est, hoc est κ δ, quàm κ θ, maiore minor, quod est impoßibile. Similiter & si extra circulũ paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impoßibile.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11. Propositio 12.*

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangũt in signo α. Sumaturq́; (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud ζ, & circuli α δ ε sit κ. Dico quòd ex ζ, in κ, ducta recta linea, p ipsum α contactũ trãsit. Nõ enim, sed si poßibile est trãseat sicut ζ γ, & δ κ. Et cõiungãtur α ζ α κ. Quoniã igitur ζ signũ centrũ est circuli α β γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniã κ signum, centrũ est circuli α δ ε, æqualis est α κ, ipsi δ κ. Ostensum autem est quòd ζ α, ipsi ζ γ, est æqualis. Igitur ζ α, & α κ, ipsis ζ γ, & κ δ, sunt æquales: quare tota ζ κ, ipsis ζ α, & α κ, maior est, sed & minor (per 20 primi) quod est impoßibile. Igitur quæ ab ζ in κ, ducitur recta linea, per ipsum α, cõtactum transit. Si duo circuli igitur sese adinuicẽ exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.*

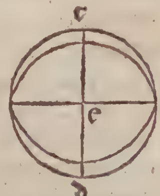


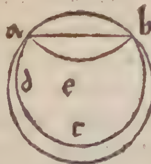
Euclid. ex Camp. Propositio 12.

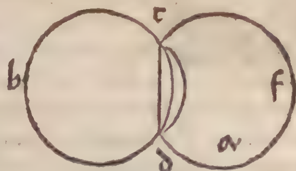


I circulus circulum contingat, siue intrinsecus, siue extrinsecus, in uno tantùm loco contingere necesse est. 16

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ contingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cùm ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e, interiorem, accidet contrarium secundæ huius. Quòd si ipsa cadat intra ipsum, cùm diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis





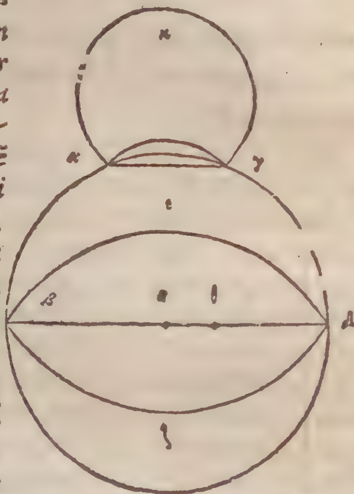


perpendicularem ad ipsam, fueritq́ applicata circunferentiæ ex utraq; parte, ipsa transibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmissæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare utrunq; impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat. 13

THEON ex Zã. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β, & sumatur quidẽ centrũ ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud κ, (per primam tertij,) circuli autẽ ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdẽ) recta linea ducta ex κ, in θ, cadit in signa β δ, cadat sicut β κ θ δ. Et quoniam κ, signũ centrũ est circuli α β γ δ, æqualis (per 15 diffinitionẽ primi) est β κ, ipsi δ κ. Maior igitur est β κ, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ signũ, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ) β θ, ipsi θ δ. patuit autem quòd ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non t.ngit, in pluribus quàm uno signis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim est possibile: circulus α γ κ, circulũ α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ. & coniũgatur (per 1 postulatum) α γ. Quoniã igitur in circũferentia utrorumq; circulorũ α β γ δ, & α γ κ, suscepta sunt duo contingentia signa α & γ, cõiungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrũq; cadit. Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ, & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulũ exterius non tanget in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quòd neq; introrsum. Circulus igitur circulũ non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat: quod demonstrasse oportuit.

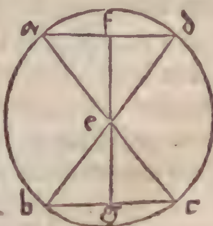


Euclid. ex Camp. Propositio 13.



Ectæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à cẽtro æquidistiterint, æquales esse necesse est. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quòd ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq́ per 2 partem tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, est æqualis c g, eo quòd tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem siue quartam propositionem huius, ipsas æqualiter distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g: & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato

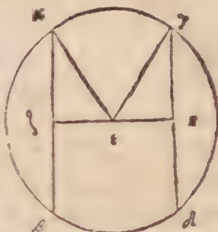


f,quadrato g c, erit quadratum e f,æquale quadrato e g,quare e f,est æquale e g,sicq; patet idem. Sit ergo e f,æqualis e g,quod est eas a d,scilicet & b c,æqualiter distare à centro. Dico tunc quòd a d,est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d,& e c æqualibus,demptisq; quadratis duarum linearum e f,& e g,æqualibus,remanent per penultimam primi,quadrata duarũ linearum f d,& g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c,ergo duplum f d,quod est a d,est æquale duplo g c,quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Euclid.ex Zamb. Theorema 13. Propositio 14.

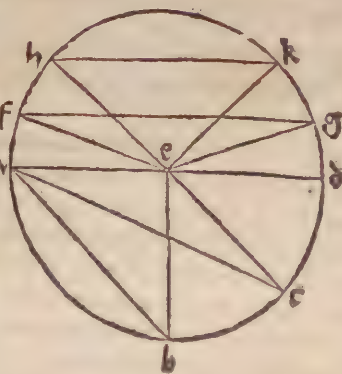
14 In circulo rectæ lineæ sunt æquales,quæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro,æquales adinuicem sunt.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in ea sint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ.* Dico quòd *æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ, sitq; illud ε. Et ab ipso ε in ipsas α β, & γ δ (per duodecimam primi) perpẽdiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum postulatum) α ε, & ε γ.* Quoniam igitur *(per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ε ζ. rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariàm dispescit, æqualis est igitur α ζ, ipsi ζ β: dupla igitur est α β, ipsius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipsius γ η, dupla est. Et est æqualis α β, ipsi γ δ: æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua sunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε: quadrata rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua sunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis enim est α ζ, ipsi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communẽ sententiam) est æquale. Aequalis igitur est ε ζ, ipsi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro, quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) Igitur α β, & γ δ. æqualiter distant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter distent à centro, hoc est æqualis sit ε ζ, ipsi ε η. Dico quòd æqualis est α β, ipsi γ δ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod α β, dupla est ipsius α ζ, & γ δ, ipsius γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia sunt (per 43 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia sunt (per eãdem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, et ζ α quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex ε η. & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, est æquale: æqualis enim est ε ζ, ipsi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. At ipsius α ζ, dupla est ipsa α β, ipsius uerò γ η, dupla est ipsa γ δ. Aequalis igitur est α β, ipsi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales: quod erat demonstrandum.*



Euclid.ex Camp. Propositio 14.

14 I intra circulũ plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrũ eius omnium longissimã, eiq; propinquiores remotiorib. lõgiores esse necesse est.



CAMPANVS. Sit ut in circulo a b e cuius centrum e cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tanto maiores, quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntq; per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a e & e c, sunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior est a c. Sic quoq; est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c quàm a b, patet,

quia cum duo latera f e,& e g, trianguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k,& angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi baſis f g maior baſi h k, Similiter quoque quia a e,& e c, ſunt æqualia a e & e b,& angulus a e c, maior angulo a e b, erit baſis a c, per eandem maior baſi a b,& ſic eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 15.*

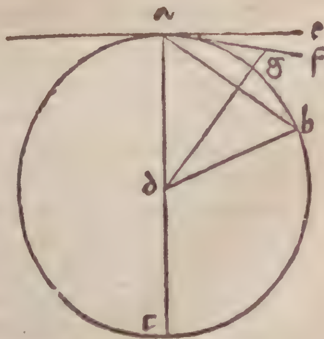
In circulo, maxima quidem eſt dimetiẽs, aliarum autem ſemper propinquior cẽtro, remotiore maior. 14

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uerò illius ſit α δ, centrum autem ſit ε. Et propinquior ipſi α δ, dimetienti ſit β γ. remotior autem ſit ζ η. Dico quòd α δ, maxima eſt, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipſas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro eſt β γ, remotior autem ζ η, maior eſt (per 4 diffinitionẽ) igitur ε κ, ipſa ε θ. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis ε λ, ipſi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipſi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primũ poſtulatũ) coniungantur ε μ, ε ν, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis eſt ε θ, ipſi ε λ, æqualis eſt (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem) β γ, ipſi μ ν. Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε μ, & ε δ, ipſi ε ν: igitur α δ, ipſis μ ε, & ε ν, eſt æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipſa μ ν, maiores ſunt. Igitur α δ, maior eſt quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, ſunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub μ ε ν, angulo qui ſub ζ ε η, maior eſt, baſis igitur μ ν, (per 24 primi) baſi ζ η, maior eſt. Sed μ ν, ipſi β γ, oſtenſa eſt æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior eſt. Maxima igitur eſt α δ, dimetiens, maior autem β γ ipſa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima eſt: aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior eſt: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

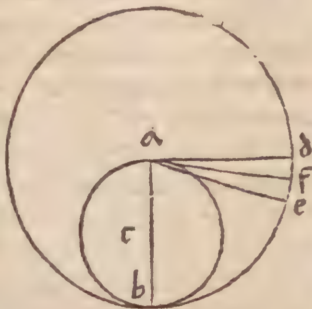


I ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatᷓ, extra circulũ eã cadere neceſſe eſt. Atq; inter illã & circulũ, aliam lineã rectã capi impoſſibile eſt. Angulũ autẽ ab illa & circunferentia contentũ, omniũ acutorum angulorum eſſe anguſtiſſimum. Angulum uerò intrinſecũ à diametro & circũferentia contentum, omnium angulorum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt. Vnde etiam manifeſtum eſt, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipſum contingere. 15

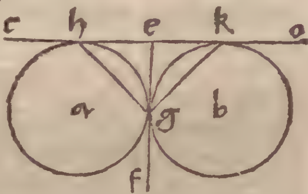


CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quòd ipſa cadit extra circulum, et quod inter lineam illam & circũferentiã, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipſa & circunferentia continet, eſt minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duob⁹ rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter ſuper a c lineam, poteſt cadere intra circulum, ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia

& quia angulus d a b, est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a e, quod si inter ipsam & circunferentiã potest linea recta intercipi, sit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, est rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quod angulus contentus ab a e, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorẽ, quia non differt a recto, nisi in angulo contingentię quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.



CAMPANI *additio.* Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumẽtatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale, hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulũ per correlarium huius. Describatur iterum super punctum a secundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d, est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia transiuit ad angulum rectum, dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestũ est quosdam esse minores angulo semicirculi, contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorũ per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritque (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid, amplius amplissimo: quod est impossibile. Vel sic. Cùm angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis, angustissimus omnium acutorum, sed angulus e a f, est eo angustior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus, æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum. Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam, ut constat per figurationem hic à latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uicesimamsextam huius, & patet propositum.

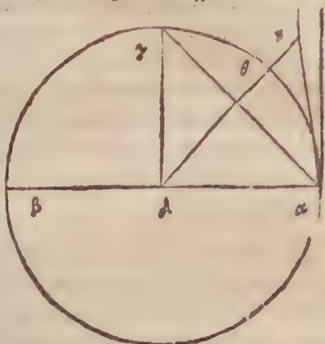


Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 16.*

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circun-

ferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγ, circa centrum δ, & dimetientem αβ. Dico quòd quæ ex α ipsi αβ, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si poßibile est, cadat interius sicut γα, & coniungatur δγ. Et quoniam æqualis est δα, ipsi δγ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δαγ, angulo αγδ. Angulus autem δαγ, rectus est: rectus igitur est & qui sub αγδ. Anguli igitur qui sub δαγ, & αγδ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impoßibile. Igitur ab α signo, ipsi αβ, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; in ipsam circunferentiã, extrà igitur cadit sicut αε. Dico quòd in locum inter αε, rectam lineam, & γβα, circunferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim poßibile est, cadat sicut ζα, & excitetur (per 12 primi) ab δ signo, in ipsam ζα, perpendicularis δη. Et quoniam rectus est angulus αηδ, minor recto autem qui sub δαη, maior igitur est αδ, quàm δη.*



Aequalis autem est δα ipsi δθ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur est δθ, ipsa δη, minor maiore, quod est impoßibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & semicirculi angulus contentus sub αβ, recta linea & γθα, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γηα, circunferentia & αε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minor uerò eo qui sub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, in locum inter γθα, circunferentiam & αε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis, eo qui sub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præostensam poßibilitatem angulo contento sub βα recta linea, & γθα, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neq; etiam minor contento sub γθα, circunferentia & αε, recta linea.

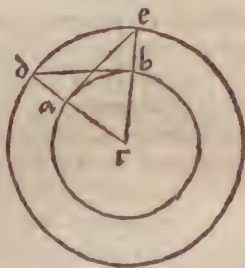
CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta: ipsum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij) quòd quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16

CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius centrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secãtem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, concentricũ circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quę secet circunferentiam circuli d e, in puncto e, & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autem e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod est propositum.



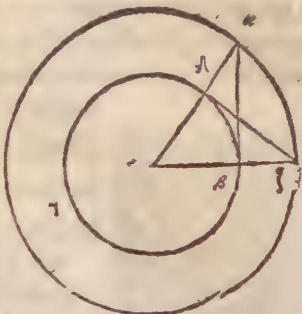
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 17.*

A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

THEON ex Zãb. *Sit quidem datum signũ α, datus autem circulus sit βγδ, oportet iam à dato signo α, dato circulo βγδ, contingentẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, sitq; illud ε, & coniungatur (per 1 postulatũ) αδε. Et centro quidem ε, spatio uerò εα (per 3 postulatũ) circulus describatur αζη, & ab ipso δ, ipsi εα, ad angulos rectos excitetur δζ (p 11 primi) & cõiungantur (per 1 postulatũ) εζ, & αβ. Dico q ab α signo, circulo βγδ, contingens ducta est αβ. Quoniã enim ε signum,*

centrum

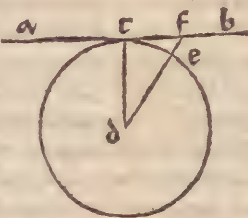
centrum est circulorum βγδ, & αζη, aequalis est εα, ipsi εζ, & εδ, ipsi εβ: ex centro enim in circunferentiam. Duae igitur αε, & εβ, duabus εζ, & εδ, sunt aequales, & angulum communem habent qui ad ε: basis igitur δζ (per 4 primi) basi αβ, est aequalis, & triangulum δεζ, triangulo εβα, est aequale, & reliqui anguli reliquis angulis: aequalis igitur est angulus εδζ, angulo εβα, rectus est autem qui sub εδζ, rectus igitur est & qui sub εβα, & est εβ, ex centro. Quae autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum (per correlariũ 16 tertij) Igitur αβ, ipsum circulum βγδ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo βγδ, contingens recta linea ducta est αβ, quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 17.

17 
I circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

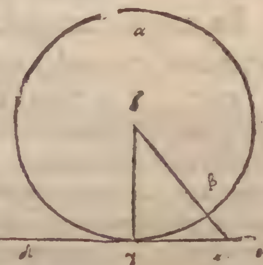
CAMPANVS. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quae secet circunferentiam circuli in puncto e, eritq́ue uterq; angulorum qui sunt ad f: rectus igitur per 13 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpẽdicularem super a b: quod est propositũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpẽdicularis erit cõtingenti.

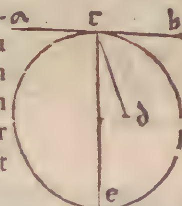
THEON ex Zamb. *Circulũ enim αβγ, tangat recta linea quaedam δε, in γ signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli αβγ, sitq́; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζγ. Dico quòd ζγ, perpendicularis est in δε. Si enim non, excitetur (p 12 primi) ab ζ in ipsam δε, ppendicularis ζη. Quoniam igitur angulus ζηγ, rectus est, angulus igitur qui sub ηγζ, est acutus, maior igitur est angulus ζηγ, angulo ζγη, sub maiori autẽ angulo (p 19 primi) maius latus subtenditur, maior igitur est ζγ, quàm ζη. Aequalis autem est ζγ, ipsi ζβ: ex centro enim in circunferentiã: maior igitur est ζβ, q̃ ζη, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζη, ipsi δε non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendemus, quòd nulla alia praeter ζγ. Igitur ζγ, perpendicularis est ipsi δε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quae sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 18.

18 
I circulũ linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quaedã orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

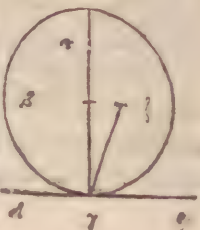
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & à contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quòd cẽtrum circuli est in linea c e. Haec est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunq; contingat, sitq; d, & producatur d c, erit'que d c, per praemissam perpendicularis ad lineã a b, quod est impossibile, cùm e c posita sit perpendicularis ad ipsam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangẽti ad angulos rectos recta linea quaedã excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamb. *Circulũ enim αβγ, tangat recta linea quaedã δε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δε (p 11 primi) excitetur ad angulos rectos γα. Dico q, in ipsa γα, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & (per 1 postulatũ) coniungatur γζ. Quoniã igitur circulũ αβγ, recta linea quaedã δε tãgit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta est ζγ igitur (p 18 ppendicularis) est ipsi δε. Rectus igitur est ãgulus ζγε,*



at angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur *ζ, centrum circuli α β γ non est. Similiter quoque ostendemus, quòd nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangēti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius 19
uerò angulus supra circunferentiam cōsistens eandem
basin habeat, interior superiori duplus erit.

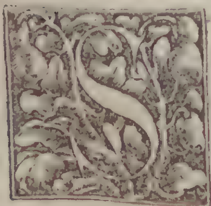
CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, supra centrum, & angulus a b c super circunferentiam, sitq́; utriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulū a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarū. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritq́; per 32 primi, angulus a d e extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis, qui sunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintā eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulū a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum. Quòd si altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet, per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quòd si altera duarum linearum primarum secet alteram duarum postremarū, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus est ad angulum a b c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 20.*

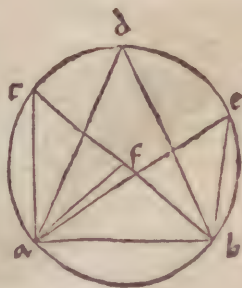
In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint. 20

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum sit angulus β ε γ, ad circunferentiam uerò angulus β α γ, habeant autem eandem basin, circunferentiam β γ.* Dico *quòd duplus est angulus β ε γ, anguli β α γ.* Ducta *enim α ε (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam, æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α.* Anguli *igitur ε α β, & ε β α (per 5 primi) eius qui est sub ε α β, dupli sunt: æqualis autem est qui sub β ε ζ (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β & ε β α. Angulus igitur β ε ζ, ipsius ε α β, duplus est.* Et *perinde angulus ζ ε γ, eius qui sub ε α γ (per eandem) duplus est.* Totus *igitur β ε γ, totus qui sub β α γ, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturq́; (per 2 postulatum) in ν. Similiter quoq; ostendemus quòd duplus est ν ε γ, angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli.* Quorum *qui sub ν ε β, duplus est eius qui sub ε δ β.* Reliquus *igitur qui sub β ε γ, eius qui est sub β δ γ, duplus est.* In *circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



Si in una circuli portione, anguli super arcum consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est. 20

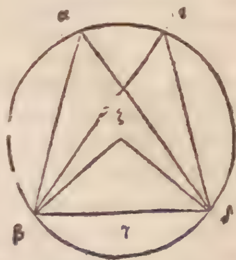


CAMPANVS. Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum sit f, consistant quotlibet anguli super arcum a d b, qui sunt e d c. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducantur in centrum lineæ a f, & b f, eritq́; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquenque eorum

rum duplus, quare ipsi sunt æquales: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 21.*

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sint in segmento βαεδ, circuli αβγδ, anguli qui sub βαδ, & βεδ. Dico quòd anguli βαδ, & βεδ, sibi inuicem sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli αβγδ, sitq; illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) βζ, ζδ. Et quoniam angulus βζδ, est ad centrum, angulus autem qui sub βαδ, ad circunferētiam, & eandem habent basin circunferentiam βγδ, angulus igitur βζδ (per præcedentem) duplus est eius qui sub βαδ, & per hoc angulus βζδ, duplus est etiam eius qui sub βεδ. Aequalis igitur est (per communem sententiam dicentem, quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia) angulus βαδ, angulo βεδ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales: quod demonstrasse oportuit.*

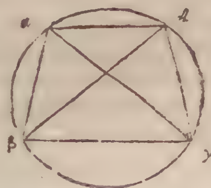
Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 I intra circulum quadrilaterū describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq; per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d & c a d. Et quia ipsi cū angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erūt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod est propositum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.

Euclid. ex Zamb. *Theoréma 20.* *Propositio 22.*

22 In circulis quadrilaterorum existentiū, anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγδ, & in eo quadrilaterum sit αβγδ. Dico quòd anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum) αγ, & βδ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur αβγ, tres anguli γαβ, αβγ, & βγα, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γαβ, angulo βδγ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento βαδγ. Angulus uerò αγβ (per eandem) angulo αδβ, in eodem enim sunt segmento αδγβ. Totus igitur qui sub αδγ, eis qui sub βαγ, & αγβ est æqualis, communis apponatur angulus αβγ. Anguli igitur qui sub αβγ, βαγ, & αγβ, eis qui sunt sub αβγ, & αδγ, sunt æquales: sed qui sub αβγ, βαγ, & αγβ, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur αβγ, & αδγ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quòd etiam anguli βαδ, & δγβ, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 22.

22 Vas similes circuli portiones inæquales, supra unā rectam lineam assignatam, ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quā fiat portio circuli, a c b. Dico quòd super eandem lineam ex eadem parte non et alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quòd si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cùm sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarū, una fiat cum altera postremarum, ut in secunda. Aut ut altera secet alteram, ut in tertia. Quòd si fuerit primo modo, erit per uicesimamprimā primi, angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionẽ. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimãſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferentiam portionis minoris in pũcto e, & ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per præmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quòd licèt proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neq́ ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 23.*

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimiliaq́; circulorum ſegmenta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*



SI circulorũ ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 23

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorũ a e b, c f d, quæ ſunt ſimiles. Dico quòd ipſæ ſunt æquales. Si enim non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c d, nec excedetur ab ea: cùm ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.*

Super æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

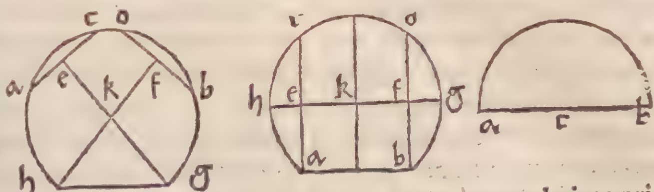
THEON ex Zamb. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente nanq́; ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uerò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmentum ipſi ε ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.*

Euclid.

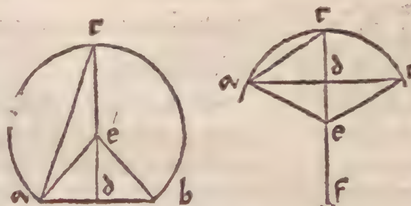
Euclid.ex Camp. Propositio 24.

24 
Ati ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritque per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraque linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraque parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi centrū circuli per idem correllarium.



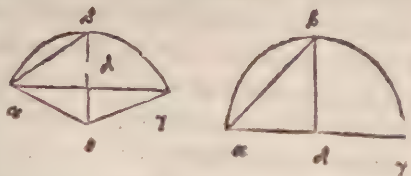
Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h, quia cùm in utraque ſit cētrum circuli per dictum correllarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omniū portionū enumerando ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū a b portio data, ſemicirculus: eritque per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cētrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cùm ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaque per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritque per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritque per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per ęqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quę ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritque angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e: & manifeſtū eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.



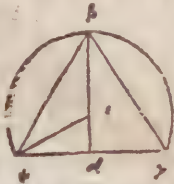
Euclid.ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 25.

25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.

THEON *ex Zamb. Sit datum ſegmentum circuli αβγ. Oportet iam ſegmenti αβγ, circulum cuius eſt ſegmentū deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) αγ, bifariàm in δ. Exciteturque (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi αγ, ad angulos rectos βδ, & coniungatur (per primum poſtulatum) αβ. Angulus igitur αβδ, angulo βαδ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prius maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam βα, rectam lineam, ad ſignumque in ea α, ipſi angulo αβδ, æqualis angulus βαε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) βδ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) εγ, quoniam igitur angulus αβε, æqualis eſt angulo βαε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea εβ, ipſi αε. Et quoniam æqualis eſt αδ, ipſi δγ, communis autem δε,*



duæ igitur αδ, & δε, duabus γδ, & δε, sunt æquales altera alteri. Et angulus αδε (per 4 postulatum) angulo γδε est æqualis, rectus enim uterq;. Et basis igitur αε (per 4 primi) basi γε, est æqualis. Sed αε ipsi βε, ostensa æqualis est. Igitur βε, ipsi γε est æqualis. Tres igitur αε, εβ, & εγ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut αε, aut εβ, aut εγ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quòd segmentum αβγ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus αβδ, æqualis fuerit angulo βαδ. Si αδ, æquali existente utriq; ipsarum βδ, & δγ, tres igitur δα, δβ, & δγ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrũ δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus αβγ. Si autem αβδ, minor fuerit βαδ, constituemus (per 23 primi) ad βα rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo αβδ, æqualem intra αβγ segmentum. Segmenti centrum cadet super δβ, ut ε, & erit, uidelicet segmentũ αβγ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum: quod fecisse oportuit.

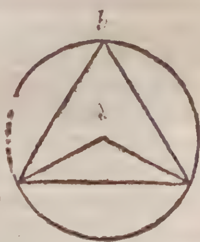


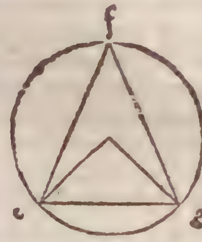
Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*



Si in æquis circulis seu super centra, seu super circunferẽtias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est. 25

Campanvs. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorũ, duo anguli a d c & e h g, qui ponãtur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentijs ipsorum, cõsistentes supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorũ semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, ęqualis angulo f, cùm d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes: & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales, ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quòd si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones similes, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cùm sint similes, & super æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod est propositum.

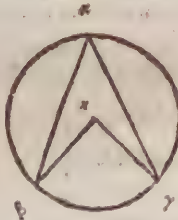


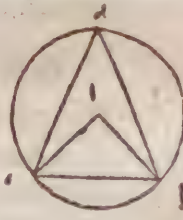


Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 26.*

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs insistunt, siue si ad centra, siue si ad circunferentias consistunt. 26

Theon ex Zamb. *Sint æquales circuli, αβγ, & δεζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub βκγ, & εθζ, ad circunferentias autem, qui sub βαγ, & εδζ. Dico quòd circunferentia βκγ, æqualis est circunferentiæ ελζ. Coniungantur (per primum postulatum) βγ, & εζ. Et quoniam circuli αβγ & δεζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur βκ, & κγ, duabus εθ, & θζ, sunt æquales. Et angulus qui ad κ, angulo qui ad θ est æqualis. Et quoniã angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur βαγ (per 24 tertij) simile est segmento εδζ, & sunt in æqualibus rectis lineis βγ, & εζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur βαγ, æquale est ipsi εδζ segmento. Est autem totus circulus αβγ, æqualis toti circulo δεζ. Reliqua igitur βκγ circunferentia (per 3 communem sententiam) reliquæ ελζ, circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs insistunt, siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant: quod demonstrasse oportuit.*



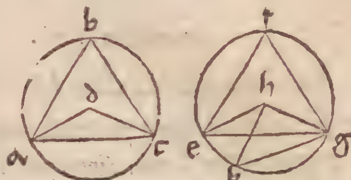


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 26.

26 

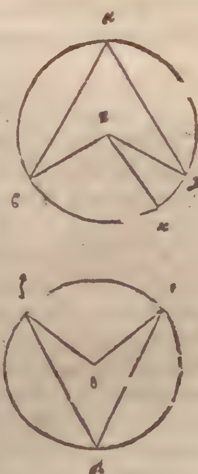
Si in æquis circulis æqui ſumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorũ, ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſintq́ duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ ſuper ipſos arcus, duo anguli in cẽtro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ ſuper eoſdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem eſſe æquales: itemq́ duos b & f, ad inuicem eſſe æquales. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli ad inuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, eritq́ per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g poſiti, ſunt æquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſsibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoq́ modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quòd anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & econuerſo.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 26. Conuerſa præcedentis.

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti.

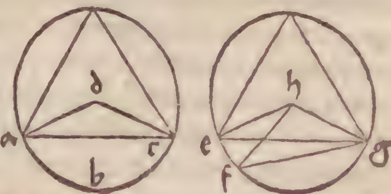


THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, ſuper æqualibus circunferentijs β γ & ε ζ, ad centra η θ, anguli conſiſtant β η γ & ε θ ζ: ad circunferentias autem β α γ & ε δ ζ.* Dico quòd angulus *β η γ æqualis eſt angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus eſt angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β η γ æquus eſt angulo ε θ ζ: manifeſtum eſt quòd angulus etiam β α γ æquus eſt angulo ε δ ζ* per 20 tertij. *Si uerò non, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus β η γ, &* cõſtituatur per 23 primi, *ad rectam lineã β η, ad datumq́; in ea ſignum η: angulo ε θ ζ æqualis angulus β η κ. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt*, per 20 tertij, *quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferentia β κ, circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipſi β γ eſt æqualis: & β κ igitur, ipſi β γ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoßibile. Angulus igitur β η γ, angulo ε θ ζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli β η γ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autem ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 

Si in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoque æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abſcindi neceſſarium eſt.

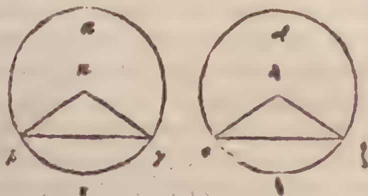


CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſitq́ corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecant, eſſe æquales. Quòd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c. Primum quidem ſic probatur. Ducantur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt fore æquales, erũt

hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq; patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c: quod est secundum propositum.

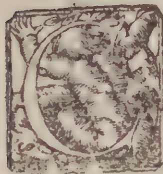
Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 28.*

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28

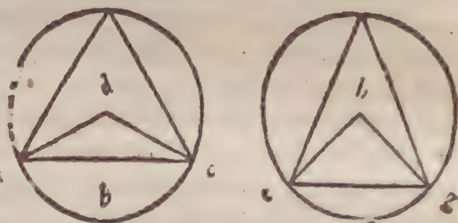


THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & Δ ε ζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε Δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quòd circunferentia β α γ maior, æqualis est circunferentiæ ε Δ ζ maiori: circunferentia uerò β γ η minor, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) sintq; κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales. Et basis β γ (per hypothesin) basi ε ζ est æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ: est autem totus circulus α β γ, toti circulo Δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ ε Δ ζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



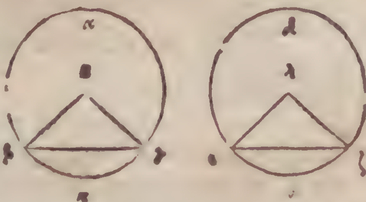
Irculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est. 28



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius cētrum d, & e f g, cuius centrum h: sitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositum. Quæcunq; autem probatę sunt passiones de diuersis circulis æqualibus, intellige multò fortius ueras esse de eodem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 29.* *Conuersa præcedentis.*

In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

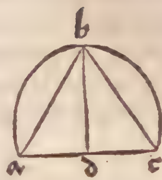


THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & Δ ε ζ, & in eis æquales sumantur circunferentiæ β κ γ & ε θ ζ, coniunganturq; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis est recta linea β γ ipsi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra: sintq; κ & λ, & coniungantur κ β & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β κ γ æqualis est ipsi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis est angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per decimam diffinitionem tertij) Et quoniam circuli α β γ & Δ ε ζ sunt æquales: & quæ ex centris quoque sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales, & angulos comprehēdunt æquales. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 29.

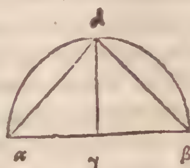
29 Atum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducātur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

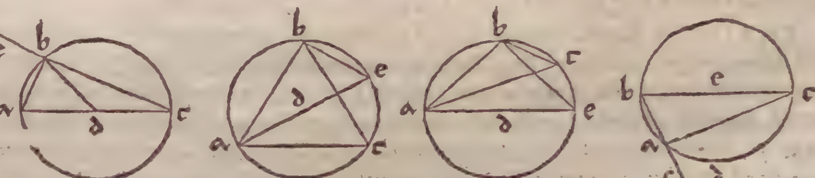
Datam circunferentiam, bifariam secare.



THEON ex Zamb. *Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ β, bifariam secare. Coniungatur α β, seceturq́; (per 10 primi) bifariàm in γ signo: & ab ipso γ, ipsi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo β γ δ est æqualis: rectus enim uterque est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ β est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipsarum circunferentiarum α δ & δ β, semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariàm secta est: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 30.

30 I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uerò in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uerò, recto minor de necessitate erit.



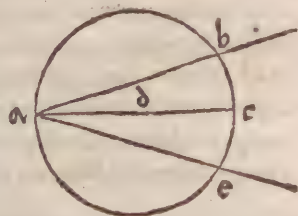
CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrū d & diameter a d c, semicirculus a b c, in cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorū, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur c b usq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a est æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq; per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cùm sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quę sit semicirculo minor, & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq; per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est

tertium propositum. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usque ad f, eritque per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunque, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio.

Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumētationes: ad quas tulimus instantiam in 15 huius. Transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris, qui est minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cùm enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris sit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secans ex ipso b portionem semicirculo minorem: eritque per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c super punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Transitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem, non tamen æqualem, ut demonstratum est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex ista demonstratione.



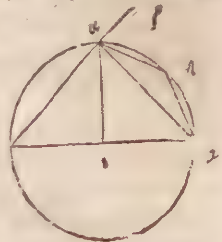
Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 31.*

In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui uerò in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto. 31

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ: dimetiens autem eius sit β γ, centrum uerò ε. Sumaturque in semicirculo signum utcunque, sitque illud δ & coniungantur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quòd angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus autem in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uerò in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungatur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandem, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus autem qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterque est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniam trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus autem β α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniam in circulo inest quadrilaterum α β γ δ, in circulis autem quadrilaterorũ consistentium (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ β, maior est recto, & in segmento minore semicirculo est. Dico iam etiam quòd angulus segmẽti maioris, comprehensus sub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autem minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumque illinc est. Quoniã enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cõprehensus sub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior est recto: quoniã totũ sua parte maius est (per 9 cõmunem sententiã) Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ et α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur sub γ α recta linea et α δ γ circunferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existẽs, rectus est: qui uerò in maiore segmẽto, recto est minor: in minori autẽ, recto est maior.*

Et insuper

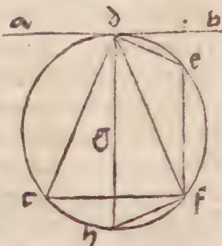
Et insuper angulus maioris segmēti, maior est recto: minoris autē segmēti, recto minor: quod demōstrasse oportuit. ALIA *ostensio, quòd angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniā angulus α ε γ, eius qui sub δ α ε duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex opposito: interiores autē (per 5) sunt æquales: angulus autem α ε β eius qui sub ε α γ duplus est: anguli igitur α ε δ & α ε γ, ipsius β α γ, dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ, duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub β α γ, rectus est: quod erat demonstrandū.* CORREL. *Hinc manifestum est, quòd si triāguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulū fit) eisdem est æqualis, sed quando utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.*



Euclid. ex Camp. Propositio 31.

31 SI circulum linea recta contingat, & à cōtactu in circulū quędam circulū secans recta linea, præter centrū ducatur, quousq; duos angulos cū cōtingēte facit, duob. angulis qui in alternatis circuli super arcus cōsistūt portionib. æquales sunt.

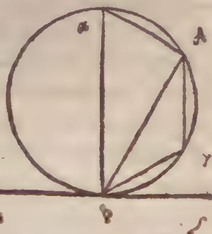
CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulū præter centrum, linea d f, secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d e f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primam partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales Posito ergo cōmuni angulo h d f: erit angulus a d f, ęqualis duobus angulis, qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt ęquales duobus rectis, per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis, per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundum sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cum angulo h, æquiualet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentē, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON ex Zamb. *Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulū α β γ δ, eum secans, sitq; β δ. Aio quòd anguli quos β δ simul cum ε ζ tangente cōficit angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales, hoc est quod angulus ζ β δ, æqualis est angulo existenti in β α δ segmento: & angulus ε β δ, æqualis est angulo existenti in β γ δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β δ circunferentia, signum utcunq;: sitq; illud γ, & connectatur α δ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi cōtingēti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrū est circuli α β γ δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α δ β in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α β ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis est angulo β α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum est α β γ δ, anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui sunt sub β α δ & β γ δ anguli sunt æquales. Quorū angulus β α δ, ostēsum est quòd æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β, in alterno segmēto δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum.*

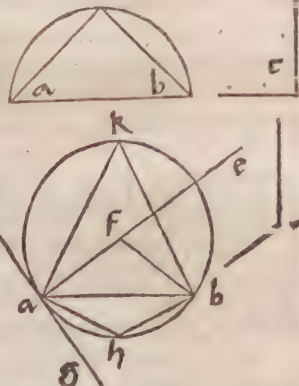


Euclid. ex Camp. Propositio 32.



Vper datam lineam, circuli portionẽ describere: capientem 32
angulum dato angulo æqualem, seu rectum, seu maiorem,
seu minorem recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineam a b uolo describere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per medium, describam super eam semicirculum, factumq; erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autẽ sit obtusus, ducam lineam d a cum linea b a, continentẽ ęqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e perpendicularem, super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualẽ angulo e a b, in quo obtusus excedit rectũ, ducta linea b f usq; ad perpẽdicularem a e: eruntq; per 6 primi lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatẽ lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum. Si autem angulus c sit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq; ad perpendicularem a e, eruntq; per 6 primi, lineæ fa & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a k b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

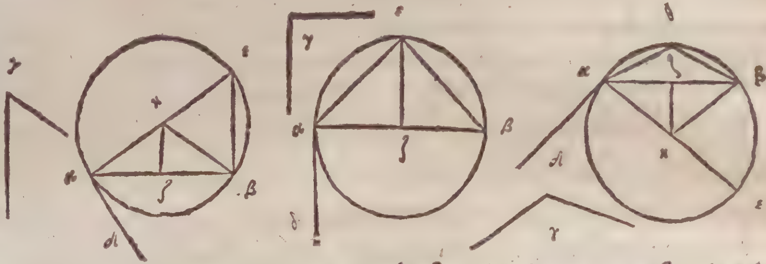


Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 33.*

Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

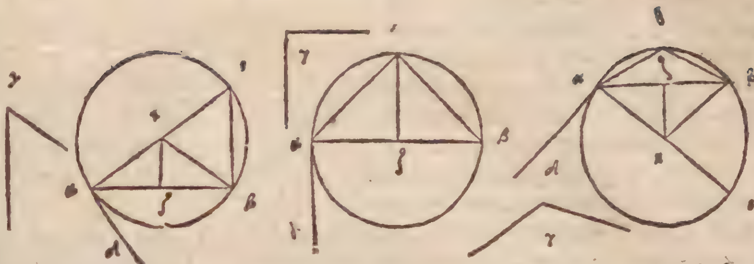
THEON *ex Zãb.*

Sit data recta linea α β, datus uerò angulus rectilineus sit γ: oportet iam super data recta linea α β. describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualem ipsi angulo



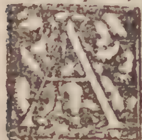
qui ad γ, Angulus igitur qui ad γ, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã, & in ea signũ α, ipsi angulo γ æqualis angulus δ α ε. Angulus igitur δ α ε, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdẽ) igitur ipsi α δ ad angulos rectos α ε, seceturq; (per 10 primi) bifariã α ε, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi α ε ad angulos rectos excitetur ζ κ (p 11 eiusdẽ) & cõnectatur κ ε. Et quoniã æqualis est α ζ ipsi, ζ ε igitur cõmunis autẽ ζ κ: duæ α ζ et ζ κ, duab. ζ β et ζ κ sunt æquales, & angulus qui sub α ζ κ (per 4 postulatũ) æqualis est ei qui sub κ ζ. Basis igitur α κ (per 4 eiusdẽ) basi κ β est æqualis. Centro igitur κ, spatio uerò κ α (per 3 postulatũ) circulus descriptus: ueniet etiam per β, describatur, & sit α ε ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipsius α ε diametri, ab α signo ipsi α ε ad angulos rectos est α δ: igitur α δ tangit circulum α β ε (per correlariũ 16 tertij.) Et quoniam circulũ α β ε tangit quædã recta linea α δ, & ab α contactu in ipsum circulũ α β ε ducta est recta linea quædam α ε: angulus igitur δ α β (per 32 eiusdẽ) angulo α ε ε existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δ α ε, ei qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis est ei qui sub α ε ε est angulo. Sup data igitur recta linea α β, segmentũ circuli descriptũ est, suscipiens angulũ α ε ε æqualẽ dato angulo qui ad γ. Sed iã rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunũ sit: rursus super α ε describere segmẽtum circuli suscipiẽs angulũ æqualẽ ei qui est ad γ recto. Cõstituatur enim rursus ad ipsam α ε rectã lineã, ad signũq; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus q sub β α δ (p 23 primi) sicut in secũda habetur descriptione. Seceturq; (p 10 primi) α β, bifariã in ζ, & cẽtro ζ, spatio uerò ζ α aut ζ ε: circulus describatur α ε β (p 3 postulatũ) Tãgit igitur recta linea α δ, circulũ α ε β: quoniã ãgulus q ad a, rectus est. Et angulus ε α δ æqualis

† δέον ἔστω



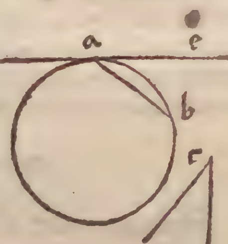
æqualis est angulo qui est in segmēto α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij.) Sed angulus ζ α δ, ei qui ad γ est āgulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β, segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo. Sed iam esto angulus qui ad γ obtusus, & cōstituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, seceturq; rursus α β bifariàm in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ κ (per 11 eiusdem) & connectatur κ β. Et rursus quoniā æqualis est α ζ ipsi ζ β, & cōmunis ζ κ: duæ igitur α ζ & ζ κ, duabus β ζ & ζ κ sunt æquales: & angulus α ζ κ (per 4 postulatum) angulo β ζ κ est æqualis: basis igitur α κ (per 4 eiusdem) basi β κ est æqualis. Centro igitur κ, spatio autem κ α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε ζ & à contactu α extēditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ ε existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmento, æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 33.

33 

Dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem, portionem abscindere.

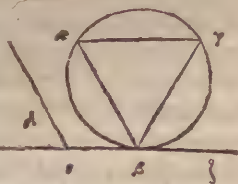
Campanvs. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abscindere portionē unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulū lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b existens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 34.

34 A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

Theon *ex Zamb. Esto datus circulus α β γ: datus uerò angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, segmentum abscindere, capiens angulum æqualē ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulum: sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ, et in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, et à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ, ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod fecisse oportuit.*



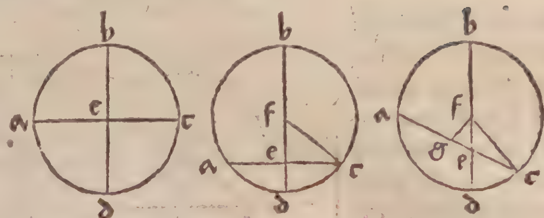
Euclid. ex Camp. Propositio 34.

34 

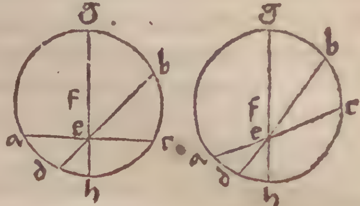
I intra circulū duæ rectæ lineæ sese inuicem secēt, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquū est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

Campanvs. Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd si ambæ transeant per centrum, erit e centrum circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales: quare liquet propositum. Quòd si altera earum tantùm transit per centrum, sit illa b d, centrumq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia,

aut



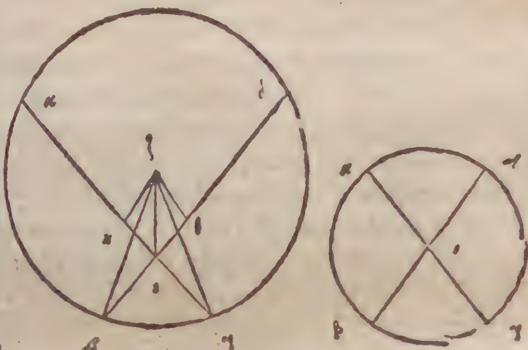
aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia: eritque per primam partem tertij huius, secans eam orthogonaliter. Ducatur itaque linea f c, eritque per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cũ quadrato e f: æquale quadrato lineę f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinque quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositum. Quòd si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritque per secundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritque per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quòd angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineę g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod est propositum. Quòd si neutra earum transit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inęqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia, ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertiũ modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utrique eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 35.*

Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmẽtis alterius comprehenditur rectangulo. 35

THEON *ex Zamb. In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ sese inuicem secent in signo ε. Dico quòd rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ: æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrum sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ: manifestum est quòd cùm α ε, ε γ, δ ε & ε β sunt æquales, rectangulum comprehẽsum sub α ε & ε γ, æquũ est ei quod comprehẽditur sub δ ε & ε β rectãgulo. Sint iam α γ, & δ β, nõ extensæ per centrum: & sumatur centrũ circuli α β γ δ: sitque illud ζ (per primam tertij) et ab ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per duodecimam primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ κ, quandam rectam lineam non per centrum transeuntem α γ ad angulos rectos secat: etiam bifariàm eam secabit: æqualis igitur est α κ ipsi κ γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in κ, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ unà cum eo quòd fit ex ε κ (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex κ γ. Commune apponatur id quod fit ex κ ζ. Quod fit igitur sub α ε & ε γ unà cum ijs quæ fiũt ex ε κ & κ ζ, æquũ est eis quæ fiunt ex ε κ & κ ζ. Sed eis quæ fiunt ex ε κ, & κ ζ, æquum est id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γ κ & κ ζ, æquum est id quod fit ex ζ γ (per eandem.) Quod igitur continetur sub α ε, & ε γ, unà cum eo quod*

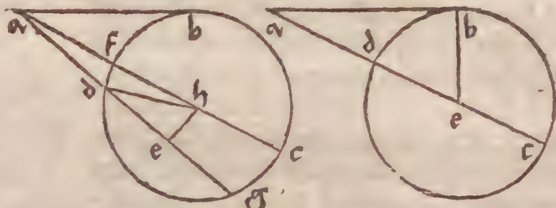


quod fit ex ζ ε, æquũ est ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β. Et centro enim in circunferẽtiam. Quod continetur igitur sub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ε ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ε, & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod continetur igitur sub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod fit igitur sub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod continetur sub δ ε & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε. Commune auferatur id quod fit ex ζ ε. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehẽsum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehẽso sub segmentis alterius, quod demonstrasse oportuit.

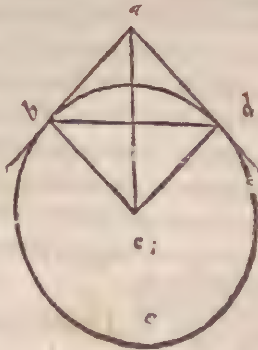
Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*

35 

I extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia cõtingens, duæ rectæ lineę ducantur: quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquum est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.



CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo d. .antur ad circulum, duæ rectæ lineę a b contingens, & a d c secans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, transit per centrum, aut non. Transeat ergo primò per centrum, quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius, perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a: & ideo per penultimam primi, ęquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b: quod est propositum. Quòd si linea a d c non transit per centrum, sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineę a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearum a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineę a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dẽpto ergo utrinq; quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, Sed id quod fit ex g a in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b: quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si à quolibet puncto extra circulum signato duæ lineę contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsę erunt adinuicem ęquales. Erit enim quadratum utriusque earum, ęquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto, ducta in circulum in partem eius extrinsecam. Hoc autem euidẽtius patet per penultimã primi.

Sit

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritq́ per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, similiter quoq́ & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d: quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq́ per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterq́ duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scienti am angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo: per sextam ergo primi, est linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 36.*

Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq́ in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum dispescat, altera uerò tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signũ & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato. 36

THEON *ex Zamb. Extra circulũ igitur α β γ, sumatur signũ aliquod, sitq́; illud δ, & ab ipso δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, et δ β, secet autem circulũ α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehensum sub α δ & δ γ. æquũ est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrũ, sitq́; (per 1 tertij) ζ, centrũ circuli α β γ, & cõiungatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est Et quoniã recta linea α γ bifariàm dissecta est in ζ, adiacetq́; ei recta linea γ δ, quod cõtinetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiũt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ. Sitq́; (per primam tertij) ε centrum circuli α β γ, & ab ε, in α γ (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extensam per centrũ α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariàm eam secat. Igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariàm diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit sub ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ δ, (per 6 secundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur sub δ α, & δ γ, unà cum eis quæ fiunt ex ε ζ & ζ ε, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ δ, & ζ ε, æquũ est id quod fit ex δ ε, (per 47 primi) angulus nãq; qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur cõtinetur sub α δ, & δ ε, unà cum eo quod fit ex ε γ, æquũ est ei quod fit ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ: angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, et quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.*



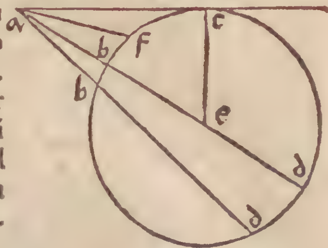
Euclid. ex Camp. Propositio 36.

SI fuerit punctus extra circulum signatus, à quo duę lineę ad circunferentiam ducãtur, altera secans, altera circunferentię applicata, fueritq́ quòd ex ductu totius secãtis in partem sui 36

extrinsecam

extrinſecũ æquum ei quod ex ductu applicatæ in ſeipſam fit, erit linea applicata ex neceſſitate circulum contingens.

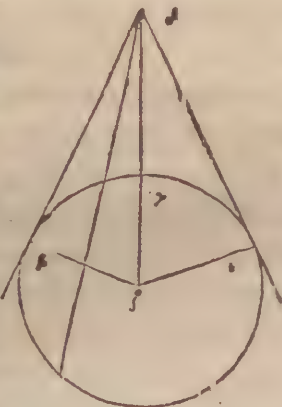
CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulũ b c d, cuius centrũ e, à quo ducãtur ad circulum linea a b d, ſecans ipſum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & eſto ut quod fit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineã a c, eſſe cõtingentẽ. Et eſt hæc cõuerſa prioris. Si enim nõ eſt cõtingens, ſit ergo cõtingens linea a f, eritq́; per præmiſſam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f, quare quadratũ lineæ a f, eſt æquale quadrato lineæ a c, ergo a c eſt æqualis f, quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod eſt propoſitũ. Idem oſtenſiuè probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d tranſit per centrũ, ducatur linea c e, erit per 6 ſecũdi, quod fit ex d a in a b, cũ quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, poſitum eſt æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, eſt æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c eſt rectus. Ergo per correlariũ 15 huius, linea a c eſt contingens circulũ, quod eſt propoſitum. Si autem a b d, non tranſit per centrum, ducatur à puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinſecam, eſt æquale ei quod fit ex d a, in a b, per pręmiſſam. ipſum erit æquale quadrato lineę a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 37.* *Conuerſa præcedentis.*

37 Si extra circulum ſumatur ſignũ aliquod, & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera uerò cadat: ſit autem quod fit ſub tota ſecante, & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiã æquale ei quod fit ex incidẽte, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignum, ſitq́; illud δ, & ab ipſo δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulum ſecet, & δ β incidat. Sit autem quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquum ei quod fit ex δ β. Dico quòd δ β, ipſum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea cõtingens circulum α β γ, ſitq́; illa δ ε. Sitq́; (per primam eiuſdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea δ ε, ipſum circulum α β γ tangit, & recta linea δ γ α, ſecat: quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquũ ſit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur eſt δ ε, ipſi δ β. Eſt autẽ & ζ ε, æqualis ipſi ζ β, ex cẽtro enim in circunferentiã. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, ſunt æquales, & baſis earũ cõmunis eſt ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, eſt æqualis. Rectus autem eſt angulus δ ε ζ, rectus igitur eſt, & qui ſub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens eſt, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter oſtendetur, ſi centrum ſuper α γ fuerit. Si extra circulum igitur ſumatur ſignũ aliquod, & reliqua quæ ſequũtur: quod demonſtraſſe oportuit.*

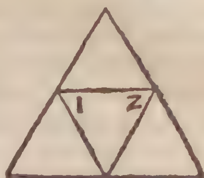


TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quartus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

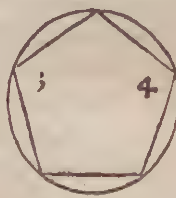

Igura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circũſcribi uerò figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur, omnibus omnes angulos contingit.

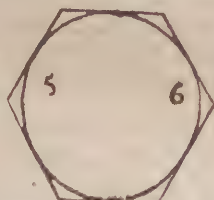


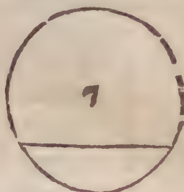
Ex Zamberto *Diffinitiones.*


Igura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicit̃, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, unumquenq; angulum eius circum quem deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quãdo unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineã deſcribi dicitur, quando circuli circũferentia unumquenq; eius circum quã deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicit̃, quãdo circuli circũferentia unũ quodque latus eius, in qua deſcribitur, tangit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.





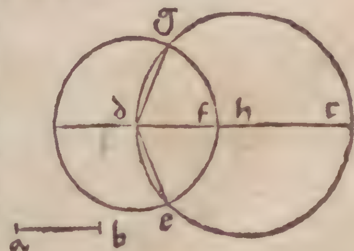




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*


Ntra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

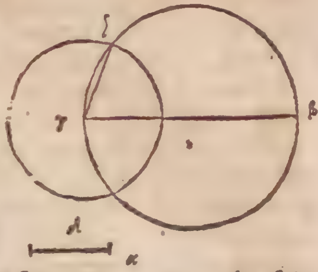
CAMPANVS. Sit linea data a b, circulusq; datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatẽ lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; qualibet earum æqualis lineæ a b, eo quòd utraque earum eſt æqualis lineæ d f, per diffinitionem



tionem circuli, quare habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.

1 In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.

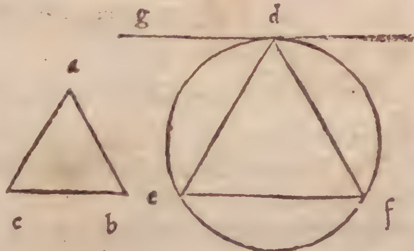


THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datum circulũ α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, sitq; β γ. Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem non: maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, spatio uerò γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & cõnectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ. est signum γ, (per 13 diffinitionem primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata est γ α, quod oportebat facere.*

Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 INtra assignatum circulum, triãgulum triangulo assignato æquiangulum collocare.

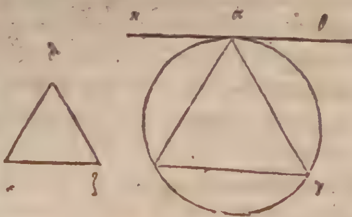
CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim nõ est necessariũ esse, sed est possibile. Produco g d h, contingentem circulum in pũcto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, ęqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq; per 31 tertij, angulus e, ęqualis angulo c, quia uterque est ęqualis angulo h d f c, quidem, per positionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulũ describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitq; η α θ. & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, et ab α contactu in circulũ ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis est angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ est angulo, est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triãgulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*

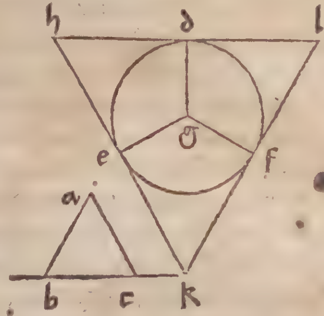


Euclid. ex Camp. Propositio 3.

3 CIrca assignatum circulum, assignato triangulo triangulum æquiangulum describere.

CAMPANVS. Sint ut prius, assignatus triangulus a b c: assignatusq; circulus d e f, cuius centrum g: circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum

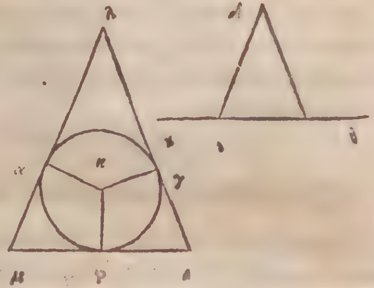
ęquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile. Producam basin b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinseco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cùm enim uterq; angulorum qui sunt ad d, & uterque eorum qui sunt ad e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, K e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, K f l: cùm uterque angulorū qui sunt ad f, sit etiã rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e sunt recti: erũt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, sunt ęquales quatuor rectis: ut mõstratũ est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter ęquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinsecus positus est ęqualis d g e, erit intrinsecus b, ęqualis h. Simili quoq; ratione erit c intrinsecus, ęqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimã petitionẽ, duæ lineę h e & l f protractæ, cõcurrent in pũcto K, fietq; triangulus h K l: & quia angulus h est ęqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c intrinseco, erit per 32 primi, angulus K æqualis angulo a: quare habemus propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propositio 3.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere. 3

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus αβγ, datum autem triangulum sit δεζ, oportet circa αβγ, circulum, ipsi δε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur εζ, ex utraq; parte, in κθ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) cẽtrũ circuli αβγ: sitq; illud κ. Et ducatur utcunque recta linea κβ. Et constituatur (per 23 primi,) ad κβ, rectã lineam, ad signũq; in ea κ, angulo qui est sub δεκ, æqualis angulus βκα, angulo autem δζθ, æqualis angulus βκγ. Et per signa αβγ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ αβγ, sintq; λαμ, μβν, νγλ. Et quoniam rectæ lineæ λμ, μν, et νλ, tangunt circulum αβγ, in signis αβγ, & à centro κ, in αβγ, signa coniunctæ sunt κα, κβ, & κγ, anguli igitur qui sunt ad signa αβγ, recti sunt. Et quoniam quadrilateri αμβκ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales, & quoniã quadrilaterũ αμβκ, in duo triangula diuiditur, quorum anguli καμ & κβμ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli ακβ, & αμβ, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δεκ, & δεζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur ακβ, & αμβ, anguli δεν, & δεζ, sunt æquales, quorum angulus ακβ, angulo δεν, est æqualis: reliquus igitur angulus αμβ, reliquo angulo δεζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quòd & angulus λνμ, angulo δζε, est æqualis: & reliquus igitur angulus μλν, reliquo angulo εδζ, est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum λμν ipsi δεζ, triangulo: & describitur circa circulum αβγ. Circa circulum igitur datũ, dato triangulo æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.*



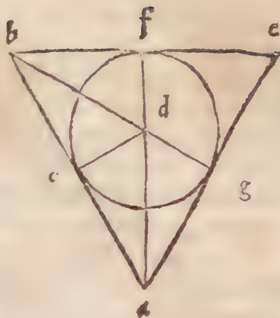
Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



INtra datum triangulum, circulum describere. 4

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quæ concurrent in puncto d, à quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli: d e quidem ad a b: d f, ad b c, & d g ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est

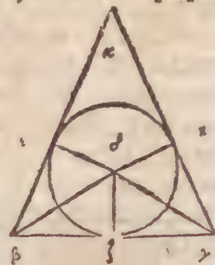
æqualis angulo a alterius, & uterque angulorũ e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cùm duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterq; angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d ęqualis lineę d f, quare tres lineę d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo centro in d, descriptus circulus secundum quantitatem unius earum, transibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquęq; linearum a b, b c, c a, erit cõtingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 4.*

4 In dato triangulo, circulum describere.

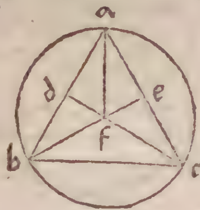
THEON *ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ, oportet iam in triangulo α β γ circulum describere. Secentur (per 9 primi,) anguli α β γ, & α γ β, bifariàm, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrãt adinuicem in signo δ. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η, Et quoniam æqualis est angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, ζ β δ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale β δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorũ subtendens, unũ & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε, ipsi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipsi δ ζ, est æqualis, quare & δ ε, ipsi δ η, est æqualis: tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, sibi inuicem sunt æquales (per 1 communem sententiam.) Centro igitur δ, spatio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, et γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur eas per correlarium eiusdem, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triangulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ η, quod facere oportebat.*

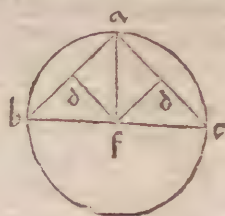


Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 Circa trigonũ assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium, circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa tertiæ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in puncto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque concurrant in puncto f, sintq; d f, & e f, concurrent enim, quoniam cùm uterque angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahũtur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quem dico esse centrum circuli quęsiti, protraho lineas ad singulos quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, et angulus d unius angulo d alterius, quia uterq; rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a c f & c e f: ergo per 9 tertij, punctum f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. Sit ergo trigonus propositus orthogonius, sitq; angulus a rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico esse centrum circuli, ad medium punctum utriusque duorum reliquorum laterum, qui sit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demonstratum est, supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit





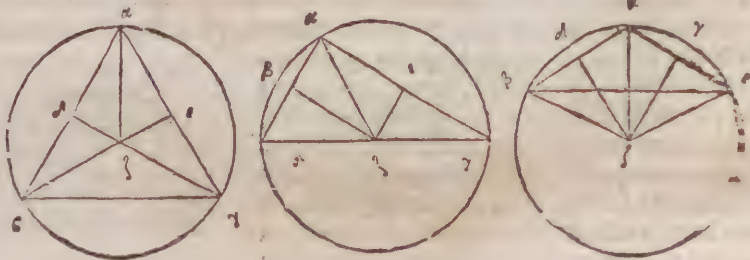
per secundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritque per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæsiti. Sit rursus trigonus a b, amblygonius, sitque angulus a obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritque d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est supra 39 primi, uidelicet quòd linea secans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quousque concurrant in pũcto f, quẽ dico esse centrum circuli (manifestum est enim eas concurrere, propter causam prius dictam) secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritque d h æquidistans a c, & e b ipsi a b, propter id quod demonstratum est super trigesimamnonam primi, quare per secundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineam a c, manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c, sitque punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis assumptã ut prius, erunt æquales: quare per 9 tertij, erit f centrum circuli quæsiti.

CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd si triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circũscribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 5.*

Circa datum triangulum, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum describere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariàm, in δ & ε, signis, & ab ipsis δ ε, signis, ipsis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipsum triangulum α β γ, aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipsum triangulum, in ζ signo: connectanturque (per 1 postulatũ ζ β, ζ γ, & ζ α.) Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ β, communis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Similiter iã ostendemus*



quòd etiam γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis: quare ζ β, ipsi ζ γ, est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ζ, spatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum α β γ, describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant super β γ, recta linea in signo ζ, sicut secunda habet descriptio, & connectatur α ζ, similiter quoque ostendemus quòd ζ signum, centrum est circuli descripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipsum triangulum α β γ, in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rursus æqualis est α δ, ipsi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendemus, quòd & γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa

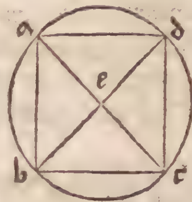
qua signa, & erit descriptus circa αβγ, triangulum, describatur sicut αβγ. Circa datum igitur triangulũ descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. *Et manifestum est quòd quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli angulus βαγ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autem in βγ, rectam lineam, in semicirculo existens angulus, rectus est. Quando uerò extra ipsam βγ, rectam lineam centrum cadit, angulus βαγ, existens in minore circuli segmento, recto maior est. Quare et quando minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrunt δζ, & εζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, super βγ. Quãdo uerò maior recto, extra ipsam βγ: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 6.

6  Ntra datum circulum, quadratum describere.

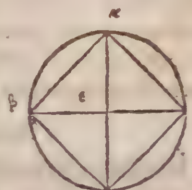
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrũ e: uolo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter supra centrum e, quarum extremitates coniũgo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratũ quæsitum, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptam, propter id quod quatuor lineæ e a, e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorum a b c & d, est rectus per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo: erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem. Quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 6.

6 In dato circulo, quadratum describere.

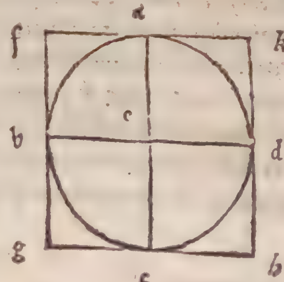
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus αβγδ, oportet iam in circulo αβγδ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli αβγδ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; αγ & βδ, & coniungantur αβ, βγ, γδ, & δα. Et quoniam æqualis est βε, ipsi εδ, (per diffinitionem 15 primi) centrum enim est ε, communis autem & ad angulos rectos εα, basis igitur αβ, (per 4 primi) basi αδ est æqualis: & per hoc etiam utraq; ipsarum βγ, & γδ, utrique ipsarum αβ & αδ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum αβγδ. Dico quòd etiam rectangulum quoniam enim recta linea βδ, dimetiẽs est circuli αβγδ: semicirculus igitur est angulus: rectus igitur est angulus βαδ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisq; angulorum contentorum sub αβγ, βγδ: & γδα, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterũ αβγδ, ostensum autẽ est quòd & æquilaterũ: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo αβγδ: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7  Irca propositum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d, cuius centrũ e: uolo circa ipsum, describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrãq; partem lineas orthogonaliter, quousq; quælibet earum concurrat cum duabus lateribus: sintq; puncta concursus earũ f g h k, eritq; per correlarium 15 tertij, uterq; angulorũ qui sunt ad unumquodq; quatuor pũctorũ a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum, quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonstratum est supra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorũ g h & K, erit rectus: ergo per secũdã partẽ 28 primi duæ lineæ f g & K h, itẽq; duę f K & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f K est æqualis g h, & f g, ipsi K h. Et quia per eandem f K est ęqualis b d, & f g ipsi a c: at uerò b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & K h, æquales. Sed & quatuor anguli f g K h sunt recti: ut probatũ est prius, ergo f g k h, est quadratum per diffinitionem: quod est propositum.

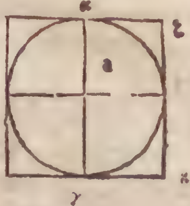


Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus αβγδ. Oportet iam circa ipsum αβγδ circulũ quadratum describere. Excitentur ipsius circuli αβγδ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; αγ &*

β δ: & per signa α, β, γ, δ, excitētur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangētes circulū α β γ δ, sintq́; ζ κ, κ θ, θ κ & κ ζ. Quoniā igitur recta linea ζ κ, ipsum circulū α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, cētro in ipsum α, contactū coniungitur recta linea ε α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa, sunt recti. Et quoniā angulus α ε β, rectus est, et angulus qui sub ε β κ, quoq; rectus est: parallelus igitur est κ θ, ipsi α γ, (p 28 primi,) & ob id quoq;, α γ, ipsi ζ κ, parallelus est. Similiter quoq; iā ostēdemus, quòd & utraque ipsarum κ ζ, & θ κ, ipsi β ε δ, parallelus est: parallelogrāma igitur sunt κ δ, κ γ, α κ, ζ β, & β κ: æqualis igitur est κ ζ, ipsi θ κ, & κ θ, ipsi ζ κ (per 34 primi.) Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum κ θ et ζ κ, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum κ ζ, & θ κ, est æqualis: utraque igitur ipsarum κ θ, & ζ κ, utrique ipsarum κ ζ, & θ κ, est æqualis, æquilaterum igitur est θ κ, θ κ, quadrilaterū. Dico quòd & rectangulū. Quoniā enim parallelogrammū est κ β ε α, & angulus α ε β, rectus est: rectus igitur est & qui sub α κ β, est angulus, (per 34 primi) similiter quoq; ostēdemus quòd & qui ad θ κ ζ, anguli consistūt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ κ θ κ quadrilaterum, demonstratum uerò quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum: descriptum est. Circa datū igitur circulum, quadratum descriptum est: quod oportebat facere.

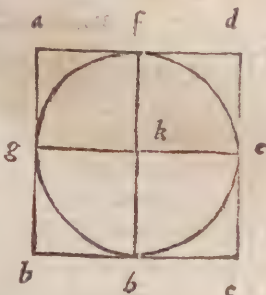


Euclid. ex Camp. Propositio 8.



Ntra quadratum assignatum, circulum describere. 8

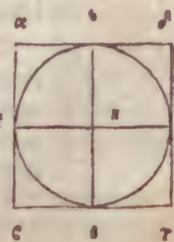
CAMPANVS. Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum, describere circulum. Hæc est quasi cōuersa 6. Diuido unūquodq; latus eius per ęqualia: a d quidem in puncto f, b a in pūcto g, c b in pūcto h, & d c in puncto e, & produco lineas e g & f h, secantes se in pūcto K: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h ęquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erūt per 34 primi quatuor lineę K e, K f, K g, & K h, ęquales: ergo per 9 tertij K, est centrum circuli quæsiti.



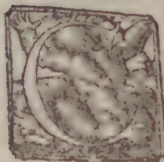
Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8.

In dato quadrato, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariàm in ε ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α κ, κ γ, β κ, & κ δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ, dimidium est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandem) sunt æquales, æqualis igitur est ζ κ, ipsi ε κ. Similiter quoque ostendemus quòd & utraque ipsarum κ θ, & κ α, utrique ipsarum ζ κ, & κ ε, est æqualis. Quatuor igitur κ ε, κ ζ, κ θ, & κ κ, sibi inuicem sunt æquales, (per 1 cōmunem scientiam.) Centro igitur κ, spatio uerò aut κ ε, aut κ ζ, aut κ θ, aut γ κ, circulus descriptus, transibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ κ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur κ, spatio autem aut κ ε, aut κ ζ, aut ζ θ, aut ζ κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tangit igitur eas, & in quadrato α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequuntur, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 9.



Irca assignatum quadratum, circulum describere. 9

CAMPANVS. Sit quadratū a b c d. Volo circa ipsum, circulum describere, Hęc est quasi cō uersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secātes se in pūcto e, quē dico esse cētrū circuli. Cū enim lineę a d, et a b, sint ęquales: erūt per 5 primi anguli

anguli a d b,& a b d,æquales:& quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: simili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum, esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d, quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 9. Propositio 9.

9 Circa datum quadratum, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, sese inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, et α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi) basi β γ, est æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariàm diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus quòd & unusquisq; angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariàm diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α: angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quòd & utraq; ipsarum ε α & ε β, rectarum linearum, utriq; ipsarum ε γ, & ε δ, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ δ, quadratũ describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 10.



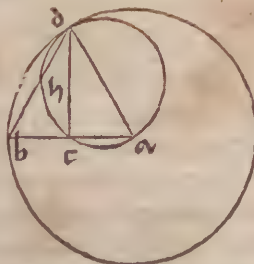
10 DVum æqualium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis obtinet, reliquo duplus existat.

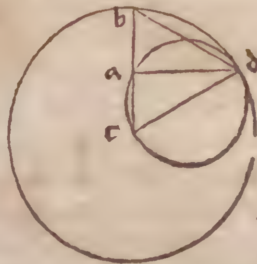
CAMPANVS. Intentio est describere unũ triangulum duum æqualiũ laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorũ qui superlatus quod est reliquis inequale, existunt ad tertiũ, duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quę sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pũcto c, ita quod illud quòd fit ex a b, in b c sit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro, secundũ ipsius quantitatẽ describatur circulus b d e, intra quẽ per primã huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulũ a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per h huius: triãgulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d, quare per ultimã tertij b d linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est ęqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d, est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, est ęqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, est ęqualis angulo c d a. Quia ergo uterq; angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d: quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Forsan dicet aduersarius circulũ d c a, circũscriptũ trigono partiali, secare circulũ b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita quòd simul secabit lineã b d, unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur, sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est, ut ponit aduersarius, & à pũcto b, ducatur ad ipsum circulũ minorẽ, cõtingẽs b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; p penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, ęquale quadrato, b f, ergo b f est

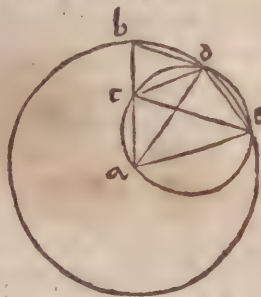
æqualis

æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, est æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a est æqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod est impossibile: cùm ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere, & ostendere quòd ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d. Forsan enim diceret quòd secaret eam, non secando arcum d b, maioris circuli. Si enim possibile est quòd secet eam, sit hoc in puncto h, eritq́ quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Monstratum est enim supra penultimam tertij quòd si ab aliquo puncto extra circulum signato, quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur, quæ sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur, æqualia sunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, est æquale quadrato b d, quod est impossibile, per 2 secundi, quare constat propositum. Et nota quòd minor circulus necessariò secabit maiorem, & abscindet ab eo arcum unum æqualē arcui b d, & maior abscindet similiter ab eodem unum arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor non secat maiorem, contingit ergo ipsum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorum se contingentium centra & punctus contactus sunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea est centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, est rectus, quare & angulus a d b, est rectus, similiter & angulus a b d, sibi æqualis, est rectus: quod est impossibile per 32 primi.





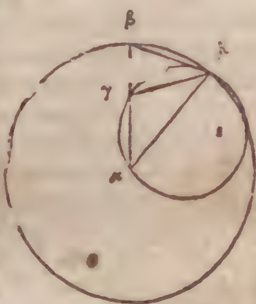
Secet ergo ipsum in punctis e d, dico arcum e d maioris, esse æqualem arcui d b, & arcum e d minoris esse æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritq́ per 26 tertij, unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & c a, sunt æquales per 22 eiusdem, quare totalis angulus a e g, duplus est ad angulum b a d, & ideo æqualis utriq́ angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, sunt æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, trianguli a e d ęquales duobus angulis d & b, trianguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, est æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, est ęqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, est æqualis arcui d c, & hoc est quod proposuimus.



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propositio 10.

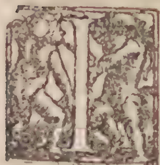
Isosceles triangulum constituere, habens unumquenq́ eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui. 10

THEON ex Zamb. *Ponatur quædam recta linea α β, seceturq́; (per 11 secundi) in γ signo, ut sub α β, & β γ. comprehensum rectangulum æquum sit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α, spatio uerò α β, (per 3 postulatum) circulus describatur β δ ε. Appliceturq́; in circulum β δ ε, ipsi α γ, rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε, maior non est circuli β δ ε, æqualis recta linea β δ, (per 1 quarti,) & connectantur α δ, & δ γ, describaturq́; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ζ. Et quoniam continetur sub α β, & β γ, rectangulum æquum est ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptū est: æqualis autem est α γ, ipsi β δ, quod igitur continetur sub α β, & β γ, æquum est ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ, suscipitur signum aliquod β, & ab ipso β, in circulum α γ δ ζ, ceciderunt duæ rectæ lineæ β γ α, & β δ & earum unà secat & altera incidit, & id quod continetur sub α β, & β γ, æquum est ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ζ. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, signo, ab ipso autem δ, contactu ducta est δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiusdem,) æqualis est ei qui in alterno est circuli segmento, angulo qui sub δ α γ. Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ angulo δ α γ, communis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis est duobus qui sub γ δ α, & δ α γ, sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, æqualis est angulus exterior β γ δ, (per 32, primi,) & angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui sub γ β δ,*



(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β est æquale, quare & angulus δ β α (per 1 cõmunem scientiã) angulo β γ δ est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & β γ δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo β γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur ipsi γ δ est æqualis. Quare & angulus γ δ α (per 5 primi) angulo δ α γ est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autẽ sub β γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ est æqualis. Et ãgulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autẽ est angulus β γ δ, utriq; ipsorũ sub β δ α, & δ β α angulorũ. Et uterq; igitur eorũ qui sunt sub β δ α, & β δ α, angulorũ, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unumquenque eorum qui ad basin δ β sunt angulorũ, duplicem reliqui: quod fecisse oportuit.

11 Euclid. ex Camp. Propositio 11.



Ntra datum circulum, æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulũ unum qualem præmissa proponit, qui sit 2, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo, sicut docet 2 huius, qui sit a b c, sitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrunque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidũt circulum, adinuicẽ æquales, propter id quòd quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicẽ æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pẽtagonus a d b c e inscriptus dato circulo, qualis proponitur. Est enim æquilaterus, per 28 tertij, cũ quinq; arcus, quorum eius quinque latera sunt, chordæ sint adinuicẽ æquales. Et etiã æquiangulus per 26 eiusdem, eò quòd quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadũt, sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propositio 11.

11 In dato circulo pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ describere. Sumatur (per 14) triangulum isosceles, sitq; illud ζ η θ, duplum habens unumquenque eorum qui sunt ad η θ angulorũ, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorum qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorum, utrique eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariàm per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorũ qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariàm per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicẽ sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur: quinq; igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est pentagonũ α β γ δ ε. Dico iam quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, cõmunis apponatur β γ δ: tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ circũferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε: & angulus igitur qui sub β α ε, qui sub α ε δ, est angulo, æqualis est, & ob id unusquisque eorum qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quòd & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

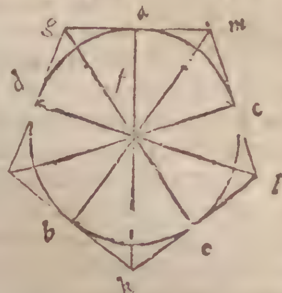
Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propositio 12.*



Irca propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circūferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinam præmissæ sibi inscripsisiem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h K l m, eruntque hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f K, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quòd si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulū, sunt adinuicem æquales, erūt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, cōsistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, æqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d, & latus g f: commune ergo per 8 primi, duo anguli eorū qui sunt ad f, itemque duo anguli qui sunt a g, sunt ad inuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triangulis d f h, & h f b, itemque duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorum angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli triū qui sunt K l m, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam f K, secundi per lineam f l, tertij uerò per lineā f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicē æqualia. Quia igitur duo anguli a & f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a est dimidium g m, & g d dimidium g h, & g a & g d sunt æqualia, erunt per communem scientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse æquale m l & m l, ipsi l K, & l K, ipsi K h, quare pentagonus g h K l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cùm enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicē æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g partialis sit æqualis m partiali (utcunque enim probatum est prius) erit per eandē cōmunem scientiam g totalis, æqualis m totali, & eadē ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 12.*

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterū & æquiangulum describere. 12

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulū, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.* Intelligantur descripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum *signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem) α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circumferentiæ sint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij) ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, κ θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ κ. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitque (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactum ducta est ζ γ, igitur (per decimamoctauam tertij) ζ γ, super κ λ, perpendicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorum. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per quadragesimam septimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquum est id quod fit ex ζ κ, (per eandem.) Quæ sunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale, æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ.*



duæ

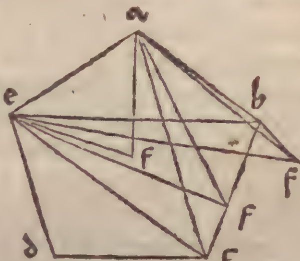
duæ igitur β κ, & ζ κ, duabus γ ζ & ζ κ sunt æquales. Et basis β κ, basi γ κ est æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ est æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub κ ζ γ est anguli. & angulus β κ γ, eius qui est sub ζ κ γ. Et ob id iam & angulus γ ζ δ, eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus δ λ γ, eius qui sub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis est circunferentiæ γ δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui est sub κ ζ γ duplus est: & qui sub δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ, angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triangula sunt ζ κ γ & ζ λ κ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κ γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniã æqualis est κ γ ipsi γ λ: dupla igitur est κ λ ipsius κ γ: & per hoc etiam ostendetur, quòd θ κ, ipsius β κ dupla est. Et quoniam ostensum est, quòd β κ ipsi κ γ est æqualis, & κ λ ipsius κ γ dupla est, & θ κ ipsius β κ: igitur θ κ ipsi κ λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quòd unaquæq; ipsarum γ δ, γ μ, & μ λ, unicuiq; ipsarum θ κ & κ λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum κ θ κ λ μ. Aio etiam quòd et æquiangulum: quoniam æqualis est angulus ζ κ γ angulo ζ λ κ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζ κ γ duplum eum esse qui est sub θ κ λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub κ λ μ: angulus igitur qui est sub θ κ λ, angulo qui est sub κ λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quòd unusquisq; eorum qui sunt sub κ θ κ, & θ κ μ, & κ μ λ, unicuiq; eorum qui sunt sub θ κ λ, & κ λ μ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub κ θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ γ, & μ κ θ, sibi inuicem sunt æquales. Aequiangulum igitur est pentagonum κ θ κ λ μ: ostensum autem est quòd & æquilaterum: & descriptum est circa circulum α β γ δ ε: quod fecisse oportuit.

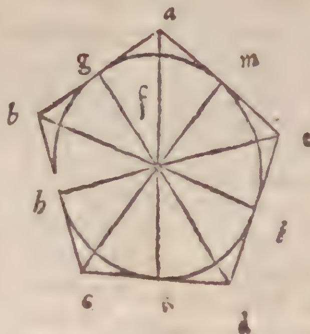
Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 

Ntra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium, hoc est possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi conuersã 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto f intra ipsum pẽtagonum, quem dico centrũ esse circuli. Concurrent enim propter id quòd dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli c, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipsum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primò extrà in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Concurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quòd si forsitan concurrant in angulo c: erit per easdem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia esse non potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonum: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia, erit etiam b totalis diuisus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-

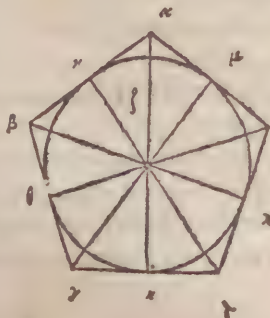




ſum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m ſunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quãtitatem unius earum: & tanget omnia latera pẽtagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit, per primam partem 15 tertij: ſicq; conſtat propoſitum.

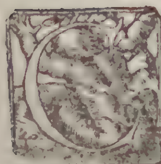
Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 13.*

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere. 13

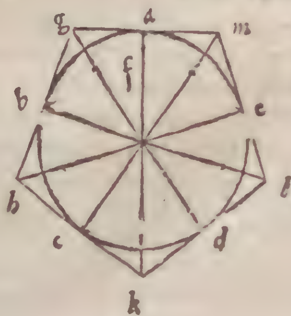


THEON ex Zamb. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε: oportet iam in pentagono αβγδε, circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub βγδ & γδε angulorum bifariàm, per rectas lineas γζ & ζδ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γζ & δζ: coniungantur rectæ lineæ ζβ, ζα, & ζε. Et quoniam æqualis eſt βγ ipſi γδ, communis autem γζ: duæ iam βγ & γζ, duabus δγ & γζ ſunt æquales: & angulus βγζ, angulo δγζ eſt æqualis: baſis igitur βζ (per 4 primi) baſi δζ eſt æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus γβζ, angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε, eius qui ſub γδζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γδε ei qui ſub αβγ eſt angulo, & angulus γδζ angulo γβζ: angulus igitur γβα anguli γβζ duplus eſt: æqualis igitur eſt angulus αβζ, angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ, bifariàm diuiſus eſt per βζ rectam lineam. Similiter quoq; oſtendetur quod & uterque eorum qui ſunt ſub βαε & αεδ angulorum, bifariàm diuiſus eſt per utranque rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in αβ, βγ, γδ, δε, & εα rectas lineas perpendiculares ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ. Et quoniam æqualis eſt angulus θγζ angulo κγζ: eſt autem angulus ζθγ rectus, angulo ζκγ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum commune enim eorum ζγ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζθ: ipſi ζκ perpendiculari. Similiter quoque oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζλ, ζμ & ζη, unicuique ipſarum ζθ & ζκ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpatio uerò aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ, circulus deſcriptus: per reliqua quoque ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα (per correlarium 16 tertij) quoniam anguli qui ſunt ad η, θ, κ, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit: continget quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoßibile oſtenſum eſt (per 16 tertij.) Igitur centro ζ, ſpatio uerò uno ipſorum η, θ, κ, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα minime ſecabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) deſcribatur ſicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.



Irca datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere. 14



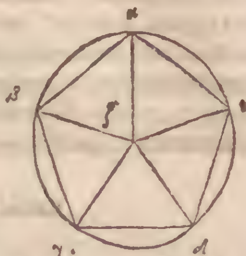
CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atq; ęquiãgulus (quia de alijs nõ eſt neceſſariũ hoc eſſe poſſibile) a b c d e: uolo circa ipsũ deſcribere circulũ. Hæc eſt quaſi cõuerſa 12. Duos eius propinquos angulos, qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſq; concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f h, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus

a f & a

af & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

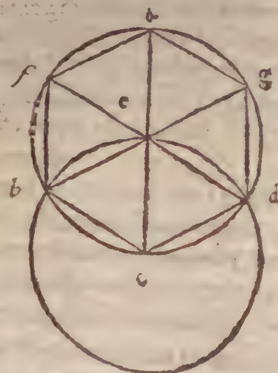


THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariàm, per utranq; ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisq; eorum qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariàm secatur per unamquanq; ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quòd & unaquæq; ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utriq; ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, sibijnuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur, & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 15.

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum describere.

Ex hoc itaq; manifestum est, quòd latus hexagoni, ęquũ est dimidio diametri circuli cui inscribitur.



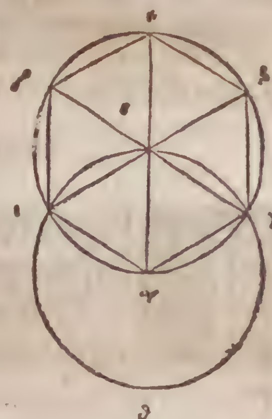
CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e, uolo sibi inscribere hexagonum ęquilaterum atque ęquiangulum. Produco diametrum a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ sint b c g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quęsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiãgulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorũ, sunt æquales duobus rectis: propter id quòd quisque eorũ est tertia duorum rectorum: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utriq; eorum: quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e, sunt adinuicẽ æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui consistit in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositum.

Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAMPANI *additio.* Et nota quòd non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intrà & extrà, iisdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus, describemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessariò æquiangula: de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plenè intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicque faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, tota quoque esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 15.*

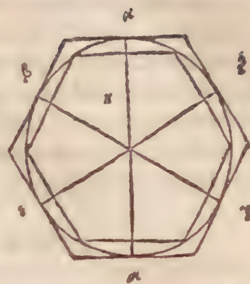
In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 15



THEON ex Zam. *Sit datus circulus α β γ δ ε ζ: oportet iam in dato circulo α β γ δ ε ζ: hexagonū æquilaterū æquiangulūque describere. Excitetur ipsius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, sitque illud α δ. Sumaturque (per 1 tertij) centrum circuli: sitque illud η, & centro δ, spatio uerò δ η (per 3 postulatum) circulus describatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendatur in β, ζ, signa, et connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quòd α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli α β γ δ ε ζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) η ε ipsi η δ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli γ η ε θ, æqualis est (per eandem) δ ε ipsi δ η. Sed η ε ipsi η δ ostensum est quòd est æqualis. Igitur η ε, ipsi ε δ est æqualis (per 1 communem sententiam.) Aequilaterum igitur est ε η δ triangulum: et tres igitur eius anguli, ε η δ, scilicet, η δ ε & δ ε η, sibiinuicem sunt æquales. Quoniam (per 5 primi) isosceliū triangulorū anguli qui ad basin sibijnuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) angulus igitur ε η δ, duorum rectorū tertiū est. Similiter quoque ostēdemus, quòd & angulus δ η γ, duorū rectorū tertium est. Et quoniā recta linea γ η super ε β stans (per 13 primi) † utrobique angulos ε η γ & γ η β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertiū est duorū rectorum: anguli igitur ε η δ, δ η γ & γ η β, sibijnuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc est, β η α, α η ζ & ζ η ε, eiusdem ε η δ, δ η γ & γ η β sunt æquales (per 15 primi.) Sex igitur anguli ε η δ, δ η γ, γ η β, β η α, α η ζ, & ζ η ε, sibijnuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij.) Sex igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibijnuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem.) Sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibijnuicem suut æquales: æquilaterum igitur est α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoque quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis est circunferentiæ ε δ: communis apponatur circunferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, toti ε δ γ β α est æqualis. Et super circunferentia ζ α β γ δ, consistit angulus ζ ε δ: super autem ε δ γ β α circunferentia, consistit angulus α ζ ε. Aequalis igitur est angulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoque ostendetur quòd & reliqui anguli ipsius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc est, unusquisque eorum qui sunt sub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuique eorum qui sunt sub α ζ ε & ζ ε δ angulorum, sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum α β γ δ ε ζ. Ostensum autem est quòd & æquilaterum, & descriptum est in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.*

CORRELA

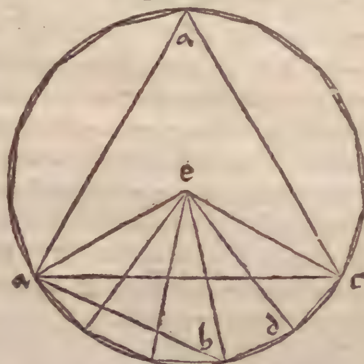
CORRELARIVM. *Hinc manifestum est quòd hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circunscribemus: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*

16 Ntra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare. Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonum æquilaterum atq; æquiangulum, atq; intra datum quindecagonum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atq; intra talem quindecagonum propositum, circulum describere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta, erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quę est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintędecimæ ipsius 15 qui est totum. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatisq; continuè intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cętera uerò duo quę proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



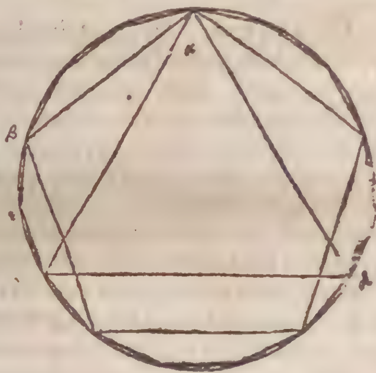
CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus, quibus latera eius quę scitur inscribi subtenduntur, per ęqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratũ est, supra 15 huius, quòd omnis figura ęquilatera circulo inscripta est etiã æquiãgula. Et quia hãc circulo scimus inscribere, sciemus cætera tria per duodecimam, decimatertiam & decimamquartam huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum, sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonum, ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem, ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum, sciemus per hoc inscribere omnem figuram, cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continuè duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figurę 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum, de quibus ista non docet,

uel quę per has non habentur: difficilis est ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterque angulorum ad baſin triplus eſſet ad reliquum, ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulo inſcribere: quòd ſi uterq; quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagonum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroq; angulorum ad baſin multiplici ad reliquum, per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. *Problema 16.* *Propoſitio 16.*

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uerò æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circunferentia α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli, erit quinq;. Circunferentia autem α β, exiſtens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariàm in ε: utraq; igitur ipſarum β ε, & ε γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipſius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipſis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus: deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æqui angulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quintus.*

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

1 

Ars, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cùm minor maiorem numerat.

Campanvs. Pars, quandoq; ſumitur propriè: & hæc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſè conſtituit, ſine diminutione uel augmento: & dicitur ſuum totum numerare per illum numerum, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius cõſtitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quęlibet quantitas minor, quę quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius conſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autem quotieſcunq; ſumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, eſt maior minoris, quando eam minor metitur.

Campanvs. Pars, relatiuè dicitur ad totum, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipſum, multiplex: propter hoc quòd minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſubmultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

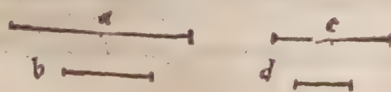
Campanvs. Proportio, eſt habitudo duarũ rerum eiuſdem generis adinuicem, in eo quòd earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elementorũ numerum oſtendit. In ſonis autem eſſe proportionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boëtius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur, erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorum, eadem cõuerſo modo proportio. Sed in quibuſcunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quòd earum una eſt reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici, ut uult Ariſtoteles in Prædicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quantitate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus eſt, quòd proportio eſt habitudo duarum quantitatũ adinuicem, quæ attenditur in eo quòd una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quòd oportet eas eſſe eiuſdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim poteſt dici in ea, maior aut minor ſuperficie, aut corpore, nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie. Sola enim uniuoca, cõparabilia ſunt. Quod autem dicit, certa habitudo, non ſic intelligas quaſi nota uel ſcita, ſed quaſi determinata: ut ſit ſenſus, Proportio eſt determinata habitudo duarum quantitatum: ita, in quam, determinata, quòd hæc & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: eſt pars aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa

Plato. *Boëtius.* *Ariſtoteles*

& nota. At uerò in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris est proportio nota, quę & rationalis dicitur. Dicunturq́; omnes tales quantitates, cōmunicantes, quia eas una & eadem necessario metitur, unde & omnes numeri sunt cōmunicātes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq́; hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunq; portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerso: infinitæ enim sunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non sustinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tempus: sed non sic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis est larga proportio in continuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uerò, rationales & irrationales æquilateras considerat.

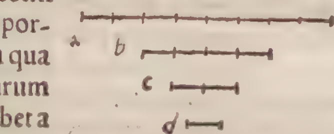
Proportionalitas, est similitudo proportionum. 4

Campanvs. Vt si dicamus quòd quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat, dicitur proportionalitas.



Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æquè sibi sine interruptione addunt aut minuunt. 5

Campanvs. Supposita diuisione proportionalitatis per continuam & discontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continuè proportionalia & incontinuè: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, est cùm quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quęlibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cùm dicimus, sicut se habet a ad d, ita b ad c: & c ad d: eritq́; quælibet earum, antecedens & consequens: excepta prima quæ est solum antecedens, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cùm quatuor quantitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione, prima antecedit secundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cùm dicimus, sicut se habet a ad b, ita c ad d: eritq́; earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantū consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis, sicut erat in proportionalitate continua: eo quòd consequens primæ proportionis non cōtinuatur antecedenti secundæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerū ad numerū. Viso quid sit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionē cōtinuè proportionaliū pręmissam. Quātitates (inquit) proportiōales cōtinuè, sunt quarū æque multiplicia aut sibi sunt ęqualia, aut ęque sibi sine interruptione addūt aut minuūt, uerbi





uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a,b,c: ad quas sumantur d,e,f:æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq; ut d,e,f, aut sint æqualia adinuicem, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita quòd sicut d addit super e aut minuit ab ipso, ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cùm hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a,b,c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quãtitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium, æque multiplia accepta æquis etiam differentijs se excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus: nec tamẽ priores quantitates sunt continuè proportionales, immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantum ad quantitatem excessus: est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2,3,4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2,3,4 continuè proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorũ proportio sesquialtera, & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis præmissę. Continuè proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia, sunt continuè proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c, oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim a & b essent diuersorum generum, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quòd multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quę dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ, & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.

CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinuè proportionalium: & est quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq; secũdæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionẽ aut æqualitatem, sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a,b,c,d: sumanturq; ad primã & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemq; ad secundã & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitq; ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarũ 4 quantitatum: ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd si e addit supra g & similiter f addat supra h, aut si e minuit a g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo, aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptę, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundũ primum ordinem ipsarum 4 quantitatũ, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secundæ, & multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incõtinuè proportionales, sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque multipli-

multiplicibus ad ſecundam & quartam:erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma,propter cauſam prædictam:licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a,b,c,d ſint eiuſdem generis,eo quòd b non continuatur in proportione cum c:ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis,& duæ ſequẽtes alterius. Per quod patet quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ,& multiplex tertiæ ad multiplex quartæ:non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ:quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ,nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æque multiplices ad primam & tertiam,itemq́ æque multiplices ad ſecundam & quartam,& nõ æque multiplices ad primam & ſecundam,& item non ęque ad tertiam & quartam:quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b,ſicut c ad d.

Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur. 7

CAMPANVS. Poſtquàm diffiniuit quantitates continuè proportionales & incontinuè:diffinit quantitates proportionales ſimpliciter,& patet diffinitio.

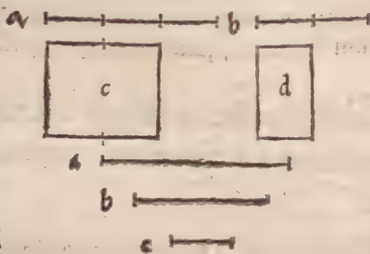
Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq́ ſecundæ & 8
quartæ æquè multiplices,addetq́ multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam, quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: aut quia minor: & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima,quãdo maior eſt proportio primi ad ſecundum,quàm tertij ad quartum: & dicitur hoc,maior improportionalitas.

Secunda uerò, quando minor eſt proportio primi ad ſecundũ,quàm tertij ad quartum:& dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia,& ad ſecundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartę relatis adinuicem in additione,diminutione & ęqualitate:illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quòd ſi ita fuerit quòd multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecundæ, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primæ ſit maius multiplici ſecũdæ,& ſimiliter multiplex tertiæ multiplici

		16		18					
	1	8	3	9					
1	2	4	4	6					
		16		24					
		18		16			24		18
	1	9	3	8		1	8	3	6
2	2	3	4	4		2	4	4	5
		12		16			16		20
		10		14					
	1	5	3	7					
3	2	3	4	4					
		9		12					
		16		14					
4	1	8	3	7					
	2	6	4	5					
		18		15					

tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ sit minus multiplici secundæ,& similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secundæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum quatuor modorū maior proportio primæ ad secundam,quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ,non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ,de qua loquitur auctor in diffinitione,latitudinem habet ad istos quatuor modos prædictos,& ipsos cōprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est:cum sumptis sic multiplicibus primæ ad multiplex secundæ,quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ:erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam,non diffiniuit autem sub hac forma, propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ,& non multiplicis tertiæ super multiplex quartę,de qua loquitur in pręmissa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prędictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorū sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est,cum sumptis sic multiplicibus, ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quòd multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quæ cùm relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ,inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ,non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonstrabimus infrà supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum,sicut & quantitates incontinuè proportionales, si intra eas fuerit incontinua improportionalitas,ut si dicatur maior est proportio a ad b,quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas,erunt omnes eiusdem generis necessariò sicut sunt in continua proportionalitate,ut si dicatur maior est,dicatur maior est proportio a ad b,quàm b a d c.



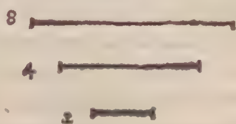
9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem,proportionalitatem,& quantitates proportionales:& improportionales,ostendit quis sit minimus numerus terminorū,inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes,eo quòd proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & consequens:ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est,impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

Si

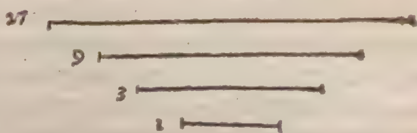
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur pro- 10
portio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecũdum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecũdum eſt dupla: dupla uerò in ſe multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

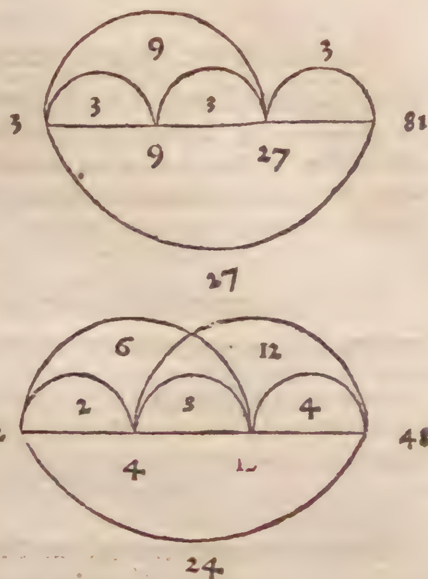


Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, propor- 11
tio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutæ: & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales: erit proportio primę ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt, ex tribus talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primæ ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata: producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos conſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturam ſuperficiei, eo quòd fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineæ in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ac ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno.

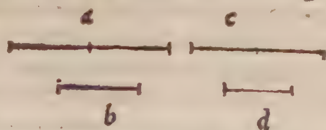


uno. Similiter quoque si proportio extremorum cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quòd etiam in proportionalitate continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quòd proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uerò terminis constitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, qui sint continuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla, primi uerò ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nam ipsa est nõcupla. At uerò proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum, uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis cõtinuæ in tribus terminis constitutę, denominatur à superficiali non quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum, in quatuor uerò terminis constitutæ: denominatur à solido non cubo, cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secundi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uerò ad quartum quadrupla. Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3, quæ sint denominationes duarum primarum proportionũ, 24 uerò qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus, cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.



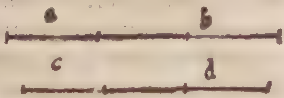
12 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad cõsequentem, & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itemque permutatim sicut antecedens ad antecedentẽ, sic etiam consequens ad consequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permutata, disiũcta, cõiuncta, euersa, & æqua. Sunt autẽ species, quasi quidã modi arguẽdi. Diffinit ergo primò conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiunctã, coniunctã, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inæqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, consequens uerò uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionem, quòd si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario siue cõuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quòd iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ, & consequens primæ, antecedens secundæ.



13 Coniuncta uerò proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens

cum conſequente ad conſequens, ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens.



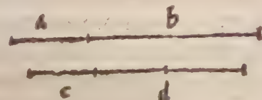
CAMPANVS. Diffinit coniunctam, diſiunctam, & euerſam, in quibus etiam nihil extrà ſumitur, ſed termini non manent in ipſis ijdem ſecundum ſubſtantiam, & uult quòd ſi ita fuerit ut ſit a ad b, ſicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, quòd iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diſiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium ſupra cōſequentia æqua comparatio. 14



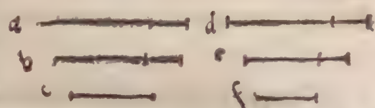
CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit proportio totius a b ad b ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego cōcludam ergo a ad b ſicut c ad d, quòd iſte modus arguendi uocetur diſiuncta proportionalitas.

Euerſa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiū ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15

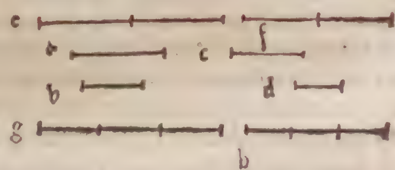


CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit a b ad b, ſicut c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a b ad a ſicut c d ad c, quòd iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propoſitis, aliiſq; ſecundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumq; ſummorum ſimilitudo proportionum. 16

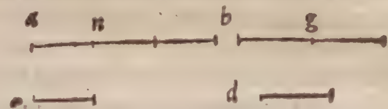


CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quę ad probandum propoſitum ad extrà ſumitur, & uult quòd ſi ſumantur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, ſiue ſint eiuſdem generis cum primis, ſiue alterius, ut d e f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarum, ſiue eodem ordine, ut ſi dicatur a ad b ſicut d ad e, & b ad c ſicut e ad f, ſiue ordine conuerſo ut ſi dicatur a ad b, ſicut e ad f, & b ad c ſicut d ad e: & ex hoc concludatur ergo a ad c ſicut d ad f, quòd iſte modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem ſex modorum arguendi, qui dicuntur ſpecies proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infrà in iſto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, diſiunctam uerò, in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem, demonſtrat in 22 & 23, ſed in 22, cùm quantitates duorum ordinum eodem ordine ſunt proportionales, in 23 uerò: cùm & ſunt proportionales ordine conuerſo. Conuerſam uerò proportionalitatē aut euerſam non demonſtrat, eo quòd conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euerſa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut ſuper eandem 19 ſumus dicturi. Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinuè proportionalium manifeſta ſit, demonſtremus nunc, Sit ergo proportio a ad b, ſicut c ad d, uolo ergo demonſtrare quòd erit b ad a, ſicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æque multiplicia, ſimiliter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia, eritq; per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq; f & h ſimiliter ſe habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a ſecundum, d tertium, c quartum, ſu[illegible]taq; ſunt ad primum & tertium, g & h æque multiplicia. Itemq; ad ſecundum & quartum, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij, & quarti quæ ſunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate erit per dictam diffinitionē proportio b primi ad a ſecundū, ſicut c tertij ad d, quartū, quod eſt propoſitum. Conſtat itaque modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas. Huius autem



autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur,& quibusdã conclusionibus quas ex ipsis demonstrat,magis ab intellectu distantia.Nihil enim uidetur intellectui immediatius ad hærere,quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio,quod tamen huius quinti septima demonstrat,ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota. Quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam,eandem esse proportionem cõcedat:quàm quatuor quantitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secundæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione,diminutione & æqualitate,esse proportionem primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam? Verùm si subtiliter intuemur, liquidò constabit non posse uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam sit una,nisi per quid est esse proportionem unam: si enim quis ignoret quid est esse proportionem unam eandem proportionẽ alteri, quomodo cognoscet duarum quantitatũ æqualiũ esse eandẽ proportionẽ ad tertiã? Indiget igitur proculdubio intellectus antequã illam quæ uidebatur conceptibilis propositio,apprehẽdat,huius rei quæ per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione,postmodũ utrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam cõparatis cõueniat pertractatione,quòd si diffinitio inuẽta fuerit illis quãtitatibus cõuenire,concludetur propositũ,sin autẽ oppositũ. Non est igitur immediata propositio,quam superficialis apprehẽsio immediata iudicauit. Similiter quoq; immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quòd duarum quantitatum inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliam,quàm minoris ad eandem,quam demonstrat 8 huius,quàm quòd 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis, itemq; alijs ad secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundę, & multiplex tertię non addit super multiplex quartę,ex quo quæ prędicta est propositio demonstratur,sed similiter nec ipsa potest intelligi,nisi per quid est esse proportionẽ maiorẽ. Igitur oportuit Euclidem,quæ quantitates dicuntur proportionales,& quæ improportionales diffinire. Proportionales autem sunt,quarum proportio una est,& improportionales, quarum proportiones diuersæ. Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio una est,& eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs,quas uocauit continuè proportionales,& dixit hanc proportionalitatem,in tribus terminis ad minus existere, propter hoc quòd unum saltem bis sumendum est medium,& eas in quibus accidit interruptio mediorum,& hæc sunt incontinuè proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos,propter alterius medij sumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ sunt improportionales, quarum est maior una proportio quàm sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis,tunc facilè esset intellectu cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationem, essent una: quæ autem diuersas,diuersæ,hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniã omnium numerorum proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo Arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò,quæ maiorem,& minorem,quæ minorem. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales,quarum denominatio scibilis nõ est: quare cùm Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales,quoniam considerat proportionem repertam in continuis quę communis est ad istas,non potuit diffinire identitatem proportionũ, per identitatem denominationũ, sicut arithmeticus, eo quòd multarum proportionum (ut dictum est) sunt denominationes simpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis,unde malitia proportionum irrationalium, coëgit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum, siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatẽm habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus est refugere ad terminorum multiplicia,ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorum, per quod ad naturam irrationalitatis reducuntur,propositam diffinitionem uenetur: nihil enim in quocunq; inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia, nec terminorũ habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio est duarum quantitatum eiusdem generis certa habitudo considerata in eo quòd sunt æquales,aut altera maior,ideo identitas proportionum existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam,& tertiam ad quartam,est similis æqualitas primæ ad secundam,& tertiæ ad quartam,aut similis maioritas,aut similis minoritas: hæc autem similis ęqualitas,aut similis maioritas,aut similis minoritas, tunc est inter quatuor quaslibet quãtitates, cùm est inter omnes earum æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione,quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere,sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt,aut ęque sibi sine interruptione addũt aut minuunt: est ac si diceret,omnes

illas quantitates uoco continuè proportionales (quod est eas similiter esse æquales continuè, & similiter continuè esse maiores, & similiter continuè esse minores) quarum omnes æque multiplices, aut sibi inuicem sunt, similiter continuè æquales, uel similiter continuè maiores, uel similiter continuè minores, quòd est etiam ipsas multiplices esse continuè proportionales: quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico non esse continuè proportionales. Quòd autem dicit in sexta diffinitione, Quantitates quę dicuntur esse secundum proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam, &c. est ac si diceret omnes 4 quantitates uoco incontinuè proportionales, & se habere primam ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam (quod est primam ad secundam, & tertiam ad quartam similiter se habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartę similiter se habent aut in ęquando aut addendo aut minuendo, quod est etiam multiplices primę in eadem proportione se habere ad multiplices secundæ, in qua multiplices tertiæ se habent ad multiplices quartæ: quòd si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionem primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorem proportionem uoco 4 quantitatum, primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartã (quod est primam magis excedere secundam quàm tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundum numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquem ex multiplicibus quartæ sumpta secundum numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem secundę, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ. Diffinitiones autem istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorum Ametus filius Ioseph tentauit eas demonstrare in epistola sua, quam de proportione & proportionalitate composuit, & accepit tria per modum positionis tanquam principia, quæ dicit esse per se nota & probatione non indigere. Quorum primum est quòd si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, erit econuerso proportio secundæ ad primam sicut quartæ ad tertiam: & hic est modus arguendi, quem uocauit superius Euclides conuersam proportionalitatem. Et errauit, quoniam dixit propositionem esse per se notam: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionem primæ quantitatis ad secundam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoq; quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quòd si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quòd si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota, quare non demõstrauit: peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis.



Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d, per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quòd quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonstrat 8 huius, & secundum 10. Nam cùm uultis sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero, quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus, & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipsa ex conclusionibus, sed conclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*



Pars, est magnitudo magnitudinis minor maioris, quãdo minor metitur maiorem. 2 Multiplex autem, maior minori, quando eam metitur minor. 3 Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis *aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 4 Proportio uerò, est rationum*identitas. 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicũtur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ tertiæ æquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quamuis multiplicationem utraque utranq; uel unà excedunt, uel unà æquales sunt, uel unà deficiunt, sumptæ adinuicẽ. 7 Eandem autẽ habentes rationẽ magnitudines, ꝓportionales uocẽtur. 8 Quando uerò ęquè multiplex primæ excesserit multiplicẽ secundæ, multiplex autẽ tertiæ nõ excesserit multiplicẽ quartæ, tunc prima ad secundã maiorem rationem habere dicetur, quàm tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis,*minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens. 13 *Conuersa ratio, est acceptio consequentis ad antecedens, tanquam antecedentis ad consequens. 14 Compositio rationis, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut unius, ad ipsum consequens. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens. 16 Conuersio rationis, est acceptio*antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus & alijs eis ęqualibus multitudine*unà sumptis, & in eadem ratione quãdo fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cùm fuerit antecedẽs ad cõsequens, sicut antecedens ad cõsequens, & consequens ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam. 19 Inor-

κατὰ πηλικότητα, id est quo ad quãtitatẽ, quod ad quãtitatem pertinet.

*ὁμοιότης

*ad minus.

*ὁμόλογα

*ἀνάπαλιν λόγος ecõtra uertit alibi.

*ἀναστροφὴ λόγου.

*συὼ δύο, idest binis.

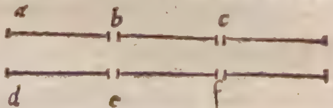
dinata ꝓportio, eſt cùm fuerit antecedens ad cõſequens, ſicut antecedẽs ad conſequens, & cõſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedens. 20 Extenſa ꝓportio, eſt quando fuerit ſicut antecedens ad cõſequens ſic tecedens ad conſequens, fuerit autem & ſicut cõſequens ad rem aliam, ſic conſequens ad rem aliam. 21 Perturbata autẽ proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſicut autem in primis magnitudinibus cõſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



I fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices, aut ſingulæ ſingulis æquales, neceſſe eſt quemadmodum una illarum ad ſui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere. 1

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ ſint a, b, c, aliarum totidem quæ ſint d e f, æque mul iplices, unaquæq; ad ſui comparem, aut ſingulæ ſint ſingulis æquales, ita uidelicet quod ſicut a eſt multiplex d, ita b eſt multiplex e, & c multiplex f: uel ſi a eſt æqualis d, quod ſimiliter b ſit æqualis e, & c æqualis f, dico quod ſicut ſe habet a ad d, ita ſe habet aggregatum ex omnibus quæ ſunt a b c. ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt d e f. Quod ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales, patet propoſitum per hanc communem ſcientiam, ſi æqualibus æqualia addantur, tota quoq; erunt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis comparibus ęque multiplices, diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem ſcientiam adiuuante hac, quæ eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecundis partibus quantitatum a b c, erit æquale aggregato ex d e f, ſicq; de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens contineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod ſicut a eſt multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f: quod eſt propoſitum.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinũ æqualium numero ſingulę ſingularũ æque multiplices, quotuplex eſt unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium. 2

THEON ex Zamb. *Sint quodcunq; magnitudines αβ, γδ, quotcunq; magnitudinum ε, ζ, æqualium numero, æque multiplices, ſingulæ ſingularum. Dico quod quotuplex eſt αβ, ipſius ε, totuplices erunt αβ, & γδ, ipſarum ε, ζ. Quoniam enim æque multiplex eſt αβ ipſius ε, & γδ ipſius ζ: quotcũq; igitur magnitudines ſunt in αβ æquales ipſi ε, totidem & in γδ ſunt æquales ipſi ζ. Dirimatur quidem αβ, in magnitudines æquales ipſi ε, hoc eſt αη & ηβ: & γδ in ipſi ζ æquales magnitudines, hoc eſt γθ, & θδ. Erit nimirum multitudo ipſarum γθ & θδ: multitudini ipſarum αη & ηβ æqualis. Et quoniam æqualis eſt αη ipſi ε, & γθ ipſi ζ, & αη & γθ, ipſis ε ζ, ſunt æquales, & per hoc quoniam æqualis eſt ηβ, ipſi ε, & θδ, ipſi ζ, & ηβ, & θδ, ipſis ε ζ. Quotcunq; igitur ſunt in αβ, æquales ipſi ε, tot & in ipſis αβ & γδ, ſunt æquales ipſis ε ζ, quotuplex igitur eſt αβ, ipſius ε, totuplices ſunt αβ, & γδ, ipſarum ε ζ. Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum æqualium numero ſingulæ ſingularum æque multiplices, quotuplex eſt una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonſtraſſe oportuit.*

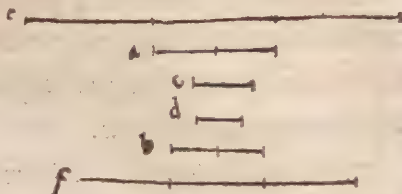
Euclid.

Euclid.ex Camp. Propositio 2.



SI fuerint ſex quantitates, quarum prima ad ſecundam atq; tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad ſecundam atq; ſexta ad quartã æquè multiplices, totum primę & quintæ ad ſecũdam, totumq; tertiæ & ſextæ ad quartã æquè multiplicia eſſe conueniet.

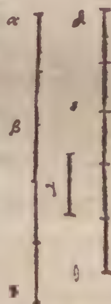
CAMPANVS. Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta. Sintq; a & c, æquè multiplices ad b, & d. Itemq; e, & f, ſint æquè multiplices ad eaſdem. Dico quòd ſicut totum aggregatũ ex a & e, eſt multiplex ad quãtitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a, eſt æqualis numero ſecundũ quem d continetur in c, ſimiliter quoq; numerus ſecundum quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in f, erit per communem ſcientiam, quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erunt æqualia, numerus ſecundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare ſicut aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Euclid.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta ſecũdæ æquè multiplex & ſexta quartæ, & compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

THEON ex Zamb. *Prima enim αβ, ſecundæ γ, æquè multiplex eſto, & tertia δε, ipſius ζ, quartæ, ſit autem & quinta βη, ſecundæ γ, æquè multiplex, & ſexta εθ ipſius ζ, quartæ. Dico quòd compoſita prima & quinta αη, ipſius γ, ſecũdæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta δθ, ipſius ζ, quartæ. Quoniã enim æquè multiplex eſt αβ, ipſius γ, & δε, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in αβ, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δε, æquales ipſi ζ. ac per hoc, & quot ſunt in βη, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in εθ, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota αη, æquales ipſi γ: tot ſunt in tota δθ, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt αη, ipſius γ, totuplex eſt δθ, ipſius ζ. Et compoſita igitur prima & quinta αη, ipſius γ, ſecundæ æquè erit multiplex & tertia & ſexta δθ: ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ, etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia ſexta quartæ: quod demonſtraſſe oportuit.*

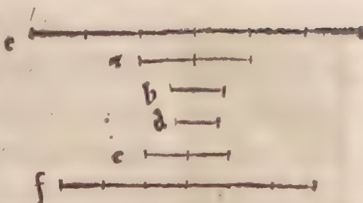


Euclid.ex Camp. Propoſitio 3.



3 SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atq; multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

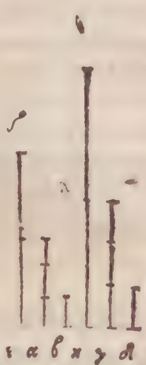
CAMP. Sint ſex quãtitates, a prima, b ſecũda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta, ſintq; a ad b & c ad d, itemq; e ad a & f ad c, æquè multiplices. Dico quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b, ita prima pars eſt multiplex ad d, itemq; ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex



duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatū ex tribus primis partibus c, sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq́ (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quòd sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam, quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq́; patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

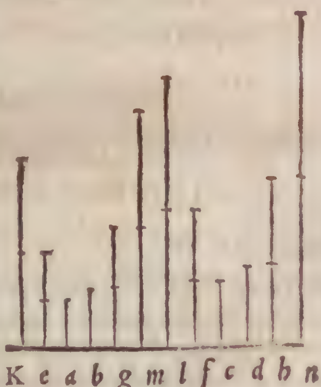
Si primum secundi ęquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumātur autem ęquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorū quę sumpta sunt utrūque utriusque æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti. 3



THEON ex Zamberto. *Primum enim α secundi β, æquè sit multiplex, & tertium γ, ipsius δ, quarti, sumanturq́; ipsorū α γ, æquè multiplicia ε ζ, & κ θ. Dico quòd æquè multiplex est ε ζ, ipsius β, & κ θ, ipsius δ. Quoniam enim æquè multiplex est ε ζ, ipsius α, & κ θ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiam sunt magnitudines in κ θ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidem ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ, & κ ζ, & κ θ, in æquales ipsi γ, hoc est κ λ, & λ θ, erit utiq́; æqualis multitudo ipsorum ε κ, & κ ζ, multitudini ipsorum κ λ, & λ θ. Et quoniā æquè multiplex est κ, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autē est ε κ, ipsi α, & κ λ, ipsi γ: æquè igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & κ λ, ipsius δ. Ac per hoc iā æquè multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniam igitur primum ε κ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium κ λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintum κ ζ, ipsius β, secundi æquè multiplex & sextum λ θ ipsius δ, quarti, & compositum igitur (per 2 quinti) primum & quintum ε ζ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium & sextum κ θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æquè fuerit multiplex et tertium quarti, sumāturq́; primi & tertij æque multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunq́; utriusq́; æquè erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

Si fuerit proportio primi ad secūdum, sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia assignentur, itemq́ ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales. 4



CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundum, sicut c tertij ad d quartum, sumanturq́ e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq́ g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq́ m ad g, & n ad h, ęquè multiplicia. Et quia e & f, sunt æquè multiplicia ad a & c, itemq́ k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoq́ erunt m & n, ęquè multiplicia ad b & d. Quare per conuersionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo K & l sunt æquè multiplicia ad e & f, itemq́ m & n, ęquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionē incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, sicut f ad h: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad 4

quartum,

quartum,etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti,iuxta quamuis multiplicationem,eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α,ad ſecundum β,eandem habeat rationem,quam tertium γ,ad quartum δ,Et ſumatur quidem ipſorū α γ,æquè multiplicia,ε ζ,& ipſorū β δ,alia utcunque multiplicia η θ. Dico quòd ſicut ſe habet ε,ad ipſum η,ſic ſe habebit ζ,ad ipſum θ. Sumantur enim ipſorum ε ζ,æquè multiplicia κ & λ,& ipſorum η θ,alia quomodocunq; æquè multiplicia,hoc eſt μ,& ν. Et quoniam æquè multiplex eſt ε, ipſius α,& ζ,ipſius γ,& ſumpta ſunt ipſorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ,igitur κ. (per 3 quinti) æquè multiplex eſt ipſius α,& λ,ipſius γ,& propterea,æquè multiplex eſt quoq; μ,ipſius β,& ν,ipſius δ. Et quoniam eſt ut α,ad β:ſic γ,ad δ & ſumpta ſunt ipſorum α γ,æquè multiplicia κ λ,ipſorum autem β δ,alia quomodocunq; æquè multiplicia,hoc eſt μ,ν,ſi igitur excedit κ,ipſum μ,excedit & λ,ipſum ν,& ſi æquale,æquale,& ſi minus,minus, (per 6 diffinitionē tertij) Sunt autem κ λ,ipſorū ε ζ. æquè multiplicia,et μ ν,ipſorū η θ,alia quomodocūq; æquè multiplicia ſunt. Eſt igitur ut ε,ad η,ſic ζ,ad θ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum,& æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi et quarti,iuxta quamuis multiplicationē eandem rationē habebunt ſumpta adinuicem,(per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonſtrare.*

LEMMA *ſiue aſſumptio. Quoniam igitur demōſtratum eſt quòd ſi excedit κ,ipſum μ excedit quoq; λ,ipſum ν,& ſi æquale,æquale:& ſi minus,minus:manifeſtū autem eſt quòd ſi μ,ipſum κ,excedit,& ν excedit ipſum λ:& ſi æquale,æquale:& ſi minus,minus:ac per hoc erit ut η,ad ε. ſic θ,ad ζ.*

CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt quòd ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint,& contrà quoq; proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 
I fuerint duæ quantitates quarū una ſit pars alterius,minuaturq́ ab utraq; ipſarū ipſa pars,erit reliquum reliquo atq; totum toti æquè multiplex. Vel ſic,minuaturq́ ab utraque ipſarum ipſa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars ,quota totum totius.

CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d,quota eſt e b ipſius a b,minuaturq́ a b ex quantitate c d,& ſit reſiduum f c,eritq́ f d,æqualis a b,ſimiliter quoq; minuatur e b ex quantitate a b. ſitq́ reſiduum e a. Dico quòd quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d,tota eſt quantitas a e quantitatis c f. Cùm enim f d ſit æqualis a b,erit f d,ita multiplex e b,ſicut c d eſt multiplex a b,ponam itaq; d g ita multiplicem a e,ſicut f d,eſt multiplex e b eritq́ ex prima huius quantitas f g,ita multiplex a b, ſicut f d,eſt multiplex e b,& quia ſic fuit c d,multiplex a b,ſicut f d,fuit multiplex e b,erit utraque duarum quantitatum c d f,g,æquè multiplex quantitatis a b,quare per communem ſcientiam,c d & f g ſunt æquales adinuicem,dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d,erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d,e b,& ideo ſicut a b,e b,quare & ſicut c d,a b,erit c f, ita multiplex a e,ſicut tota c d,totius a b:quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

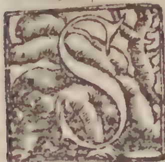
5 Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex,& ablata ablatæ,& reliqua reliquæ,ita erit multiplex ut tota totius eſt.

THEON ex Zāb. *Magnitudo etenim α β,magnitudinis γ δ,æquè multiplex eſto,atq; & ablata α ε,ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua ε β,reliquæ δ ζ,æquè erit multiplex:atq; tota α β,totius γ δ,eſt multiplex. Quotuplex eſt α ε,ipſius γ ζ,totuplex fiat ε β,ipſius γ η. Et quoniā (per 1 huius) æquè multiplex eſt α ε,ipſius γ ζ,& α β,ipſius γ δ,ponitur autē æquè multiplex α ε,ipſius γ ζ et α β,ipſius η ζ,æquè igitur eſt multiplex α β,utriuſq; ipſorū η ζ,et γ δ,æqualis igitur eſt η ζ,ipſi γ δ. Cōmunis auferatur γ ζ,reliqua igitur η γ,reliquæ δ ζ,eſt æqualis. Et quoniā æquè multiplex eſt α ε,ipſius γ ζ,& ε β,ipſius η γ,æqualis autem eſt γ η,ipſi δ ζ,æquè igitur eſt multiplex α ε,ipſius β*

γ ζ,&

γζ, & εβ, ipsius ζδ. Aequè autem ponitur multiplex αε, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ: aequè igitur est multiplex εβ, ipsius ζδ, & αβ, ipsius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquae ζδ, aequè multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis aequè fuerit multiplex & ablata ablatae: & reliqua reliquae aequè multiplex erit, quotuplex est tota totius: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 6.



I fuerint duae quantitates ad alias duas aequè multiplices, duaeq; minores à duabus maioribus utraq; à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium aequè multiplicia, aut eis aequalia. 6

CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, aequè multiplices, subtrahantuŕq; c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g. ex d e, d h, eritq; g b, aequalis c, & h e aequalis f, dico quòd duo residua a g, & d h erunt aequalia duabus quantitatibus c f, aut eis aequè multiplicia. Sit ergo primò a g, aequalis c, dico quòd d h est aequalis f. Sumam enim quantitatẽ e k, aequalem f, eritq; per praemissas hypotheses, ut toties f sit in h K, quoties c in a b, quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communem scientiam, h k aequalis d e, dempta igitur communi earum quantitate h e, erit d h, aequalis f: quod est propositum. Si autem a g sit multiplex c, ponam ut e k sit ęquè multiplex f, eritq; ut prius, ut toties f sit in h K, quoties c in a b, sed toties erat etiam in d e: erit igitur ut prius, d e ęqualis h k, & d h, e k: quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f: quod est propositum. Aliter idem. Cùm secundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, secundum quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse aequales aut aequè multiplices quantitatibus c & f.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aequè fuerint multiplices, & ablatae aliquae earundem aequè fuerint multiplices, etiam reliquae eisdem uel aequales sunt, uel aequè ipsarum multiplices. 6

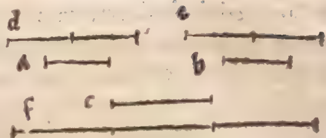
THEON ex Zãb. *Duae enim magnitudines αβ γδ, duarũ magnitudinũ ε & ζ, aequè sint multiplices, & ablatae aliquae αη, & γθ, earundẽ ε & ζ, aequè sint etiam multiplices. Dico quòd & reliquae ηβ, & θδ, eisdem ε, et ζ, aut sunt aequales, aut earum aequè multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, aequale. Dico quòd & θδ, ipsi ζ, est aequale. Ponatur enim ipsi ζ, aequalis γκ. Et quoniã aequè multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, aequalis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, aequè igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aequè autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aequè igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniã igitur utraq; ipsarũ κθ, & γδ, ipsius ζ, aequè est multiplex, aequalis igitur (per 1 communẽ sententiã,) est κθ, ipsi γδ. Cõmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquae θδ, est aequalis. Sed ζ, ipsi κγ, est et ipsi aequalis θδ, igitur ζ est aequalis. Quare si ηβ, aequalis est ipsi ε, & δθ, ipsi ζ, erit aequalis. Similiter quoq; ostendemus quòd & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duae igitur magnitudines duarum magnitudinũ aequè fuerint multiplices, et ablatae aliquae earundem aequè fuerint multiplices, & reliquae eisdem aut aequales, aut earum aequè multiplices erunt: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 7.



I duae quantitates inaequales ad quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est. 7

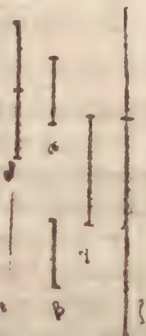
CAMPANVS. Sint duae quantitates a b, aequales, quae comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadem est proportio a ad c, & b ad c, itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum sic probatur. Cùm enim c sit consequens ad a primam & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundę & quartę. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam aequè multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quae est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt aequè multiplices d e, positae sunt aequales, erit ut si d diuidatur



datur secundum quantitatē a,& e secūdum quantitatem b, quod partes utrobiq; sunt numero & quantitate ęquales: numero quidem, per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobiq; : quantitate autem, per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam, quę eidem sunt æqualia, sibijnuicem sunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e,& secunda secundæ,& cæteræ cæteris, suntq; tot partes in d quot sunt in e, erit per primam huius, d æqualis e. Quare per communem scientiam, si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores, aut sibi æquales, igitur ex diffinitione cōtinuæ proportionalitatis, quæ est proportio a primæ ad c secundā, eadem est b tertiæ ad c, quartam, quod est propositum. Secundùm eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia, a uerò secunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quæ est æquè multiplex primæ & tertiæ, sit aut similiter maior quantitatibus d & e, quæ sunt æquè multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam, sicut c tertiæ ad b quartam: quod est propositum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

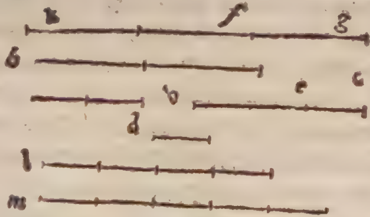
7 Aequales, ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad ęquales.



THEON ex Zamb. Sint æquales magnitudines α β. alia autē utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipsarū α β, ad ipsam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utranq; ipsarū α β. Sumantur (per 3 quinti) ipsarum α β, æquè multiplices, sintq; δ, ε, ipsius autem γ, alia utcunque multiplex, sitq; ζ. Quoniam igitur æquè multiplex est δ ipsius α, & ε, ipsius β, æqualis autem est α, ipsi β, æqualis igitur est (per primam communē sententiam) & δ, ipsi ε. Alia autem quæcunq; ζ, multiplex ipsius γ, si excedit igitur δ ipsum ζ, excedit & ε, ipsum ζ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Et sunt quidem δ ε, ipsarum α β, æquè multiplices, & ζ, ipsius γ, alia utcunq; multiplex. Est igitur ut α ad γ, sic β, ad γ, dico iam quòd & γ, ad utramq; ipsarum α β, eandem habet rationem. Eisdem nanq; dispositis, similiter ostendemus, quòd æqualis est δ ipsi ε, alia autē quædam est ζ. Si igitur excedit ζ, ipsum δ, excedit quoq; ipsum ε, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. At ζ, ipsius γ, multiplex est, & δ ε, ipsarum α β, aliæ quæuis sunt æque multiplices. Est igitur sicut γ ad α, sic etiam γ ad β. Aequales igitur ad eandē, eandē habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonstrandum.

Euclid.ex Camp. *Propositio 8.*

8 SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorē obtinebit proportionem. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.



CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, sitq; maior b c,& proportionentur ad eandem quātitatem quę sit d, dico quòd maior est proportio b c ad d, quàm a ad d,& quod econtrario maior est d ad a quàm d ad b c. Primū sic probatur. Ponam c b, æqualem a,& multiplicabo totiēs e c, quod proueniat quantitas maior d, sitq; f g,& sumam k f, ita multiplicem b e, & similiter h ita multiplicem a, sicut f g, est multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: sicut k g, est multiplex b c, erit etiam h æqualis k f propter hoc quòd earū submultiplices, quæ sunt a & b e, positæ sunt æquales. Ponā quoq; quòd h non sit minor d, sed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquāq; triū quantitatum e c, b e,& a, ęqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d,& quòd h multiplex a non proueniat minor eadem, deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, sitq; m prima quātitas multipliciū d, quæ sit maior h, sub qua sumā maximā multiplicē d, aut sibi ęqualē, si m est prima in ordine multipliciū d, quæ sit l: eritq; ut l, nō sit maior h,& cōstabit m ex d & l: propter id quòd omne multiplex constat ex proximo præcedenti multiplici & simplo, ut triplum ex duplo & simplo, excepto primo multiplici, quod constat ex bis simplo. Quia ergo h est æqualis

K f, non

k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, est maior d, erit k g maior quàm m. Intelligo igitur quantitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiam sumpta sunt æquè multiplicia, uidelicet K g & h, similiter quoq; ad secundam & quartam æquè multiplicia, immo idem in ratione duorum quod est m, & addit k g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autem b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionē maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda, b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super b multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super K g, multiplicem quartæ, quare maior est proportio d ad, a quàm d ad b c: quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam, quàm tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æquè multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia sic reperiemus, sicut demonstrabitur infrà supra 12 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

In æqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem. 8

THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α, β & γ, & sit maior α β, quàm γ. Alia autem quæuis, sit ut δ.* Dico quòd *α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α β. Quoniam enim maior est α β, quàm γ. ponatur ipsi γ, æqualis β ε, minor iam ipsarum α ε, & ε β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ε, minor quàm ε β. Et multiplicetur α ε, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ η, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ η, ipsius α ε, tam multiplex esto η θ, ipsius ε β, & κ, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitq; λ, triplum postmodum: sitq; illud μ, et deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm κ, sumaturq;, & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν, primo est minor: κ igitur ipso μ, non est minor. Et quoniã æquè multiplex est ζ η, ipsius α β, atq; æquè multiplex est ζ η, ipsius α ε, æquè igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α β. & κ, ipsius γ. Igitur ζ θ, & κ, ipsarum α β, & γ, æquè sunt multiplices, (per eandem.) Rursus quoniam æquè est multiplex η θ, ipsius ε β, & κ ipsius γ, æqualis autem est ε β, ipsi γ, æqualis igitur est & η θ, ipsi κ. At κ, non est minor quàm μ: neq; igitur η θ, est minor quàm μ. Maior autē est ζ η, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est. Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidem μ, ipsius δ triplũ est: ambæ autē μ, et δ, ipsius δ quadruplices sunt: est autē ν, ipsius δ quadruplũ: ambæ igitur μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autē γ, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur ζ θ, ipsũ ν excedit. Sed κ, ipsum ν, non excedit, & sunt quidē ζ θ & κ, æquè multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α β, ad δ maiorem rationē habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quòd & δ, ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad α β. Nam illis sic descriptis similiter ostendemus quòd ν, maior quidē est quàm κ, nõ uerò maior quàm ζ θ: & est quidem ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uerò ζ θ, & κ ipsarũ α β & γ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur δ ad γ, maiorē rationē habet, quàm δ ad α β. Sed iam α ε: maior est quàm ε β, iam minor ε β multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto η θ, multiplex quidē ipsius ε β, maior autem ipso δ. Et quàm multiplex est η θ ipsius ε β, tam multiplex fiat & ζ η ipsius α ε, & κ ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & κ ipsarum α β, & γ, æquè sunt multiplices. Sumaturq; similiter multiplex quidē ipsius δ, primo autem maior quàm ζ η quare rursus ζ η non est minor quàm μ, maior autē est η θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ. hoc est ipsam ν, excedit, & κ ipsam ν, nõ excedit. Quoniã & ζ η, quæ maior est quàm η θ, hoc est quàm κ ipsam ν, non excedit: pariterq; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinũ maior ad eandē, maiorem rationē habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonstrasse oportuit.*

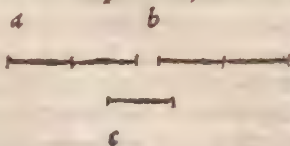
ζ α ε β
κ θ γ δ λ μ ν

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

9 I fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatē proportio una, ipsas esse ęquales: si uerò unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales, & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utranq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoq; patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod est etiam contra hypothesin.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

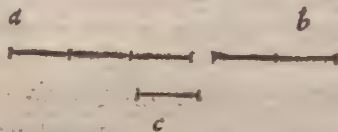
9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, ęquales adinuicē sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

THEON ex *Zamb. Habeat inquam utraq; ipsarum α β, ad γ, eādem rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β. Si autem non, utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Habeat rursus γ, ad utranq; ipsarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β: si autem non, ipsa γ, ad utranq; ipsarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habēt rationem, adinuicē sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales: quod demonstrandum fuerat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 I fuerit unius quantitatis ad quantitatē unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uerò unius ad eandem proportio maior, minorē esse necesse est.

CAMPANVS. Quòd si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorē b, & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorē b. Hæc est cōuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex secundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 10.*

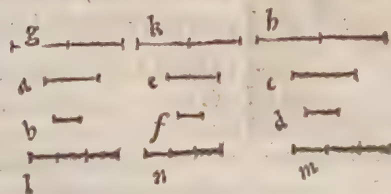
10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autē eadem maiorem rationē habet, illa minor est.

THEON ex *Zamb. Habeat enim α, ad γ, maiorem rationē, quàm β, ad γ, Dico quòd α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor: æqualis autem minimè est α, ipsi β, utraq; etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autē, igitur α, ipsi β minimè æqualis est. Neq; etiam minor est α, quàm β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostensum autem est, quòd neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor: æqualis quidem non est, β ipsi α: nam γ, ad utranque ipsarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipsi β, minimè est æqualis. Neq; etiam maior est β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non est β quàm α: patuit autē quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentiū, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

11 I fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoq; proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

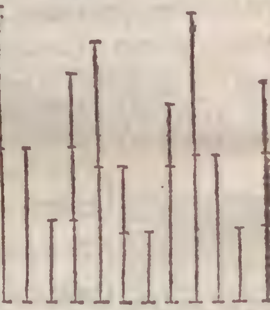
CAMPANVS. Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quę sunt a ad b & c ad d, sibi inuicē esse æquales. Sumā enim g ad a, & h ad c, & k ad e, ęquè multiplices, itēq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypothesin proportio e ad f, est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per cōuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam, si K addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si K minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & si K est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus K & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 11.*

Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicém sunt eædem. 11

THEON ex Zāb. *Sint enim sicut α, ad β, sic γ, ad δ, sicut uerò γ, ad δ, sic ε, ad ζ. Dico quòd est sicut α β, sic ε, ad ζ, Sumantur enim ipsarum α γ ε, æquè multiplices, sintq; η θ κ, ipsarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æquè multiplices η θ, ipsarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionē 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniā sicut est ε, ad ζ, sic est γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æquè multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: si igitur excedit θ ipsum μ, excedit quoq; κ ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per eādem.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoq; et η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem conuersionem.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eāndem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Est igitur sicut α, ad β, sic est ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & ad inuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.*

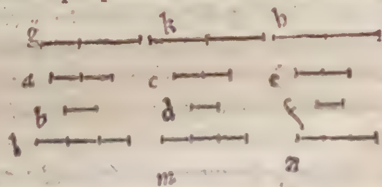


Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



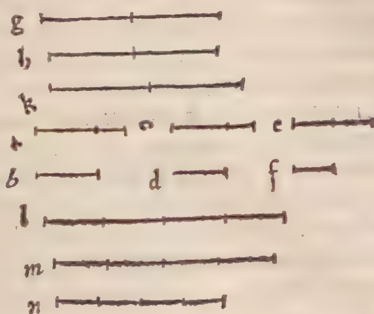
I fuerit proportio primi ad secundū sicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum, maior quàm quinti ad sextum. 12

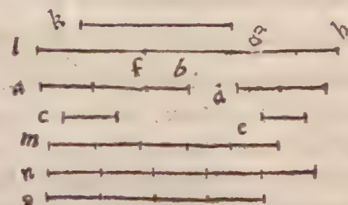
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonstrat in proportionibus, conceptibile est in quantitatibus, uidelicet quòd si duæ quantitates fuerint sibi inuicem æquales, quæcunq; fuerit una earū maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uerò ad d, sit maior quàm e ad f, erit quoq; a ad b, maior e quā ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, & K ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, si h addit super m, ut g addat super l, & per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, non est necesse K addere super n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod est propositum.

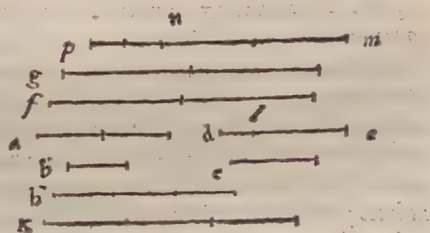


CAMPANI *additio.* Simili quoq; modo probabis, quòd si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cùm enim sit c ad d minor quàm e ad f: erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis, si k addit

si k addit super n, non est necesse quòd h addat super m, sed si h non addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, non est necesse ut g addat super l: per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cōuerso minor erit a ad b quàm e ad f, quod est propositū. Ex modo autē demōstrationis octauę huius, & hac fiet manifestum quòd si fuerit primę quatuor quantitatū ad secundā maior proportio quàm tertiæ ad quartā, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cū comparabuntur ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertię super multiplex quartę. Quod sic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritq́ per hanc 12 & per 10, a f minor a b, & sit minor in quantitate f b, quā multiplicabo toties, quod proueniat quantitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut K d, eritq́ per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k d. Deinde ponam quòd m sit prima quantitas multiplex c, quæ sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritq́ per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi ęqualem, si forsitan n sit prima multipliciū eius, quæ sit o, constabitq́ n, ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n, quare cùm k sit minor m, patet propositum. Conuersam quoq́ huius demōstrare possumus, uidelicet, quòd si contingit reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, quòd sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq́ f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, similiter h ad b, & k ad e, æquè multiplicia, & addat f super h, non addat autem g super k, dico quòd maior est proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis, per conuersionem diffinitionis incontinuę proportionalitatis addet g, super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritq́ per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritq́ per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a, utraque igitur duarum quantitatū m p & g, est æquè multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior K, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n est maior K, eo quod f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile: quare relinquitur propositum.





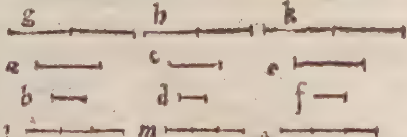


Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 I fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq́ quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hęc est communior illa, eo quòd omnis multiplicitas est proportio, non autem

econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq́ l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritq́ per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a, ſimiliter per eandem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b: & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi g addit ſuper l, & h addit ſuper m, & k ſuper n, & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: ergo per communem ſcientiam, ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n, & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f: quod eſt propoſitum.

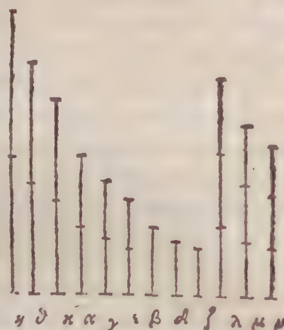


Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 12.*

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

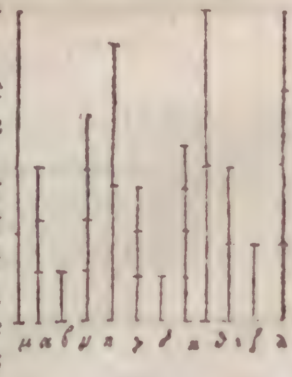
THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic eſt α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipſarum α γ ε, ſintq́; η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, ſintq́; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & ε ad ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipſarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc eſt λ μ ν: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Quare & ſi excedit η, ipſum λ, excedunt & η θ κ, ipſas λ μ ν, & ſi æquales, æquales: & ſi minores, minores (per eandem) Et eſt η, quidem, & η θ κ, ipſius α, & ipſarū α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æque multiplices, quàm multiplex eſt una unius magnitudinū, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius β, & β δ ζ, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut α ad β, ſic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam. 13

THEON *ex Zamb. Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Dico quòd & prima α, ad ſecundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Quoniā γ ad δ maiorem rationem habet, quàm ε ad ζ, ſunt enim ipſarum γ ε, quædā æque multiplices, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis ſunt æque multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicem ipſius δ, multiplex autem ipſius ε, non excedit multiplicem ipſius ζ, ſumantur igitur, & ſint ipſarū γ ε, æque multiplices*



multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto, & μ ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices μ η, ipsarum β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ: si excedit igitur μ, ipsam ν, excedit & η, ipsam κ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor (per conuersionem sextæ diffinitionis quinti) Excedit autem (per constructionem) η ipsam κ, excedit igitur & μ ipsam ν, at θ ipsam λ, non excedit: sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α ε, & ν λ, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad β, maiorem habet rationem, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam: prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

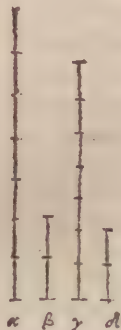


14 I fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia, necesse est secundam quarta esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quòd si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per secũdam partem 10 huius, b erit maior d: quod est propositum. Quòd si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per secundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a sit æqualis c, erit per primã partem 7, a ad d sicut c ad d. Quare a ad d, sicut a ad b, itaque per secundam partem 9, b erit æqualis d: sicque patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 14.*

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartã, prima uerò tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.



THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationẽ, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quòd & β, maius est quàm δ. Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutque α ad β, sic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti) minus igitur est δ, quàm β, quare maior est β, quàm δ. Similiter quoque ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoque & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*



15 I fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundũ quantitatem a, & d secundum quãtitatem b, suntque tot partes e, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, sicut a ad b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamb. *Sit igitur æque multiplex αβ, ipsius γ, & δε, ipsius ζ, Dico quod est sicut γ, sic est αβ, ad δε. Quoniã enim æque est multiplex αβ, ipsius γ: & δε, ipsius ζ. quot igitur magnitudines sunt in αβ, ipsi γ, æquales, tot sunt in δε æquales ipsi ζ. Diuidatur αβ, in magnitudines æquales ipsi γ. hoc est αη, ηθ, θβ, ipsum autem δε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δκ, κλ, & λε, erit iam magnitudo ipsorũ αη, ηθ, & θβ, æqualis multitudini ipsorum δκ, κλ, & λε. Et quoniã αη, ηθ, & θβ, sibi inuicem sunt æquales, & δκ, κλ, & λε, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut αη, ad δκ, sic est ηθ ad κλ, & θβ, ad λε: erit igitur (per 12 quinti) sicut unũ antecedentiũ ad unum cõsequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut αη, ad δκ, sic est αβ, ad δε, æqualis aũt est αη, ipsi γ, ipsum autẽ δκ, ipsi ζ: est igitur sicut γ ad ζ, sic est αβ ad δε. Partes igitur eodẽ modo multipliciũ, eandẽ habent rationem sumptæ ad inuicem: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



SI fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quòd erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multiplices eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h: quare per 14, si e addit super g, & f addit super h: & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Eucl. ex Zãb. Theor. 16. Prop. 16.

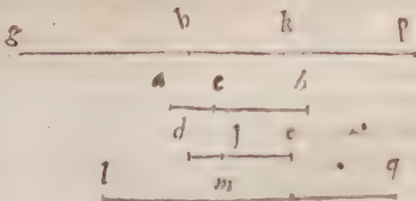
Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβγδ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quòd & uicißim proportionales erũt, sicut α ad γ, sic β ad δ. Sumãtur quidem ipsarum αβ, æquè multiplices εζ, & ipsarũ γδ. & aliæ quæuis, æquè multiplices ηθ, & quoniam æquè multiplex est ε ipsius α, & ζ ipsius β, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandẽ habẽt rationẽ sumptæ ad inuicẽ (per præcedentẽ) est igitur sicut α ad β, sic ε ad ζ. Sicut autẽ α, ad β, sic & γ ad δ, & sicut igitur γ ad δ, sic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rursus quoniã ηθ ipsarum γδ, æquè sunt multiplices, partes autẽ eodem modo multipliciũ eandem habẽt rationẽ sumptæ ad inuicẽ (per 15 quinti) est igitur sicut γ ad δ, sic est η ad θ. Sicut aũt γ ad δ, sic ε ad ζ, & sicut igitur ε ad ζ, sic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aũt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior sit, & secũda quarta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipsum η, excedit & ζ ipsum θ: & si æquale, æquale: & si minus, minus (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt aũt εζ ipsarũ αβ æquè multiplices: & ηθ ipsarum γδ: aliæ quæuis æquè multiplices. Est igitur sicut α ad γ, sic est β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicißim proportionales erunt: quod demonsttasse oporauit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*



SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, easdem disiunctim quoque proportionales esse. 17



CAMPANVS. Demonstrato modo arguẽdi qui dicitur proportiõalitas permutata, demõstrat illũ qui dicitur proportionalitas disiũcta. Sit itaq; proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quòd erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumã enim g h ad a c, & h K ad c b, itemq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primã huius g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f. Et ideo per præmissas hypotheses g K est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponã iterũ k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per secundam, h p ad ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuersionem

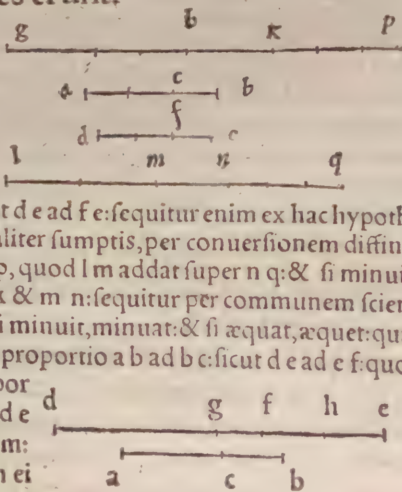
sionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super k p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e: quod est propositum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 17.* *Propositio 17.*

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint compositæ magnitudines proportionales α β, β ε; γ δ, δ ζ, sicut α β ad β ε, sic γ δ ad δ ζ.* Dico quòd *& diuisæ proportionales erunt: sicut α ε ad β ε, sic ε ζ ad δ ζ. Sumantur enim ipsarum α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, æque multiplices η θ, θ κ, λ μ & μ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κ ξ & ν π. Et quoniam æque multiplex est η θ ipsius α ε, & θ κ ipsius ε β: æque igitur est multiplex η θ ipsius α ε, & η κ ipsius α β (per primã quinti) Aeque autem est multiplex η θ ipsius α ε, & λ μ ipsius γ ζ: æque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ μ ipsius γ ζ (per 11 eiusdem) Rursus quoniam æque est multiplex λ μ ipsius ε ζ, & μ ν ipsius δ ζ: æque igitur est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & λ ν ipsius γ δ (per primã eiusdem) æque autem erat multiplex λ μ ipsius γ ζ: & η κ ipsius α β. Aeque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ ν ipsius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipsarum α β & γ δ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θ κ ipsius ε β, & μ ν ipsius ζ δ: est autem & κ ξ ipsius ε β æque multiplex, & ν π ipsius ζ δ: & compositum igitur (per 11 eiusdem) θ ξ ipsius ε β æque multiplex est, & μ π ipsius ζ δ. Et quoniam est sicut α β ad β ε sic est γ δ ad δ ζ, & sumptæ sunt ipsarum quidem α β & γ δ æque multiplices η κ & λ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: hoc est, θ ξ & μ π: si igitur excedit η κ ipsam θ ξ, excedit & λ ν ipsam μ π: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe η κ, ipsam θ ξ: & igitur communi ablata θ κ, excedit η θ ipsam κ ξ. Sed si excedit η κ ipsam θ ξ excedit & λ ν, ipsam μ π: excedat igitur λ ν, ipsam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipsam ν π. Quare si excedit η θ ipsam κ ξ: excedit & λ μ ipsam ν π. Similiter iam ostendemus quòd & si æqualis fuerit η θ ipsi κ ξ: æqualis erit & λ μ ipsi ν π: & si minor, minor: sunt autem η θ & λ μ, ipsarum α ε & γ ζ æque multiplices, & κ ξ & ν π, ipsarum ε β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut α ε ad ε β: sic est ε ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti) Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuisæ quoq; proportionales erunt: quòd demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 18.

18 
SI fuerint quantitates disiunctim proportionales, cõiunctim quoq; proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonstrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus conuersus prioris. Ad cuius demõstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quòd ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quòd erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis communibus h k & m n: sequitur per communem scientiam, si g k addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f: quod est propositum. Aliter idem indirectè sic. Cùm sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, non est autem a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quãtitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, cõstaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secunda minor e f quarta: sed erat propositũ quòd esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quę sit e h sicut a b ad b c: eritq; per pręmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: &

quia d h prima est maior d f, tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta, quòd quia est impossibile: sequitur propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 18.* *Conuersa præcedentis.*

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt. 18

THEON *ex Zamb. Sint disiunctæ magnitudines proportionales α γ, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quòd & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erunt (per 17 quinti) Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur autem sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autem est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti) secunda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impoßibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoq; ostendemus quòd neq; ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

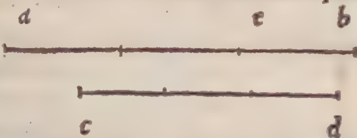


Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



SI à duobus totis duæ portiones abscindantur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam, dico quòd eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cùm enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterum permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d, & quia sic erat a b ad c d: patet propositum.

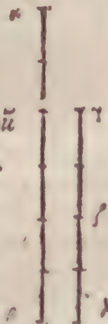


CAMPANI *additio.* Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa, ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut c d ad c f: quod est propositum. Conuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quòd erit b ad a sicut d ad c, sin autem sit d ad e, sicut b ad d, & quia iterū b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c, si igitur e non sit æqualis c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c: quod est propositum.

a b c d e

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 19.*

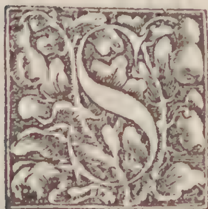
Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum. 19



THEON *ex Zā. Esto sicut totū α β, ad totū γ δ, sic ablatū α ε ad ablatū γ ζ. Dico q, et reliquū ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β ad totū γ δ. quoniā enim est sicut totū α β ad totū γ δ sic α ε ad γ ζ, et uicißim quoq; (p 16 qnti) sicut α β, ad α ε, sic et δ γ, ad γ ζ. Et quoniā cōpositæ magnitudines proportionales sunt (p 17 & 18 qnti) etiā disiunctæ proportionales erūt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (p 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autē α ε, ad γ ζ, sic supponitur totū α β ad totū γ δ, & reliquū igitur ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Si fuerit igitur sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū, et reliquū ad reliquū erit sicut totū ad totū, quod demonstrandū erat. Et quoniā ostensum est quòd sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicißim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (p 18 propositionē quinti) ostēsum est autē quòd sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est cōuertendo.*

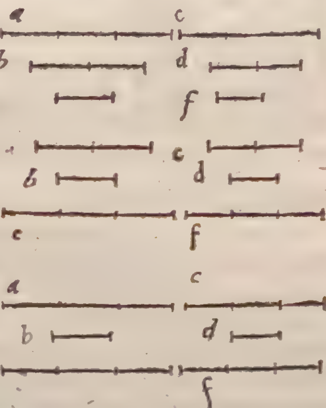
tendo. Hinc manifestum, quòd si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonstrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



10 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum queq; duæ priorum secundum proportionem duarum postremarũ, necesse est in proportionalitate quidem æqualitatis, ut si fuerit prima priorũ ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem.

Campanvs. Demonstraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur, præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, secundum autem cùm proportionantur peruersim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quemcunq; numerum, ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipsa demonstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd si a est maior e, c erit maior f, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c est maior f, quod est propositum. Quòd si a sit minor e, per easdem, & eodem modo probabitur c esse minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 12 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod est propositum. Si autem a sit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatem, erit c ad d, sicut f ad d, quare per primam partem 9, c est æqualis f: quod est propositum.



CAMPANI additio.

Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt per proportionalitatem, permutatim, hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d, & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f, sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, sicut e ad f, itaq; per 14, si a prima est maior e tertia, erit c secunda maior f quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis: quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmitttere hanc conclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quòd sit a ad e sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur, nisi omnes quãtitates amborũ ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e sint lineę, & c d f superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur, uniuersaliter dictũ, particulariter demonstrantes.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 20.*

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptę & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

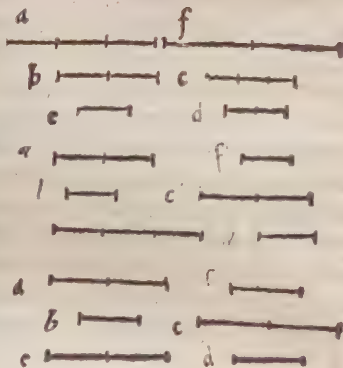
THEON

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutq; β, ad γ, sic ε, ad ζ. Ex æquali autem sit maior α, quàm γ. Dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad β: sed sicut est quidem α ad β, sic est δ, ad ε, sicutq; γ, ad β, rursus sic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4. quinti) Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est (per 10 quinti) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoq; ostendemus, quòd si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoq; est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem: si autem minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem. 21

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quantitates a b e, sumanturq; aliæ tres quæ sunt f c d, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quòd si a est maior e, f erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per secundam partem 10. quod est propositum. Quòd si a sit minor e, erit tandem minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiusdem f, erit minor d. Si autem a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c ad d, sicut c ad f, igitur per secundam partem nonam erit f æqualis d: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 21.*

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptę & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. 21

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ, binæ sumptæ, & in eadem ratione, sit autem earum proportio perturbata, sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutq; β, ad γ, sic δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, sit maior, dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem habet rationē quàm γ, ad β. Sed sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutq; γ, ad β, rursus sic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorē rationem habet, q̃ ε, ad δ (p correlarium quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorē rationē habet illa minor est (p 10 qnti) minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, q̃ ζ. Similiter quoq; ostendemus, q, & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines et aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex æquali*



æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*

22 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum quæque duæ secundum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

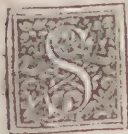
CAMPANVS. Demonstratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinum sunt directè proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cùm in utroq; duorum ordinũ sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonstrari, nisi solum cùm in utroq; ordine sunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sunt c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, ęque multiplicia. Itẽq; k ad b, & l ad d ęque, & rursus m ad e, & n ad f ęque. eritq; per quartam, g ad k, sicut h ad l & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis igitur: per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, quod est propositum. Potest quoq; hoc demonstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, ęque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita quòd sit e ad p, sicut f ad q, erit iterũ a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut c ad f: hoc enim demõstratum est: sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & alię tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq; demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinq; per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinq;, sublatis tribus, & sic de cęteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 22.*

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quòd etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumãtur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarum γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*

23 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæq; duæ secundum proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

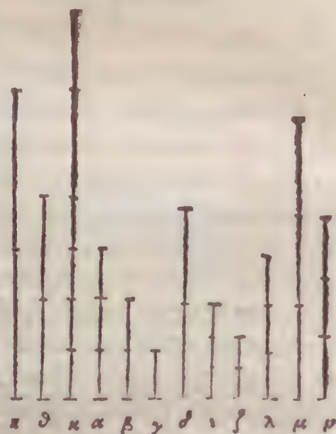
CAMPANVS. Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quòd demonstretur, nisi cùm in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directè proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturque aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quòd erit a ad e, sicut f ad d. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æque multiplicia, itemque l ad b, & m ad e, & n ad d æque, eritque per 4, g, ad l, sicut h ad n, & per 15, l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m, & k addit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut f ad d: quod est propositum.

Potest quoque & hoc demonstrari per decimãtertiam huius, sumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, sicut h ad n: & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum. Quòd si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd sit a ad b sicut d ad q, & b ad e, sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p sicut f ad q: erit enim per prædemonstrata a ad e, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q. Sic igitur demõstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demõstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

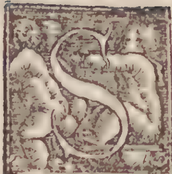
Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæque eisdem æquales numero binæ, sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. 23

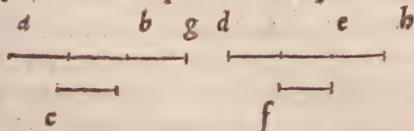
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, sicutque β, ad γ, sic δ, ad ε. Dico quòd est sicut α, ad γ, sic est δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipsarum α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarũ α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut α, ad β, sic η, ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε, ad ζ, sic μ, ad ν, & est sicut α, ad β, sic ε, ad ζ, & sicut igitur η ad θ, sic μ, ad ν (per 11 quinti) Et quoniã est sicut β, ad γ, sic est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autem γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ, ad λ, sic κ, ad μ, & uicißim (per 16 quinti) sicut β, ad δ, sic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarũ β δ, æque sunt multiplices, partes autem æque multipliciũ eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut β, ad δ, sic θ, ad κ. Sed sicut β ad δ, sic γ, ad ε, & sicut igitur θ, ad κ, sic γ, ad ε (per 11 quinti) Rursus quoniam λ μ, ipsarum γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ, ad ε, sic λ ad μ. Sed sicut γ ad ε, sic θ, ad κ, & sicut θ, ad γ, sic λ, ad μ, & uicißim (per 16 quinti) sicut θ ad λ, & κ ad μ. Ostensum est autem quòd sicut η, ad θ, & sic μ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ eisdem æquales numero κ μ ν, binæ sumptæ in eadem ratione, & est earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ, ipsum ν, et si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sunt multiplices: est igitur sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonstrasse oportuit.*



24 Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.



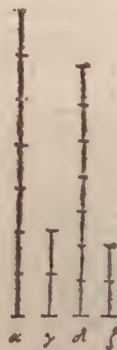
I fuerit proportio primi ad ſecūdum tanquā tertij ad quartū, proportio uerò quinti ad ſecundū tanquā ſexti ad quartū, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundū, tāquam ſexti & tertij pariter acceptorū ad quartū.



CAMPANVS. Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde hæc eſt illa tanto cōmunior, quanto multiplicitate proportio & ſe habet ad illam, quemadmodū 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c, ſicut d e ad f: & item b g ad c, ſicut e h ad f: dico quòd proportio a g ad c, eſt ſicut d h ad f. Erit enim per conuerſam proportionalitatem, c ad b g, ſicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, ſicut e d ad e h: ergo coniunctim per 18, a g ad g b, ſicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, ſicut d h ad f: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum, etiam compoſita primum & quintum ad ſecundum, eandem habebunt rationem, & tertium & ſextū ad quartū.



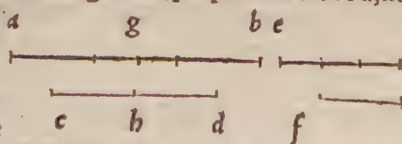
THEON ex Zamb. Primum etiam α β, ad ſecundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad ſecundum γ: eandem rationem & ſextum ε θ ad quartum ζ. Dico quòd etiam compoſita primum & quintū α η ad ſecundum γ, eandem habebūt rationem: ac tertium & ſextum δ θ ad ipſum ζ quartū. Quoniam enim eſt ſicut β η ad γ, ſic eſt ε θ ad ζ: cōuerſim quoq; ſicut γ ad β η, ſic ζ ad ε θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ, ſic δ ε ad ζ, ſicut autem γ ad β η, ſic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β ad β η, ſic δ ε ad ε θ. Et quoniam diſiunctæ magnitudines proportionales ſunt, compoſitæ quoq; proportionales erūt (per 18 quinti) ſicut igitur α η ad η β, ſic δ θ ad θ ε: eſt autem & ſicut β η ad γ, ſic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α η ad γ, ſic δ θ ad ζ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad ſecundum eandem rationem, & ſextum ad quartum: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundū eandem habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartum: quod oportebat demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25



I fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earū maxima, & ultima minima, primā & ultimam pariter acceptas cęteris duabus maius eſſe neceſſariò comprobatur.



CAMPANVS. Quod hic proponitur, nō habet locū: niſi cū omnes quatuor quātitates ſunt eiuſdē generis. Sint igitur quatuor quātitatū eiuſdē generis, proportio a b ad c d, ſicut e ad f: ſitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quòd f ſit minima: quia ipſum ex hoc ſequitur, quòd a b poſita eſt maxima: unde nō poſuit hoc auctor in cōcluſione tanquā poſitionē, ſed potius tanquā pręcedētis poſitionis cōcluſionē. Dico quòd cùm ita fuerit, maius erit aggregatū ex a b & f, quàm ex c d & e. Cùm enim a b ſit maior e, abſcindā ex a b, g b æqualē e: ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f, abſcindā ex c d, h d ęqualē f. Eritq; per hypotheſin a b ad c b, ſicut g b ad h d quare per, 19, a g reſiduū ad c h reſiduū: ſicut totū a b ad totū c d. Cùm ergo a g ſe habet ad c h, ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur utriq; duabus quātitatibus g b & h d, erit per communē ſcientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h poſita eſt æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d et e: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uerò ζ. Dico quòd ipsæ αβ & ζ, ipsis γδ & ε maiores sunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipsi ε æqualis αη, & ipsi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi αη, & ipsi ζ æqualis γθ: est igitur sicut αβ ad γδ, sic αη ad γθ, & quoniam est sicut totum αβ ad totum γδ, sic ablatum αη ad ablatum γθ: & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquum θδ, erit sicut totum αβ ad totum γδ. Maior autem est αβ, quàm γδ: maior igitur est ηβ, ipsa θδ. Et quoniam æqualis est αη ipsi ε, & γθ ipsi ζ: igitur αη & ζ sunt æquales ipsis γθ ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fient (per quartã communem sententiam:) cùm igitur ηβ & θδ sint inæquales, & ηβ maior sit, & ipsi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipsi uerò θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipsis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonstrare oportebat.*

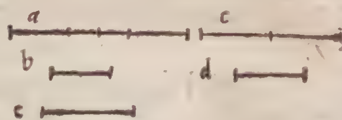


Nouem sequentes propositiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exẽplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.



SI fuerit quatuor quantitatũ proportio primæ ad secũdã maior quàm tertiæ ad quartã, erit cõuersim è cõtrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam. 26

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit è cõuerso, modò contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadẽ b ad a quæ est d ad c, erit è cõuerso a ad b ut c ad d: sed nõ est, immo maior. At uerò si est b ad a maior quàm d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq́ ex secunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuersam proportionalitatẽ, a ad e, sicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq́ (si libet) astruere propositum ostensiuè: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quòd illa quantitas, cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quãtitas sit e, cùm igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quòd proportio b ad a, minor est quàm proportio b ad e. Itaque per duodecimam, proportio b ad a: est minor quàm d ad c: quod uoluimus.

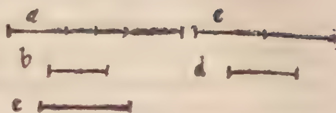


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartã, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoque proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neque minor: nam si hoc ponatur, sit itaque e ad c, ut b ad d: eritq́ ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e est maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, est maior quàm a ad b. Et quia positum est, quòd sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerùm ergo est propositum.

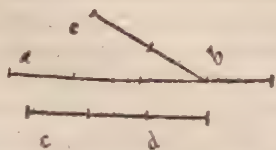
Ostensiue

Ostensiue quoque idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimę, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c est maior quàm b ad d: quod est propositum



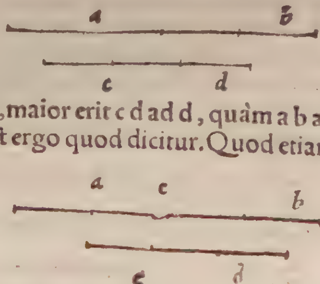
28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior propotio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

Campanus. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipsa neque erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis, tunc erit disiunctim a ad b ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaq; ex prima parte decimæ e b, est maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergo per duodecimam c ad d, est maior quàm a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cùm enim propositum sit quòd maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d: positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.



29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque disiunctim proportio primæ ad secundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

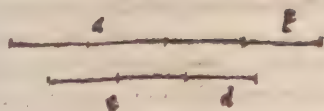
Campanus. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit disiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd si æqualis, erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod est inconueniens, quia positum est quòd minor, uerum est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiuè astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi scientia e est minor quàm a, minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b, est maior quàm sit c ad d: quod est propositum.



30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertię & quartę ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

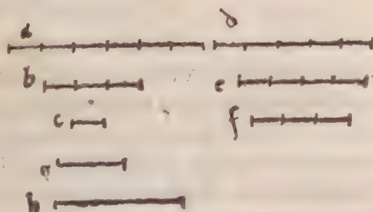
Campanus. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euersim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiunctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaq; per 26, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod est propositum.



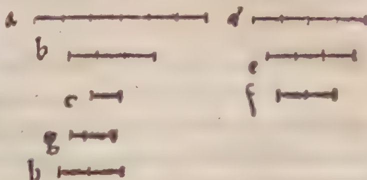
31 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itémque tres in alio, fueritq; primæ priorum ad secundam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq; secundæ priorũ ad tertiam maior quàm secũdæ posteriorũ ad tertiam: erit quoque primę priorũ ad tertiam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

Campanus. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d e f: sitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq; ex prima parte 10, g minor b: quare ex secũda parte 8, proportio a ad g, est maior quã a ad b, multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, est maior quàm d ad f: quare constat propositum.



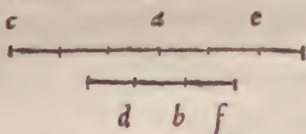
32 Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio secundæ priorum ad tertiã maior quàm primæ posteriorũ ad secundam, itemq; primæ priorum ad secundam maior quàm secundę posteriorũ ad tertiam, erit maior proportio primæ priorũ ad tertiã quàm primæ posteriorum ad tertiam.

Campanus. Sint enim tres quãtitates in uno ordine, a, b, c: itẽq; tres in alio, d, e, f, quẽadmodũ in pręmissa: sitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quã e ad f: dico quòd maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primã partẽ 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundã partẽ 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior est quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, est tanquam d ad f: eo quòd est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior est proportio a ad c, quàm d ad f: quod est propositum.



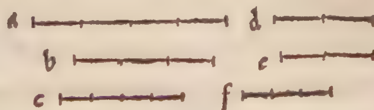
33 Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum maior proportio, quàm totius ad totum.

Campanus. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abscindãtur c & d: et residua sunt e et f: sitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod est propositum.



34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur, fueritq; cuiuslibet pręcedentis ad suam relatiuã maior proportio quàm alicuius subsequentis ad suam, erit omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius subsequẽtiũ ad suam cõparem, aut

rem, aut etiam quàm omniũ pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a,b,c, relatæ ad totidẽ alias quæ sint d e f, sitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a,b,c, pariter acceptarũ ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cùm enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d, est maior quàm a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: et coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f: quod est propositum.

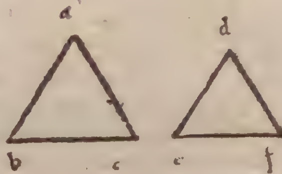
QVINTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber sextus.*

Euclid. ex Campano. Diffinitiones.

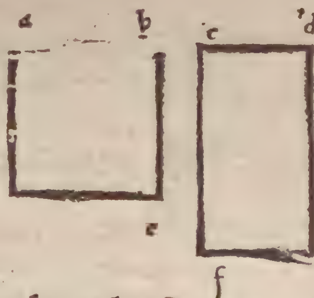


1 Vperficies similes dicuntur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ ęquos angulos continentia proportionalia.



CAMPANVS. Vt si sit trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.

2 Superficies mutuorum laterũ, sunt inter quarum latera, incontinua proportionalitas retransitiuè habetur.



CAMPANVS. Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secũdi fuerit, sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, siue mutekesia.

3 Linea dicitur diuidi secundũ proportionem habentem medium & duo extrema, quando eadẽ est proportio totius ad maiorem sui sectionem, quæ est maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. Diffinitiones.



Imiles figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos ęquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quãdo in utra Κατὰ μίαν, sigillatim.

que figura antecedentes & consequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusque figuræ, est à uertice ad basin perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

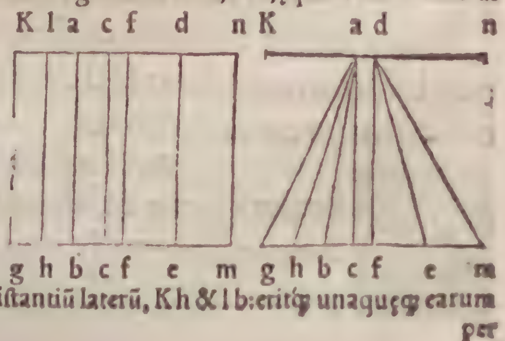
THEON ex Zamb. *Sit enim αβ ad γδ rationem habens datam, ueluti duplã aut triplam aut quamlibet aliam, & γδ ad εζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipsius αβ & εζ ratio, constat ex αβ ad γδ, & ex γδ ad εζ. Vel quòd ipsius αβ ad γδ rationis quantitas multiplicata in ipsius γδ ad εζ rationis quantitatem, efficit ipsius αβ ad εζ rationem. Sit enim primum αβ quàm γδ maior, & γδ ipsa εζ: & sit quidem αβ, ipsius γδ dupla, & γδ ipsius εζ tripla: quoniam igitur γδ ipsius εζ tripla est, ipsius autem γδ, dupla est αβ: igitur αβ ipsius εζ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum, hoc enim est propriè compositio. Vel sic. Quoniam αβ dupla est ipsius γδ, diuidatur αβ in ipsi γδ æqualia, hoc est ακ, & κβ. Et quoniam γδ ipsius εζ tripla est: æqualis autem est ακ ipsi γδ: & ακ igitur ipsius εζ tripla est. Id propterea, & κβ ipsius εζ tripla est. Tota igitur αβ, ipsius εζ sexicupla est. Ipsius igitur αβ ad εζ ratio connectitur per γδ medium limitem, composita ex ipsius αβ ad γδ & γδ ad εζ ratione. Similiter autem & si minor fuerit γδ, utraq; ipsarum αβ & εζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus αβ ipsius γδ tripla, at γδ ipsius εζ sit dimidia: & quoniam γδ ipsius εζ dimidia est, ipsius autẽ γδ tripla est αβ: igitur αβ sesquialtera est ipsius εζ: si enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius γδ tripla est, & γδ ipsius εζ dimidia est, qualium est αβ æqualium ipsi γδ trium, talium est εζ duorum. Quare sesquialterum est αβ ipsius εζ. Igitur ratio ipsius αβ ad εζ, connectitur per γδ medium limitẽ: composita ex ipsius αβ ad γδ, & γδ ad εζ ratione. Sed iam rursus sit γδ utraq; ipsarum αβ & εζ maior, & sit quiddm αβ ipsius γδ dimidium, & γδ ipsius εζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est αβ duorũ, talium est γδ quatuor, qualium autem γδ quatuor, talium εζ trium: & qualium igitur αβ duorum, talium εζ trium: connectitur igitur rursus ratio ipsius αβ ad εζ, per γδ medium limitem, quæ duorum est ad tria: similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quòd si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur, uno simplicium eiecto, reliqua compositarum assumetur.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I duarum rectilinearum superficierum, æquidistantium laterum siue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, ęqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illá duo parallelogrãma super lineam unã, quę sit g m: eruntq; propter hoc quòd sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistãtes, quarũ sit altera k n, deinde ex linea g m, sumã g c multiplicẽ secũdũ quẽcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes ęquales b c, in pũctis h & b, à quibus & pũcto g, ducã ęquidistãtes lineę a b, quæ sunt g K & h l: & complebo superficies æquidistantiũ laterũ, K h & l b: eritq; unaquęq; earum



per

per 36 primi, æqualis a c: quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies c k, superficiei a c. Si similiter quoq; ad lineam e f, sumam ex linea g m, lineam f m multiplicem secundum quemcunque numerum uoluero ad e f, & complebo superficiem æquidistantium laterum ducta linea m n æquidistanter lineæ d e, eritq; superficies n f ita multiplices superficiei d f, sicut linea m f lineę e f. Et quia per 36 primi si linea g c est maior linea f m, superficies k c est maior superficie f, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiem d f, quod est propositum. De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

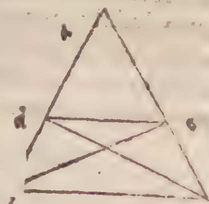
2 Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, ad se inuicem sunt ut bases.

THEON ex Zamb. *Sint triangula quidem αβγ, & αγδ, parallelogramma uerò εγ, & γζ, sub eadem altitudine existentia perpendiculari scilicet ab α, in βδ, ducta.* Dico quòd *est sicut βγ, basis ad γδ, basin: sic est αβγ, triangulum ad αγδ, triangulũ, & εγ, parallelogrammum ad γζ, parallelogrammũ.* Producatur inquã *(per 2 postulatũ) δβ, ex utraq; in θλ, signa, &* ponatur *(per 2 primi) ipsi quidem βγ basi, æquales, quotcunq; βη, & ηθ, ipsi autem γδ, basi æquales quotcunq; δκ, & κλ.* Conectanturq; *αη, αθ, ακ, & αλ. Et quoniam γβ, βη, & ηθ, sibijnuicem sunt æquales, & triangula quoq; αθη, αηβ, & αβγ, sibijnuicem sunt æqualia (per 38 primi) Quod multiplex igitur est θγ basis, ipsius βγ, basis, tam multiplex est & triangulũ αθγ, trianguli αβγ.* Id propterea, quàm *multiplex est λγ, basis, ipsius δγ basis, tam multiplex est & αλγ, triangulũ, ipsius αδγ, trianguli, & si æqualis est θγ, basis, ipsi γλ, basi æquum est (per 38 primi) triangulũ αθγ, triangulo αγλ, & si basis θγ, excedit basim γλ, excedit & triangulũ αθγ, triangulum αγλ, & si minor, minus (per 6 diffinitionẽ quinti) Quatuor iam existentibus magnitudinibus duabus quidẽ basibus hoc est βγ, & γδ, duobus autẽ triangulis hoc est αβγ, & αγδ, sumptæ sunt æquè multiplices, ipsius quidem βγ, basis, & ipsius αβγ, trianguli, basis uidelicet θγ, & triangulũ αθγ, ipsorum autem γδ, basis & αδγ, trianguli: alia quæuis æquè multiplicia, hoc est basis γλ, & triangulum αλγ, & demonstratum est quòd si excedit basis θγ, basin γλ, excedit quoq; & triangulum αθγ, triangulum αλγ, & si æqualis, æquale: et si minor, minus, Est igitur sicut basis βγ ad basin γδ, sic triangulum αβγ, ad triangulũ αγδ (per sextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi) ipsius quidem triãguli αβγ, duplum est parallelogrammum εγ, ipsius autem αγδ, trianguli duplum est (per eandem) parallelogrammum ζγ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: est igitur sicut triangulũ αβγ, ad triangulum αγδ, sic parallelogrammũ εγ, ad parallelogrammũ γζ, Quoniã igitur patuit sicut quidem basis βγ, ad basin γδ, sic triangulum αβγ ad triangulum αγδ, sicutq; triangulum αβγ, ad triangulum αγδ, sic parallelogrammum εγ ad parallelogrammum ζγ, et sicut igitur (per 11 quinti) basis βγ, ad basin γδ, sic parallelogrammum εγ, ad parallelogrammũ ζγ. Trianguli igitur & parallelogramma sub eadem altitudine existentia, ad se inuicem sunt sicut bases: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

2 SI linea recta duo trianguli latera secans, reliquo fuerit æquidistans, eam duo illa latera proportionaliter secare. Si uerò proportionaliter secet, eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c secet linea d e, ęquidistanter tertio lateri quod est b c, dico quòd erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, & ecõuerso, si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, linea d e erit æquè distãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritq; per 37 primi, triãgulus e d b, æqualis triãgulo d e c, propter id quod ipsi sunt ambo super lineã d e, inter lineas æquidistantes, itaq; per secundam partẽ 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrunq; illorũ, erit una, sed proportio eius, per pręmissam ad triangulũ e d b, est sicut lineæ a d ad lineã d b, & ad triãgulũ d e c, sicut lineę a e ad lineã e c. Nã ipse cũ utroq; illorũ est æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, sicut a e ad e c, quod est primũ. Et si hoc fuerit, erit per pręmissã ipsius a d e ad utrũq; illorũ proportio una, quare per secundã partẽ 9 quinti, ipsi sunt adinuicẽ æquales, & quia ipsi sunt super eandẽ basin, uidelicet lineã d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi,



linea d e æquidiſtans lineæ b c:quod eſt ſecundum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

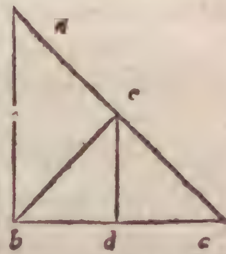
Si trianguli ad unum laterũ ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter ſecat ipſius trianguli latera:& ſi triãguli latera propor tionaliter ſecta fuerint,ipſas ſectiones connectens recta linea,parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus. 2

THEON ex Zamb. *Trianguli enim αβγ,parallelus ad latus βγ,agatur δε.Dico quòd eſt ſicut βδ,ad δα,ſic eſt γε,ad εα.Connectantur enim βε,et γδ,æquale igitur eſt(per 37 primi)triangulũ βδε,triangulo γδε:in eadẽ enim ſunt baſi δε,& in eiſdem parallelis δε,& βγ. Aliud autem quoddã triangulũ αδε,æqualia autẽ(per 7 quinti)ad idem eandẽ habẽt rationem. Eſt igitur ſicut triangulũ βδε,ad triangulũ αδε,ſic triangulũ γδε,ad triangulum αδε.Sed ſicut quidẽ triangulũ βδε,ad triangulũ αδε,ſic eſt βδ,ad δα,ſub eadem namq; altitudine perpendiculari,ſcilicet ab ε in αβ,ducta cùm ſint,ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes(per 1 ſexti.)Ac propterea ſicut triangulũ γδε,ad triangulũ αδε,ſic γε,ad εα,& ſicut igitur(per 11 quinti)βδ,ad δα,ſic γε.ad εα. Sed iam ipſius αβγ trianguli,latera αβ,& αγ,proportionaliter ſecentur,ſicut βδ,ad δα,ſic γε,ad εα,& connectatur δε. Dico quòd parallelus eſt δε,ipſi βγ.Eiſdẽ namq; diſpoſitis,quoniã eſt ſicut βδ,ad δα,ſic γε,ad εα,ſed ſicut quidẽ βδ,ad δα,ſic triangulũ βδε,ad triãgulũ αδε,(per 1 ſexti)ſicut autẽ γε,ad εα,ſic triangulũ γδε,ad triangulũ αδε,(per eandẽ)& ſicut igitur(per 11 quinti)triangulũ βδε,ad triangulũ αδε,ſic triangulum γδε,ad triangulũ αδε. Vtrũq; igitur ipſorũ βδε,& γδε,triangulorũ,ad αδε,eandem habet rationem(per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandem)eſt triangulũ βδε,triangulo γδε,& in eadem ſunt baſi δε,æqualia autem triãgula & in eadem baſi exiſtentia,etiam in eiſdem ſunt parallelis(per 39 primi)parallelus igitur eſt δε,ipſi βγ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea,proportionaliter ſecat trianguli latera:& ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint,ipſas ſectiones coniungens recta linea,parallelus erit ad reliquum trianguli latus:quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid.ex Camp. Propoſitio 3.


I ab aliquo angulorum triãguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uerò duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit,reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint,lineam illam angulum per æqualia diuidere neceſſariò comprobatur. 3

CAMP. Sit trigonus a b c,cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia,dico quòd proportio b d ad d c,eſt ſicut b a ad a c,& econuerſo:protrahã enim b e,æquidiſtantem a d,& producam c a,quouſq; concurrat cum b e,in puncto e,eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c,æqualis angulo b a d:& per ſecũdam partem eiuſdem,angulus c,angulo d a c:quare angulus e,eſt æqualis angulo e b a,ergo per ſextam primi,e a eſt æqualis a b:& ideo per primam partem ſeptimi quinti,proportio e a ad a c,eſt ſicut b a ad a c:ſed per præmiſſam,e a,ad a c,eſt ſicut b d ad d c.ergo b a ad a c,ſicut b d ad d c,quod eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione,ſi fuerit proportio b a ad a c,ſicut b d ad d c,quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c,erit eadem proportio e a ad a c,quæ eſt b a ad a c,ergo primam partem 9 quinti e a & a b ſunt æquales.quare per 5 primi duo anguli e & e b a,ſunt æquales:igitur per primam & ſecũdam partem 29 primi,angulus b a d,eſt æqualis angulo d a c:quod eſt ſecundum.



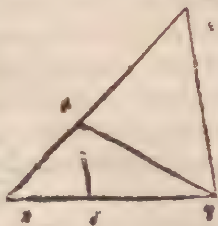
Euclid.ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si trianguli angulus biſariàm ſecetur,diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin baſis ſegmenta, eandem habebunt rationẽ reliquis ipſius trianguli lateribus : & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius triãguli lateribus,à uertice ad ſectionẽ con- 3

iuncta

iuncta recta linea bifariàm dispescit ipsius trianguli angulum.

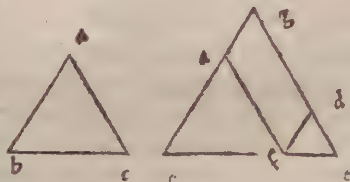
THEON ex Zāb. *Sit triangulū α β γ, seceturq́; (per 9 primi) angulus β α γ, bifariàm per rectam lineam α δ. Dico quòd est sicut β δ, ad γ δ, sic est β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δ α, parallelus γ ε, & extensa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui est sub β α δ, supponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui sub α γ ε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β α ε (per 28 primi) angulus exterior β α δ, æqualis est angulo interiori α ε γ: ostensum autē est quòd angulus α γ ε, angulo β α δ, est æqualis, & angulus α γ ε igitur, angulo α ε γ, est æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi) est æquale. Et quoniam trianguli β γ ε, ad unum latus ε γ, parallelus acta est α δ, proportionalis igitur est (per 2 sexti,) & (per 11 quinti) sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε. Aequalis autem est, α ε, ipsi α γ. est igitur sicut β δ, ad δ γ, sic β α ad α γ. Sed esto sicut β δ, ad δ γ. sic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quòd bifariàm secatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eisdem nanq; dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ γ, sic est β α, ad α γ, sed sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε, (per secundā sexti,) trianguli enim β γ ε, ad unum latus ε γ, acta est parallelus α δ, & sicut igitur β α, ad α γ, sic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est α γ, ipsi α ε, quare & angulus qui sub α ε γ, (per quintam primi,) ei qui est sub α γ ε, est æqualis. Sed qui est sub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui est sub α β δ, est æqualis, angulus autem α γ ε, ei qui uicissim est sub γ α δ, angulo est æqualis: igitur β α δ, æqualis est angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, bifariàm discinditur sub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariàm secetur, cum autē dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basin cōiuncta recta linea bifariàm secat ipsius trianguli angulum: quod erat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

4 Omnium duorum triangulorū, quorū anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera ęquos angulos continentia sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq́; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unam quæ sit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius, qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq́; a f c, ipse idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primā partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum, quæ sit g f: eritq́; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 4.*

4 Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis sunt rationis quæ sub æqualibus angulis latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε, æquum habentia angulum qui sub α β γ ei qui sub δ γ ε est angulo, & angulum qui sub β α γ ei qui sub γ δ ε, & insuper angulum qui sub α γ β ei qui sub δ ε γ. Dico quòd triangulorum α β γ & δ γ ε latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipsi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi)*



æqualis

æqualis autem est angulus αγβ, ei qui est sub δαγ angulo: anguli igitur αβγ & δεγ, duobus rectis sunt minores. Igitur βα & εδ productæ, in congressum ueniunt. Congrediātur, conueniantq; in ζ: & quoniā per hypothesin angulus δγε, angulo αβγ est æqualis: parallelus est per 28 primi) βζ ipsi γδ. Rursus quoniā per hypothesin, angulus αγβ æqualis est angulo δεγ: parallelus est, per 28 primi, αγ ipsi ζε, Parallelogrāmum igitur est, ζαδγ. Aequalis igitur est ζα, ipsi δγ, & αγ ipsi ζδ. Et quoniā per 2 sexti, triāguli βζε ad latus unū ζε parallelus acta est αγ: est igitur sicut βα ad αζ, sic βγ ad γε. Aequalis autē est αζ ipsi γδ. Sicut igitur, per 11 quinti, βα ad γδ, sic βγ ad γε: & uicißim, per 16 quinti, sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε. Rursus quoniam parallelus est γδ ipsi βζ: est igitur, per 2 sexti, sicut βγ ad γε, sic ζδ ad δε. Aequalis autem est ζδ ipsi αγ. Sicut igitur βγ ad γε, sic αγ ad δε: uicißim igitur, per 16 quinti, sicut βγ ad γα, sic γε ad εδ. Quoniam igitur demonstratum est, quòd sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε: sicut autem βγ ad γα: sic γε ad εδ: ex æquali igitur, per 22 quinti, sicut βα ad αγ, sic γδ ad δε. Proinde æquiangulorum triangulorū proportionalia sunt, quæ circum æquales angulos sunt latera, eiusdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: quod fuit demonstrandum. Euclid. ex Camp. Propositio 5.



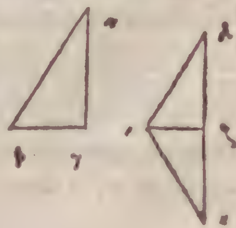
Mnium duorum triangulorū, quorum cūctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibiinuicem esse probantur. 5

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eisdem medijs demonstratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quòd angulus a, est æqualis āgulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f. Constituā super lineam e f, in opposita parte trianguli d e f, angulum f e g æqualem angulo b, & angulum e f g æqualē angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g, sicut b c ad e f, quare a b ad d e, sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secūdam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triangulus g e f, est etiam æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. *Propositio 5.*

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. 5

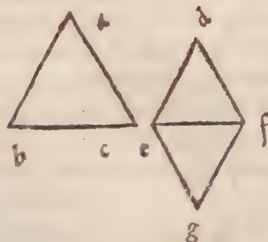
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δεζ, latera proportionalia habentia: sicut αβ ad βγ, sic δε ad εζ: sicutq; βγ ad γα, sic εζ ad δζ. Et præterea sicut βα ad αγ, sic εδ ad δζ. Dico quòd æquiangulū est αβγ triangulum, triangulo δεζ: æqualesq; habebūt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: hoc est, angulum αβγ angulo δεζ: & angulum βγα angulo εζδ, & insuper angulum βαγ, angulo εδζ. Constituatur per 13 primi, enim ad rectam lineam ε, ad signaq; in ea εζ, angulo quidem αβγ æqualis angulus ζεη, angulo autē αγβ æqualis qui est sub εζη. Reliquus igitur angulus qui sub βαγ, reliquo qui sub εηζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum αβγ, triangulo ζεη. Triangulorū igitur αβγ & εηζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4 sexti, eiusdemq; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut αβ ad βγ, sic ηε ad εζ. Sed sicut αβ, ad βγ, sic supponitur δε ad εζ. Igitur sicut δε ad εζ, sic ηε ad εζ, utrūq; igitur ipsorū δε & ηε, ad εζ eandē habet rationē. Aequalis igitur, p 9 quinti, est δε, ipsi εη. Id propterea & δζ, ipsi ζη est æqualis. Quoniā igitur æqualis est δε ipsi εη, cōmunis autē εζ, duæ igitur δε & εζ duabus ηε & εζ sunt æquales, & basis δζ basi ζη est æqualis. Angulus igitur δεζ, p 8 primi, angulo ηεζ est æqualis, & triangulum δεζ (per 4 primi) triangulo ηεζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δζε angulo ηζε, & angulus εδζ angulo εηζ. Et quoniam angulus ζεδ angulo ηζε est æqualis, sed angulus εηζ angulo αβγ: & angulus αβγ igitur ei qui sub ζεδ angulo est æqualis. Id propterea & angulus αβγ angulo δζε est æqualis: & insuper angulus qui ad α & qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum αγβ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdē rationis latera subtēduntur: quod erat demonstrandum.*



Euclid.ex Camp. Propositio 6.

6 Mnes duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

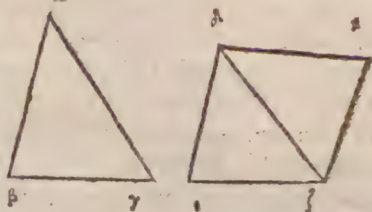
CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triangulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cùm sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secundam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartam primi, æquianguli: & quia e g f est etiam æquiangulus a b c, patet propositum.



Euclid.ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

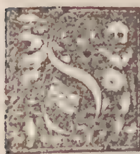
6 Si bina triangula unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triãgula, & ęquales habebũt angulos, sub quibus eiusdẽ rationis latera subtẽdũtur,

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ, & δεζ, unum angulum qui sub βαγ, uni angulo qui sub εδζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut βα, ad αγ, sic εδ, ad δζ.* Dico q; *triangulum αβγ, æquiangulũ est ipsi triangulo δεζ, & æqualem habebit angulum αβγ, angulo δεζ, & angulum αγβ, angulo δζε. Constituatur enim (per 23 primi,) ad rectã lineam δζ, ad signaq; in ea δζ, utriq; ipsorum βαγ & εδζ, æqualis angulus ζδη, angulo autem αγβ, æqualis angulus δζη, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis.*

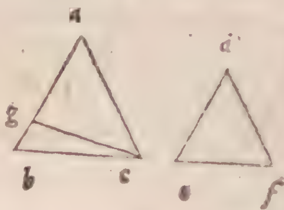


Aequiangulum igitur est triangulum αβγ, triangulo δηζ. Proportionaliter igitur est, sicut βα, ad αγ, sic ηδ, ad δζ, (per 4 sexti.) Receptum autem est, quòd sicut βα, ad αγ, sic εδ, ad δζ, & sicut igitur (per 11 quinti) εδ, ad δζ, sic ηδ, ad δζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) εδ, ipsi δη. Et communis δζ. Duæ iam εδ, & δζ, duabus ηδ, & δζ, sunt æquales, & angulus εδζ, (per hypothesin) angulo ηδζ, est æqualis. *Basis igitur εζ, (per 4 primi) basi ηζ est æqualis, & triangulum δεζ, (per eandem) triangulo ηδζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δζη, angulo δζε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δζη, ei qui sub αγβ, est æqualis, & angulus αγβ, igitur ei qui sub δζε, est æqualis. Receptum autem est, quòd angulus βαγ, ei qui sub εδζ est, angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triãgula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid.ex Camp. Propositio 7.

7 I fuerint duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoq; suorũ reliquorũ angulorum lateribus proportionalibus cõtenti, duorũ uerò demum reliquorũ uterq; aut neuter recto ãgulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterq; duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse ęquiãgulos. Si enim angulus c unius, est ęqualis angulo f alterius, patet propositũ per præmissam. Sin autẽ, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidẽ, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartã huius, proportio a c, ad f: sicut



ſicut g c, ad d f, ſed ſic fuit b c ad e f, ergo per nonam quinti, g c & b c, ſunt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eſt æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non eſſe minores duobus rectis, quod eſſe non poteſt per 17 primi. Quòd ſi uterque fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e ſibi ęqualis, eſt etiam recto maior, quod eſt contra hypotheſin: quare destructo oppoſito remanet propoſitum. Oportet autem utrũq; angulorum reliquorum, aut neutrum, eſſe minorem recto: poſſibile enim eſt in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c eſſe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius ſit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eſt, propter hoc quod angulus g minoris, eſt maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triãgulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui ſunt ad baſin, eſt minor recto.

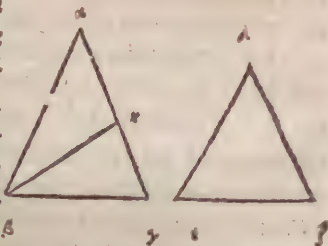
Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

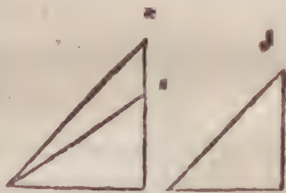
Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque ſimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & ęquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera. 7

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum ſcilicet qui ſub β α γ ei qui eſt ſub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ.* Reliquorum uerò qui ad γ, ζ, *primo utrunq; ſimul maiorem recto.* Dico *quòd æquiangulum eſt α β γ triangulum, ipſi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eſt angulus α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, alter eorũ maior eſt: ſit maior angulus α β γ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam, ad ſignumq́; in ea β, ipſi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β κ. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad α ei qui eſt ad δ, & angulus α β κ ei qui ſub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α κ β reliquo angulo δ ζ ε eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β κ, triangulo δ ε ζ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut α β ad β κ, ſic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ* ∗ *recipitur, ſic α β ad β γ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, ſic α β ad β κ. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipſorũ β γ & β κ, eandem habet rationem, æqualis igitur eſt β γ ipſi β κ. Quare per quintam primi, & angulus qui ad β κ γ, angulo qui ſub β κ γ eſt æqualis: ſed minor recto ſubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eſt angulus qui ſub β κ γ. Quare (per 13 primi) &* ∗ *altrinſecus ipſi angulus α κ β, maior eſt recto: & oſtēſum eſt quòd æqualis eſt ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto, quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minimè eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem eſt & qui ad α ſignũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rurſus ſupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurſus quòd & ſic eſt æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eiſdem nempè diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus quòd æqualis eſt β γ, ipſi β κ: quare & angulis qui ad γ, ei qui ſub β κ γ eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eſt angulus qui eſt ſub β κ γ. Trianguli igitur β κ γ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non ſunt minores, quod eſt impoßibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: eſt autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; ſimul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera: quod oportuit demonſtraſſe.*

ὑπόκει-ται

ἐφεξῆς





Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*



Si ab orthogonij angulo recto, ad baſin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales toti triangulo & ſibijnuicem ſimiles. 8

CORRE-

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpẽdicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis: itemq; utrunq; latus inter totam basin atq; sibi conterminalem basis portionem.

CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusq; angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quòd uterque duorum triangulorum partium, qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiangulus totali per 32 primi, eo quòd uterque est orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quòd angulus b est ęqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c, & duo anguli qui sunt ad d, sibijnuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos respicientia, sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quę ad perpendicularẽ triangula, similia sunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd simile est utrunq; ipsorum α β δ, & α δ γ triangulorũ, toti α β γ, & insuper adinuicẽ. Quoniã enim (per 4 postulatũ) æqualis est angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, cõmunis autẽ est ipsorũ duorũ triangulorũ α β γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, est æqualis (per 32 primi.) Aequiangulũ igitur est triangulum α β γ, triangulo α β δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulũ rectum α β γ, triãguli ad β α, subtendentem rectum angulũ ipsius α β δ trianguli: sic eadem α β, subtendens angulũ qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ, subtendentem æqualem angulũ β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentẽ angulũ qui ad β, communẽ duorum triangulorũ. Triangulũ igitur α β γ, triãgulo α β δ, æquiangulũ est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulũ α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionẽ sexti.) Similiter iam ostẽdemus quòd & triangulo α δ γ, simile est triangulũ α β γ, utrunque igitur ipsorũ α β δ, & α δ γ, triangulorũ simile est toti α β γ.* Dico etiam quòd *& adinuicem sunt similia triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed et angulus β α δ, ei qui ad γ ostensum est, quod est æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulũ α β δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut β δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulũ qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulum qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α β δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentem angulum qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad β, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem: quod demonstrasse oportuit.*

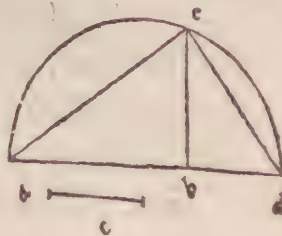
CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quòd si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmẽtis media proportionalis. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusq; segmentorũ, latus quod ad segmentum, medium proportionale est: quod erat demonstrãdum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 9.



6 Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

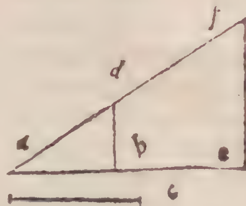
CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate cõtinua collocare. Adiungã unam earum alteri, sitq; tota ex eis cõposita a d, ita quòd b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus: produco enim li-



neas e a & e d, eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partẽ correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

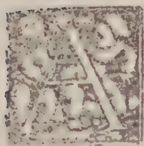
Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere. 10



CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cùm linea a b sitq; a d, ei æqualis. & produco lineã a b usq; ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam sibi æquidistantem, quam & lineam a d: produco quousq; concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus: est enim per secundam huius, proportio a b ad b e, sicut a d ad d f: sed a b ad b e, est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d, sicut a d ad d f: quod est propositum.

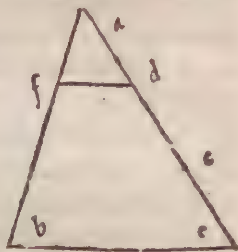
CAMPANI *additio.* Quòd si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una, & toti compositæ tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & secundæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta. eritq; per secundam huius, linea quam hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur, quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*



B assignata linea, quotamcunq; iubearis, partem abscindere. 11

CAMPANVS. Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitę quantitatis, quę sit a c: à qua reseco tres æquas portiones, quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, sibi æquidistantes: dico a f esse tertiam a b: est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare coniũctim c a ad d a, sicut b a ad f a. Cùm igitur c a sit tripla ad d a, patet a f esse tertiam a b: quod est propositum.

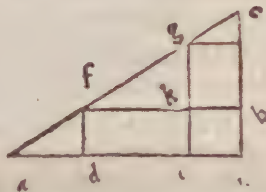


Euclid. ex Camp. *Propositio 12.* 12



Vabus lineis propositis, altera indiuisa, altera per partes diuisa, indiuisam quidem admodum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut, continget coniungam a b & a c, sitq; a b diuisa in tres uel qualescunque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c: cùm igitur ipsas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistantem a b, quæ secet e g in puncto k, eritq; per secundam huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a, & c g ad g f: sicut h k ad k f, quare & sicut b e ad e d, per 34 primi & secundam partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & septimam quinti, minus duabus.



Quinque sequentes, ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 9.

9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.

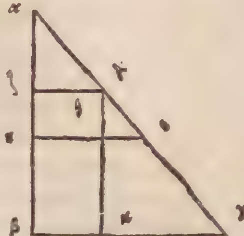
THEON ex Zamb. Sit data recta linea αβ, oportet iam ex ipsa αβ, imperatã partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea αγ, faciens angulum cum αβ, & sumatur contingens signum super αγ, sitq; illud δ. & ponatur ipsi αδ, (per 2 primi) æqualis δε, & εγ, & connectatur βγ, & per δ, ipsi βγ, (per 31 primi) parallelus excitetur δζ. Quoniam igitur trianguli αβγ, ad unum latus βγ, acta est ζδ, parallelus, proportionalis igitur est (per 2 sexti) sicut γδ, ad δα, sic βζ ad ζα, dupla autem est γδ, ipsius δα, dupla est igitur & βζ, ipsius ζα. Tripla enim est βα, ipsius αζ. Data igitur recta linea αβ, imperata tertia pars ablata est αζ: quod demonstrasse oportuit.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 10.

10 Datã rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

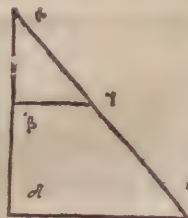
THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea non secta αβ, secta uerò sit αγ, oportet iam lineam αβ, nõ sectam, secare similiter lineæ αγ, sectæ. Sit linea αγ, secta in signis quidem δε, & sitæ sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur βγ, et per δε, ipsi βγ, paralleli excitentur δζ, & εη, (per 31 primi) & per δ, ipsi αβ, parallelus excitetur δθκ, (per eandem) parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorum ζθ, & θβ, æqualis igitur est quidẽ δθ, ipsi ζη, & θκ ipsi ηβ, & quoniã trianguli δκγ, ad unum laterũ κγ, recta linea acta est θε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γε, ad εδ, sic κθ, ad θδ, æqualis autem est κθ, ipsi βη, & θδ, ipsi ηζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ. Rursus quoniam trianguli αηε, ad unũ latus ηε, parallelus acta est ζδ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut εδ, ad δα, sic ηζ, ad ζα. patuit autem quod sicut γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ. Est igitur sicut quidem γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ, sicut autem εδ, ad δα, sic ηζ, ad ζα. Data igitur recta linea non secta αβ, datæ rectæ lineæ sectæ αγ, similiter secta est: quod facere oportebat.



Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 11.

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

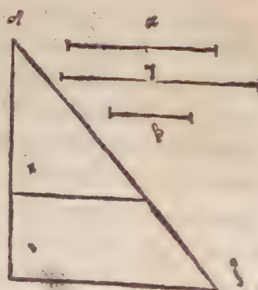
THEON ex Zamb. Sint duæ datæ rectæ lineæ, βα, & αγ, & sitæ sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis βα, & αγ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim αβ & αγ, ad signa δε, & ponãtur (per 2 primi) ipsi αγ, æqualis βδ, & connectatur βγ, & per δ (per 31 primi) ipsi βγ, parallelus excitetur δε. Quoniã igitur triãguli αδε, ad unũ latus δε, acta est, parallelus βγ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut αβ, ad βδ, sic αγ ad γε, æqualis autem est βδ, ipsi αγ, est igitur sicut αβ, ad αγ, sic αγ, ad γε. Duabus igitur datis rectis lineis αβ, & αγ, tertia proportionalis eis inuenta est γε: quod oportebat facere.



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 12.

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

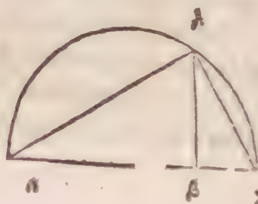
THEON ex Zãb. Sint datæ tres rectæ lineæ αβγ, oportet ipsis αβγ quartam proportionalem inuenire. Ponãtur duæ rectæ lineæ δε, & δζ: angulum contingentem comprehendentes eum qui est sub εδζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidẽ α, æqualis δη, ipsi autem β, æqualis ηε, & insuper ipsi γ, æqualis δθ, & coniuncta ηθ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; εζ. Quoniam igitur trianguli δεζ, ad unum latus εζ, acta est parallelus ηθ, igitur (per 2 sexti) est sicut δη, ad ηε, sic δθ, ad θζ, æqualis autem est δη, ipsi α, & ηε, ipsi β, & δθ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ ad θζ. Tribus igitur datis rectis lineis αβγ, quarta proportionalis inuẽta est θζ: quod oportebat facere.



Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

THEON ex Zamb. Sint duæ rectæ lineæ αβ et βγ, oportet iam ipsarũ



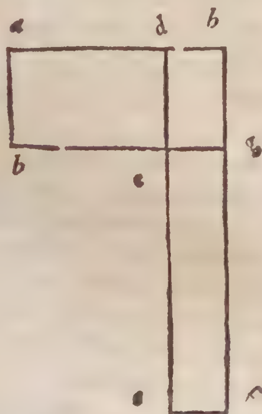
αβ, & βγ, mediā proportionalē inuenire. Disponatur (per 14 primi) in rectas lineas, describaturq; super αγ semicirculus αδγ, & excitetur (per 11 primi) à signo β, ipsi αγ, ad angulos rectos βδ, et connectantur αδ, & δγ. Quoniam (per 31 tertij) in semicirculo angulus, qui est sub αδγ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo αδγ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δβ, igitur (per correlarium octauæ sexti) δβ, ipsius basis segmentis αβ, & βγ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis αβ & βγ, media proportionalis inuenta est δβ: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 13.



I duæ superficies æquidistantiū laterum, quarū unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekesia esse. Si uerò latera duos æquos angulos cōtinentia, mutekesia fuerint, duas superficies æquales esse necesse est. 15

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas superficies æquidistātiū laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulū c unius, cū angulo c alterius, ita quòd duo latera earū quæ sunt b c & c g fiant linea una erūtq; similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentē hypothesin, quæ est angulū c unius esse æqualē angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualē toti, complebo itaq; superficiē æquidistantiū laterum, productis lineis a d & f g, quousq; concurrant in h, eritq; per primam partem 7 quinti, utriusq; superficiei a d c & c f ad superficiem c h proportio una, et quia per primam huius proportio superficiei a c ad superficiem c h, sicut lineæ b c ad lineam c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secūda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandē c h, & quia positum est quòd proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusq; duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicq; patet secunda pars.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 13.

Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circū æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. 13

THEON ex Zamb. *Sint æqualia parallelogramma αβ, & βγ, æquales habentia angulos qui ad β, & constituātur (per decimamquartam primi) in rectas lineas δβ & βε, in rectas lineas igitur sunt ζβ, & βκ. Dico quòd ipsorum αβ, & βγ, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est βδ, ad βε, sic est κβ, ad βζ. Compleatur nanq; parallelogrammum ζε. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est αβ, parallelogrammum ipsi βγ, parallelogrāmo, aliud autem quoddam ζε, est igitur (per septimam quinti) sicut αβ, ad ζε, sic βγ, ad ζε. Sed sicut quidem αβ, ad ζε, sic δβ, ad βε, sicutq; βγ, ad ζε, sic κβ, ad βζ, & sicut igitur (per 11 quinti) δβ, ad βε, sic κβ, ad βζ. Ipsorum igitur αβ, & βγ, parallelogrammum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.*



Verùm sint latera reciproca quæ circū æquales sunt angulos, estoq; sicut δβ ad βε, sic κβ ad βζ. Dico quòd æquale est parallelogrammum αβ ipsi βγ, parallelogrammo. Quoniam enim est sicut δβ, ad βε, sic κβ, ad βζ, sed sicut quidem δβ, ad βε, sic (per 1 sexti) αβ, parallelogrammum ad ζε, parallelogrammū, sicut autem κβ, ad βζ: sic βγ parallelogrammum ad ζε, & ut igitur (per 11 quinti) αβ, ad ζε, sic βγ ad ζε, æquum

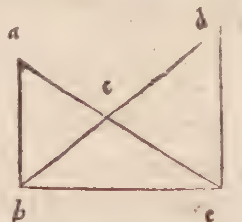
igitur

igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 14.

14 I duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uerò latera duos ęquos angulos continentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b: & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiant linea una, eruntq; similiter b c & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritq; per primam partem 7 quinti, utriusq; dictorum triangulorũ ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositę conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, sicut secũdi ad eundem, per primam huius, & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusq; dictorum triangulorum ad triangulũ b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales, sicq; patet secunda pars.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 15.

15 Aequalium & unum uni ęqualem habentiũ angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unũ uni angulum æqualem habentium triãgulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulũ, cum scilicet qui sub β α γ: ei qui sub δ α ε. Dico quòd ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectis lineis γ α, ipsi α δ. In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulũ β α γ, ad ipsum β α δ triangulum, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primã sexti) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorũ, estoq; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quòd æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β, sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: sicut autem ε α, ad α β, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Aequum igitur est (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorũ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 15.

15 I fuerint quatuor lineæ ꝓportionales, quod sub prima & ultima rectangulũ cõtinetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uerò quod sub prima & ultima cõtinetur, ęquũ fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulũ, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

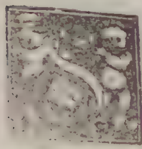
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, sitq́ue proportio a ad b, sicut c ad d, dico quòd superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contentæ sub b & c, & superficies cõtenta sub a & d, est ęqualis superficiei contentæ sub b & c. Et superficies contenta sub a & d est æqualis superficiei contentæ sub b & c, dico quòd proportio a ad b est sicut c ad d. Fiant enim superficies contenta sub a & d, & superficies contenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarum superficierum erunt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secundũ patet per primam partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earum sunt recti, latera earum erunt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 16.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulũ æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ ε ζ, sicut α β ad γ δ, sic ε ad ζ. Dico quòd sub ipsis α β, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab α γ, signis, ipsis α β, et γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi) ipsi ζ, æqualis α κ, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut α β ad γ δ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α κ, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α κ. Igitur (per 14 sexti) β κ, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrãmorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β κ, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β κ, id quod sub α β, & ζ, æqualis enim est α κ, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γ δ, & ε, æqualis enim est γ θ, ipsi ε. Igitur quod sub α β, & ζ, cõtinetur rectangulũ: æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Eisdem nanq; constructis quoniam quod sub α β, & ζ, æquũ est ei quod sub γ δ, & ε, et est quidem quod sub α β & ζ, ipsius β κ, æqualis enim est α κ, ipsi ζ, quod autem sub γ δ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β κ, æquum est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti) sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α κ, æqualis autem est γ θ, ipsi ε, & α κ, ipsi ζ: est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cõprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.*

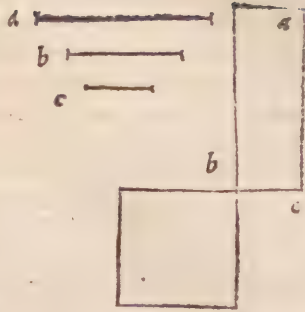
Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



I fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secũda quadrato describitur. Si uerò quod sub prima et tertia cõtinetur, æquum ei quadrato quod à secunda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMPA-

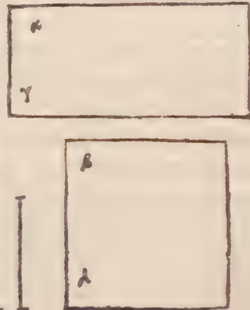
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineę b ad lineam c, dico quòd superficies contenta sub a & c, æqualis est quadrato b, & si superficies contenta sub a & c est ęqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b est sicut b ad c, hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quòd b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 17.*

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quòd sub extremis comprehēsum rectangulū, æquū est ei quod à media quadrato. Et si quòd sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α ad β, sic β ad γ.* Dico quòd *sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β quadrato.* Ponatur (per 2 primi) *ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin) sicut α ad β, sic β ad γ, æqualis autē est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo (per 16 sexti.) Igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β.* Dico quòd *est sicut α, ad β, sic β, ad γ. Eisdem nanq; constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquū est ei quod sub β δ. Si autē quod sub extremis æquū fuerit ei quod sub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti.) Est igitur sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Aequalis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cōprehenditur rectangulū, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectangulū, æquū fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

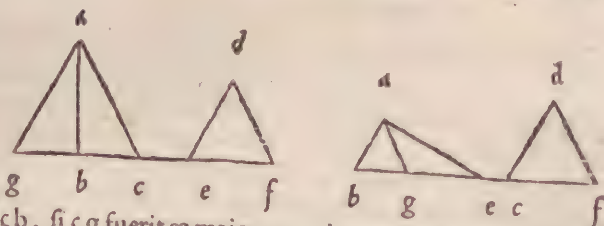
17 

I fuerint duo triāguli similes, proportio alterius ad alterū est tanquā proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem cōstitutam super secundam, cùm fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntq́ per primam diffinitionem, æquiāguli, & láterū proportionaliū. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angul⁹ b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq́ proportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quòd proportio triāguli a b c ad triāgulum d e f, est sicut proportio b c ad e f duplicata. Subiūgatur enim secundum doctrinam ... huius, duabus lineis b c & e f, ...ia in cōtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq́ per secundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod



proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, et angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorum erit una proportio: ſed per primã huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uerò proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulũ d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit æqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex ęquali duplicata uel triplicata uel quotieſcunque ſumpta. Iſtam eandem paſſionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium, quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, nondum patet niſi de triangulis, ſed demonſtrata ſequente, patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente, quia eſt correlarium huius, nõ autem ſequentis: ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt, non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*



Mnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atque numero æquales, eſtq; proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius, proportio duplicata. 18

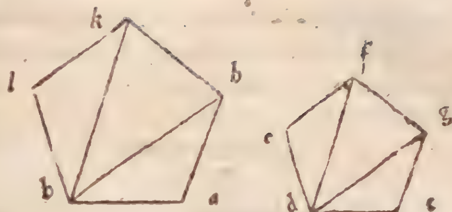
CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pentagoni a b c d e, f g h k l ſimiles, dico quòd ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quòd proportio alterius eorum ad alterũ, eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata: ducantur enim lineæ duæ a c & a d, itemq; f h & f K, eritq; per pręſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l K. Similiter quoq; per hanc communem ſcientiam. Si ab ęqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h K. Nam ipſi pentagoni, poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt, erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionem ſimilium ſuperficierum, quare cùm ipſi ſint numero ęquales, patet primum. Secundum ſic: protrahantur b d, quę ſecẽt a c in puncto m, & g K quæ ſecẽt f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, ęquiãgulus triangulo g h K per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n K, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n: & a m ad f n, ſicut m d ad n K: quare per 11 quinti, b m ad g n, ſicut m d ad n K, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d, & per eandem f g n ad f n k, et g n h ad h n k, ſicut g n ad n K, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h K quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h K. Eadem ratione probabis, quòd & ſicut a c d ad f l K, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h K, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitũ. Ex quo rurſus patet correlariũ præcedentis. Aliter poteſt demõſtrari ſecundũ: cùm enim triãguli in quos pentagoni diuidũtur ſint adinuicem ſimiles, erit per pręcedentẽ proportio a b c ad f g h ſicut b c ad g h duplicata, et a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, et a e d ad f l K: ſicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatę, ſunt ęquales, propter hoc quod poſitũ eſt ſimplas eſſe ęquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Supra datam lineam, datæ ſuperficiei ſimilem ſuperficiem deſcribere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei, quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & ſuper punctum a conſtituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & ſuper punctum b, conſtituo alium angulum, qui ſit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quouſque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulũ h b K, ducta linea b K, æqualẽ angulo g d f: & angulũ K b l, ducta linea b l, ęqualem angulo

angulo d g f,& angulum b K l ducta linea K l, æqualem angulo d f e,eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b,est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triangulorum,in quos est uterque diuisus,sed & laterum proportionalium,propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet,quare per diffinitionem similium superficierum,pentagonus constitutus super lineam a b,est similis pẽtagono dato:quod est propositum.

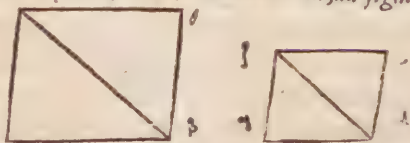


Tres ex Zamberto sequentes propositiones,tribus præcedentibus ex Campano, conuerso ordine respondent prima ultimæ,media primæ, & ultima mediæ.

Euclid.ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 18.*

18 A data recta linea, dato rectilineo simile similitérque positum rectilineum describere.

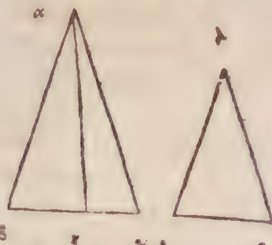
THEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea α β,datum uerò rectilineum γ ε,oportet iam à data α β recta linea,ipsi γ ε rectilineo simile similiterq́; positum rectilineum describere. Connectatur δ ζ, & constituatur(per 23 primi)ad α β,rectam lineam,ad signaq́; in ea α β,ei qui ad γ,est angulo æqualis angulus κ α β ei autem qui est sub γ δ ζ,æqualis angulus α β κ:reliquus igitur qui sub γ δ ζ,ei qui sub α κ β, est æqualis,æquiangulum igitur est ζ γ δ triangulum,ipsi κ α β,triangulo(per 4 sexti,)proportionaliter igitur est sicut ζ δ,ad κ β,sic ζ γ,ad κ α,& γ δ,ad α β. Rursus constituatur(per 23 primi)ad β κ,rectam lineam,ad signaq́; in ea β κ,ei qui sub δ ζ ε,est angulo æqualis angulus β κ θ, ipsi autem ζ δ ε,qui est sub κ β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ est æqualis,æquiangulũ igitur est triangulũ ζ δ ε,triangulo κ β θ,proportionaliter igitur est(per 4 sexti)sicut ζ δ,ad κ β,sic ζ ε,ad κ θ,& ε δ,ad θ β:ostensum autem est quòd sicut ζ δ,ad κ β,sic ζ γ,ad κ α,& γ δ,ad α β,& sicut igitur(per 11 quinti) γ ζ,ad α κ,sic γ δ ad α β,& ζ ε ad κ θ,& insuper ε δ ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ,angulo α κ β,& angulus δ ζ ε,angulo β κ θ,totus igitur qui sub γ ζ ε,toti qui sub α κ θ,est æqualis. Propterea & qui sub γ δ ε, ei qui sub α β θ æqualis. Est autem & qui ad γ,ei qui ad α æqualis,& qui ad ζ,ei qui ad θ,æquiangulum igitur est α θ,ipsi γ ε,& ea quæ circum æquales angulos sunt latera,ei proportionalia habet. Simile igitur est(per primam diffinitionem sexti)α θ rectilineum,ipsi γ ε rectilineo. A data igitur recta linea α β,dato rectilineo γ ε,simile similiterq́; positum rectilineum descriptum est α β:quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 19.*

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ,æqualem habentia eum qui ad β angulum, ei qui ad ε,sicutq́; α β,ad β γ,sic δ ε ad ε ζ,ita ut β γ, & ε ζ,similis rationis sint. Dico quòd triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ,duplicem habet rationem,quàm β γ,ad ε ζ. Sumatur nanq́; (per 10 sexti,)ipsorum β γ, & ε ζ,tertia proportionalis β κ,ut sit sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ,ad β κ connectaturq́; α κ. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ,sic δ ε ad ε ζ,uicißim igitur(per 16 quinti)sicut α β ad δ ε,sic sic β γ,ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ,sic est ε ζ,ad β θ,& sicut igitur(per 11 quinti)α β ad δ ε,sic ε ζ ad β κ. Igitur(per 15 sexti)α β κ,& δ ε ζ,triangulorũ reciproca latera,quæ circum æquales angulos. Quorũ autem unũ uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq́; sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum α β κ,triangulo δ ε ζ:& quoniam est sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ, ad β κ:si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint,prima ad tertiam duplicem habebit rationem,quàm ad secundam,igitur β γ,ad β κ,duplicem rationem habet,quàm ad ε ζ,(per 10 diffinitionem quinti. Sicut autem γ β,ad β κ sic per 1 sexti)α β γ triangulum ad α β κ triangulum. Trian gulum igitur α β γ ad α β κ(per eandem diffinitionem)duplicem rationem habet,quàm β γ ad ε ζ. Aequale au tem est triangulum α β κ,triangulo δ ε ζ. Igitur & triangulum α β γ,ad triangulum δ ε ζ duplicem rationẽ habet,quàm β γ ad ε ζ. Similia igitur triangula,adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum: quod oportebat demonstrare.*



CORRE-

CORRELARIVM. *Ex hoc utiq; manifeſtum eſt, quòd ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ſicut prima ad tertiam, ſic quòd à prima triangulum ad id quod eſt à ſecunda ſimile ſimiliterq́; deſcriptum: quoniam oſtenſum eſt quòd ſicut γβ ad βκ, ſic triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & inęqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicē rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia polygona, αβγδε & ζηθκλ: ſimilis autem rationis, eſto αβ ipſi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, εγ, ηλ, & λθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypotheſin) ſimile eſt polygono ζηθκλ: æqualis eſt angulus βαε ei qui ſub ηζλ eſt angulo, & eſt ſicut βα ad αε, ſic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula ſunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur eſt (per ſextam ſexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare et ſimile. Aequalis autem eſt & angulus αβε, angulo ζηλ: eſt autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ eſt æqualis: & quoniā ob ſimilitudinem ipſorum αβε & ζηλ triangulorum, eſt ſicut εβ ad βθ, ſic λη ad ζη, ſed & propter ſimilitudinem polygonorum eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut εβ ad βγ, ſic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia ſunt: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipſi triangulo ληθ eſt ſimila. Id propterea etiam (per 1 ſexti diffinitionem) triangulum εγδ, ſimile eſt triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in ſimilia triangula diuiſa ſunt, & æqualia numero. Dico inſuper quòd ſimilis rationis ſunt totis, hoc eſt, quod ſunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: ſequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum, æqualis eſt angulus αβγ angulo ζηθ, & eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: æquiangulum eſt igitur (per ſextam ſexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur eſt angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui ſub βγα, ei qui ſub ηθζ: & quoniam æqualis eſt angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην eſt æqualis: & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; oſtēdemus quòd & triangulum βμγ, æquiangulū eſt triangulo γνθ, proportionaliter igitur eſt (per 3 ſexti) ſicut quidem αμ ad μβ, ſicut ζν ad νη. Sicut autē βμ ad μγ, ſic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ. Sed ſicut αμ ad μγ, ſic triangulum αβμ ad triangulū μβγ, & αμε ad εμγ, ad ſeinuicē enim ſunt, ſicut baſes (per 1 ſexti) Et ſicut unū antecedentiū ad unum ſequentiū (per 12 quinti) ſic omnia antecedētia ad omnia ſequētia. Sicut igitur (per cōuerſionē primæ diffinitionis ſexti) triāgulū αμβ ad triāgulū βμγ, ſic αβε ad γβε. Sed ſicut αμβ ad βμγ, ſic αμ ad μγ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ: ſic triangulū αβε ad triangulū εβγ. Propterea & ſicut ζν ad νθ, ſic triāgulū ζηλ ad triāgulū ηλθ. Eſtq́; ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulū αβε ad triangulū βεγ, ſic triāgulū ζηλ ad triangulū ηλθ & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut triangulum αβε ad triangulū ζηλ: ſic triangulū βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoq; oſtendemus connexis βδ & ηκ, quòd & ſicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, ſic triangulum εγδ ad triangulū λθκ. Et quoniam eſt ſicut triangulum αβε ad triangulū ζηλ ſic triangulū εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulū εγδ ad triangulum λθκ, & ſicut igitur (per 12 quinti) unū antecedentium ad unū ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur ſicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, ſic polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ. Sed triāgulū αβε ad triangulū ζηλ, duplā rationem habet, quàm αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia enim triāgula in duplici ratiōe ſunt ſimilis rationis laterū (per 19 ſexti) & polygonū igitur αβγδε ad polygonū ζηθκλ, duplā habet rationē, quā αβ ſimilis rationis lat⁹ ad ζη ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona*

ὁμόλογα

*lygona in similia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus: quod demonstrare oportebat.* ὁμόλογα

PRIMVM CORRELARIVM. *Proinde in uniuersum manifestum est, quòd similes rectilineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione similis rationis laterum, & si ipsarũ α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipsa α β ad ξ duplam habet rationẽ, quam α β ad ζ η: habet autẽ et polygonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplã rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est α β ad ζ η: patuit autẽ hoc in triãgulis. Similiter autẽ & in similibus quadratis ostẽdetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triãgulis.*

II CORR. *Proinde etiã in uniuersum est manifestũ, quòd si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima specie ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.*

ALITER. *Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituãtur enim rursus α β γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona: & cõnectãtur ζ η β ε, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quòd est sicut triangulum α β ε ad ζ η λ: sic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti) triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationẽ quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulũ β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationẽ, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β ε ad triangulũ ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triãgulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationẽ habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ: sic α β ε ad ζ η λ & sicut igitur (per 11 quinti) ε β ε ad ζ η λ, sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicẽ similes esse est.

CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, similis pentagono g h K: dico eos esse similes sibijnuicem. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h K, per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g K ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos, esse proportionalia. Per diffinitionem itaq; similium superficierum, ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

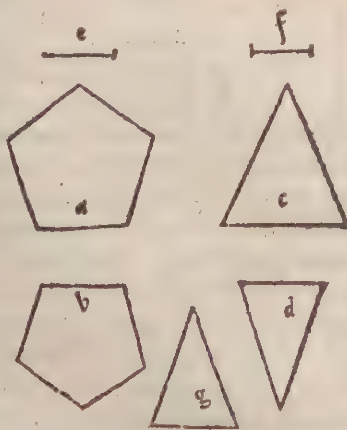
THEON ex Zamb. *Sit utrunq; ipsorum α β rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quòd & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) et quæ circũ æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eãdem & quæ circũ æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunque igitur ipsorum α, β ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti) & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eãdem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est α ipsi β: quod oportebat demonstrare.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*



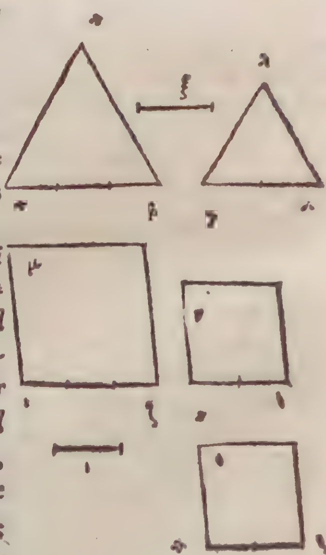
SI fuerint quotlibet lineę proportionales, atq; super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoque superficies erunt proportionales. Si uerò super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales, ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est. 21



CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d: dico quòd si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituantur super c & d, utpote duo anguli similes, erit proportio pẽtagonorum sicut triãgulorum. Quòd si fuerint pentagoni similes & similiter trianguli similes, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ sicut trianguli ad triangulum: dico quòd erit proportio a ad b sicut c ad d. Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatẽ a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorum est sicut a ad e, & triangulorum sicut c ad f: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. Secũdum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq; proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico quòd proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineam c: eritq; per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritq; etiam per primam partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partem 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cùm super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partem 18: cùm fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaq; c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 22.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quæ ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsę quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

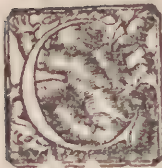


THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturq; (per 18 sexti) αβ ipsis αβ & γδ, similia similiterq; posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterq; posita rectilinea μζ & νθ. Dico quòd est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inquã (per 11 sexti) ipsarum αβ & γδ, tertia proportionalis ξ: ipsarũ autẽ εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniã est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidẽ αβ ad ξ, sic & καβ ad λγδ (per correlarium secundum 20 sexti.) Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quòd est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 22 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 8 sexti) ex πρ, utriq; ipsorum μζ et νθ simile, similiterq; positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & descripta*

ſcripta ſunt, ab ipſis quidem α β, et γ δ, ſimilia ſimiliterq́; poſita κ α β, & λ γ δ, ab ipſis autē ε ζ, & π ς, ſimilia ſimiliterq́; poſita μ ζ, et σ ς, eſt igitur ſicut κ α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ, & ſicut igitur (p 11 qnti) μ ζ, ad σ ς, ſic μ ζ, ad ν θ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζ μ ipſorum ν θ, & σ ς, eadem habet rationem, æquale igitur eſt ν θ, ipſi σ ρ. Eſt autem ei & ſimile ſimiliter poſitum: æqualis igitur eſt κ θ, ipſi π ς. Et quoniam eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ, ad π ς, æqualis autem eſt π ς, ipſi κ θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ, ad κ θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

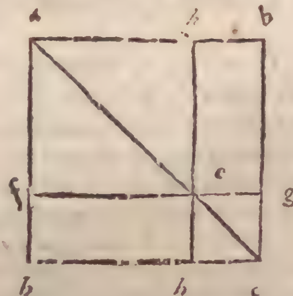
LEMMA. Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus, ſint æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & σ ς, ſitq́; ſicut θ ε, ad γ ε, ſic ρ π ad π σ. Dico quòd æqualis eſt ρ π, ipſi κ θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſit maior ρ π, quàm θ κ, & quoniam eſt ſicut ρ π, ad π σ, ſic θ κ, ad κ ν, & uiciſſim quoq; (per 16 quinti) ſicut ρ π, ad θ κ, ſic π σ, ad κ ν, maior autem eſt ρ π, ipſa θ κ, maior igitur & π σ, quàm κ ν. Quare & ρ σ, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſin) quod eſt impoſſibile, inæqualis igitur minimè eſt π ς, ipſi θ κ, æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.



22 Cunctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

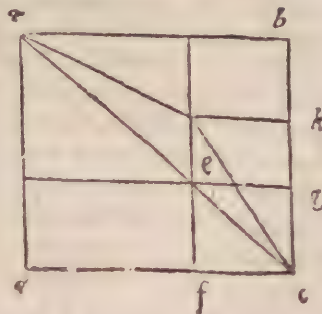
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo & ſibi inuicem, eſt enim per ſecundam huius, b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h, ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed etiam ſicut a b ad e g, cùm a b ſit ęqualis d c, & e g, ad h c, eodē modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoq; modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſitq; patet totum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

23 Si in ſuo ſpatio parallelogrammum partiale diſtinctū toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

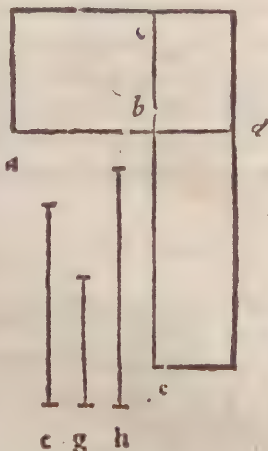
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſit diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundū ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c, dico quòd parallelogrammum f g cōſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrāmi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c, eritq; per præmiſſam parallelogrammū f k, ſimile parallelogrāmo b d, ergo per conuerſionē diffinitionis ſimiliū ſuperficierū proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum eſt ſimile parallelogrammo b d,



ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, est ficut b c ad k c, utraq; enim est ficut d c ad f e, quare per secundam partem nonæ quinti, g c est æqualis K c pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d, quod est propositum.

Euclid. ex Campano *Propositio 24.*

Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorũ laterum duos æquos angulos continentium. 24

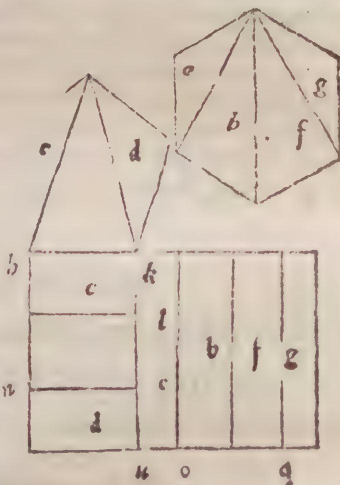


CAMPANVS. Sint duæ superficies æquidistantiũ laterum a c & e d, sitq; angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta est ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, disponã enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum est suprà 10 huius, eritq; per per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g, & c d ad d e, sicut g ad h, quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c, ad d e producatur ex eisdem: quare constat propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

Datæ superficiei similem, aliĳq; propositæ æqualem designare. 25

CAMPANVS. Sint propositæ duæ superficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utranq; propositarũ supeficierum resoluo in triangulos, A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & super basin trianguli a, quæ sit h k: constituo secundum doctrinam 44 primi, superficiẽ æquidistantiũ laterũ rectangulã æqualẽ c: quæ sit h l, & l m æqualẽ a, & m n æqualẽ d, ut sit tota superficies: æquidistantiũ laterũ h n, constituta super basin k: æqualis pentagono h. Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiei h n, constituo aliam superficiem rectãgulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o æqualẽ g: ut sit tota rectãgula superficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam s t, proportionalem inter lineam h k & lineam k r, & super eam secundũ doctrinam 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quam quærimus, & æqualem superficiei B. Cùm enim tres lineæ h k s t & k r sint continuè proportionales, & super primam & secundam sint constitutæ superficies similes, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, sicut h K ad k r: quare (per primam huius) sicut h n ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, sicut A ad n r, & propter hoc per secundam partem eiusdem sicut A ad B: itaq; per secundã partem 9 quinti, u est æqualis B: quod est propositũ. Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facilè probare: quia cùm sit A ad n sicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, sicut u ad r n: & quia A est æqualis h n, erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hãc communem scientiam: quæcunq; uni & eidem sunt æqualia, inter sese sunt æqualia. Non est autẽ necessarium ut superficies h l, l m, & m n æquidistantium laterũ æquales triangulis c a d, aut superficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus extrinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h, & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoque ut extrinsecus superficiei





ficiei K o, sit æqualis intrinseco superficiei h n, & extrinsecus o p intrinseco k o, sicq; de cæteris. Cū enim sic fuerit, erit unaquaq; linearum K n & sibi opposita h m, itemq; h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiusdem, quoties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; K o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis: quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, pręcedentibus quatuor ex Cpāno ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 23.

23 Aequiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

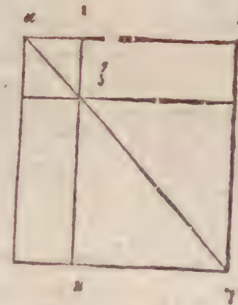
THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma α γ & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quòd parallelogrammū α γ, ad parallelogrammū γ ζ, rationē habet compositā ex lateribus, hoc est, ex ea, quam habet β γ ad γ η, & ex ea quam habet δ γ ad γ ε. Ponatur enim (per 14 primi) ut sit in rectas lineas β γ, ipsi γ η, in rectas lineas igitur est (per eandē) δ γ ipsi γ ε. Compleaturq; parallelogrammum δ η, & ponatur quædā recta linea κ, & fiat (per 12 sexti) sicut quidem β γ ad γ η, sic κ ad λ: sicutq; δ γ ad γ ε, sic λ ad μ: proportiones igitur ipsius κ ad λ, & ipsius λ ad μ, eædē sunt ipsis rationibus laterū β γ ad γ η. & ipsius δ γ ad γ ε. Sed ipsius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipsius κ ad λ, & ipsius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationem habet cōpositam ex lateribus. Et quintā est sicut β γ ad γ η, sic α γ parallelogrāmum ad γ θ (per 1 sexti) sed sicut β γ ad γ η, sic κ ad λ: & sicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, sic α γ ad γ θ. Rursus quoniā est sicut δ γ ad γ ε, sic γ θ parallelogrāmū ad γ ζ parallelogrāmū: sed sicut δ γ ad γ ε, sic λ ad μ: & sicut igitur (per eandem) λ ad μ, sic γ θ parallelogrāmū, ad γ ζ parallelogrāmū. Quoniā igitur ostensum est quòd sicut quidem κ ad λ, sic α γ parallelogrammū ad γ θ parallelogrammū, sicut autē λ ad μ, sic γ θ parallelogrammū ad γ ζ parallelogrammum: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic α γ parallelogrammū ad γ ζ parallelogrammū, At κ ad μ rationē habet cōpositam ex lateribus, & α δ parallelogrammū igitur ad γ ζ rationē habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationē habent compositam ex lateribus: quod demonstrasse oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 24.

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma similia sunt toti & inuicem.

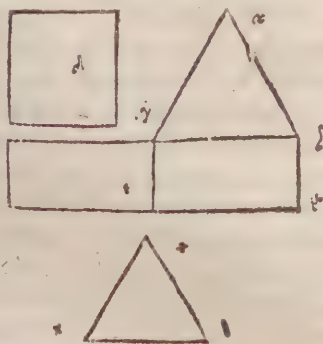
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ, dimetiens uerò illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma sint ε κ & θ κ. Dico quòd utrunq; ipsorum ε κ & θ κ parallelogrammorum simile est toti α β γ δ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est parallelus ε ζ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut β ε ad ε α, sic γ ζ ad ζ α. Rursus per eandem, quoniam trianguli α δ γ ad unum latus γ δ acta est parallelus ζ η: proportionale est per 2 sexti, sicut γ ζ ad ζ α, sic δ η ad η α. Sed sicut γ ζ ad ζ α, sic ostensa est & β ε ad ε α. Et sicut igitur (per 11 quinti) β ε ad ε α, sic δ η ad η α: et cōpondēo igitur (per 18 quinti) sicut β α ad α ε, sic δ α ad α η: & permutatim (per 16 quinti) sicut β α ad α δ, sic ε α ad α η: parallelogrāmorū igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia sunt latera quæ circu cōmunē angulū β α δ sunt: & quoniā parallelus est η ζ ipsi δ γ æqualis est (per 19 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui sub η ζ α, ei qui sub δ γ α, & communis duorum triangulorum α δ γ & α ζ η, angulus qui sub δ α γ. Aequiangulū igitur est triangulū δ α γ triangulo α η ζ. Idq; propterea & triangulū α β γ æquiangulum est triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ parallelogrammum ipsi ε η parallelogrāmo æquiāgulū est: proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut α δ ad α γ, sic α η ad η ζ, sicutq; δ γ ad γ α, sic η ζ ad ζ α. Sicut aūt α γ ad γ β, sic α ζ ad ζ ε, & insuper sicut γ β ad β α, sic ζ ε ad ε α. Et quoniā ostensum est sicut quidē δ γ ad γ α, sic ζ η ad ζ α: sicut uerò α γ ad γ β, sic α ζ ad ζ ε: ex quo igitur est (per 22 quinti) sicut δ γ ad γ β, sic η ζ ad ζ ε. Parallelogrāmorū igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia sunt*



latera: quæ circũ æquales angulos. Simile igitur est (per primã diffinitionẽ sexti) parallelogrãmum α β γ δ, parallelogrãmo ε κ. Id propterea & parallelogrammũ α ζ γ δ, parallelogrammo κ θ est simile: utrunq; igitur ipsorum η & θ κ parallelogrammorũ, ipsi α ζ γ δ parallelogrammo simile est. Quæ autẽ eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 11 sexti) igitur & ε η parallelogrammũ ipsi η κ parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma, similia sunt toti & ad inuicẽ: quod erat demonstrandũ. Euclid. ex Zãb. Probl. 7. Proposit. 35.

Dato rectilineo simile, & alij dato æquale idem constituere.

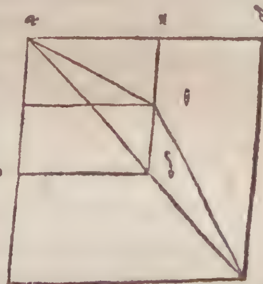
THEON ex Zamb. Sit quidẽ datum rectilineũ cui oportet simile constituere α β γ, cui autẽ oportet æquale δ oportet iam ipsi α β γ simile, ipsi autẽ δ æquale, idẽ cõstituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipsi triangulo α β γ æquale: parallelogrammũ β ε & ad γ ε ipsi δ æquale parallelogrammũ γ μ in angulo qui sub ζ γ ε, qui æqualis est ei qui sub γ θ δ. In rectam lineã igitur est (per 14 primi) β γ ipsi γ ζ: & ε ipsi ε μ. Sumatur q; (per 13 sexti) ipsarũ β ε & γ ζ media proportionalis κ θ, describaturq; (per 18 sexti) ex κ θ ipsi α β γ simile, similiterq; positũ κ κ θ. Et quoniã est sicut β γ ad κ θ sic κ θ ad γ ζ, sic autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiã, si quæ à prima est species ad eã quæ à secũda similis similiterq; descripta est: igitur (per correlariũ secundum 20 sexti) sicut β γ ad γ ζ, sic triangulũ α β γ ad triangulũ κ κ θ. Sed sicut β γ ad γ ζ, sic β ε parallelogrãmum ad ε ζ parallelogrãmum. Et sicut igitur (per 1 sexti) triangulũ α β γ ad κ κ θ, sic β ε parallelogrammũ ad ε ζ parallelogrammum, uicißim quoq; igitur (per 16 quinti) sicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, sic triangulũ κ κ θ ad parallelogrãmum ε ζ: æquale autẽ est triangulũ α β γ parallelogrammo β ε: æquale igitur est triangulum κ κ θ ipsi ε ζ parallelogrammo: sed parallelogrammũ ε ζ ipsi δ est æquale, & κ κ θ igitur ipsi δ est æquale, est autẽ κ κ θ ipsi α β γ simile. Dato igitur rectilineo α β γ simile & alij duo δ æquale. Idẽ κ κ θ constitutum est, quod facere oportebat. 25



Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Prop. 26

Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positũ cõmunem angulũ habens ei, circum eundẽ dimetientẽ est toti. 26

THEON ex Zamb. A parallelogrãmo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui sub δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ est α β γ δ ipsi α ζ. Nõ enim, at si poßibile est, sit eorũ dimetiens α κ γ, & excidetur (per 31 primi) ab θ utriq; ipsarũ α δ & β γ parallelus θ κ. Quoniã igitur circũ eandẽ dimetientẽ est α β γ δ ipsi κ κ simile est (per 24 sexti) α β γ δ ipsi κ κ: est igitur sicut δ α ad α β, sic κ α ad α κ (per conuersionẽ 1 diffinitionis sexti.) Est autẽ propter similitudinẽ ipsorum γ β δ & ε κ, sicut δ α ad α β, sic κ α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) κ α ad utrũq; ipsarũ α κ, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur est α κ ipsi α ε, minor maiori, quod absurdũ est. Igitur α β γ δ non est circa eandẽ dimetientẽ ipsi κ κ. Circa eundẽ igitur dimetientẽ est α γ β δ, parallelogrãmum ipsi α ζ parallelogrãmo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrammũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunem angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientẽ est toti: quod ostendere oportebat.

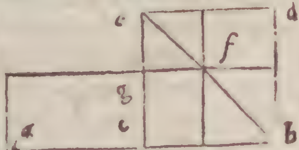


Euclid. ex Camp. Propositio 26.

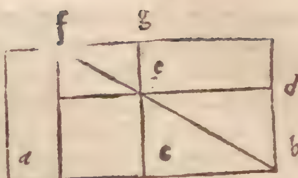


SV per dimidium datæ lineæ parallelogrammũ designatum maius est eo parallelogrãmo cui datæ lineæ applicatio, deest ad cõpletionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati. 26

CAMPANVS. Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus secet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b desit superficies f b, quæ sit similis superficiei c d, & consistens circa diametrum eius: dico tunc quòd parallelogrammum c d est maius parallelogrammo a f. Est enim, per primã huius, a g: æquale g b, & per quadragesimã tertiã primi c f æquale f d, ergo per hanc communem scientiã si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqua-



æqualia; erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f, f b, et f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammũ c d, est maius parallelogrammo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositum. Idem etiam esset si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secũda figura, in qua etiam per primam huius a g: est æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.

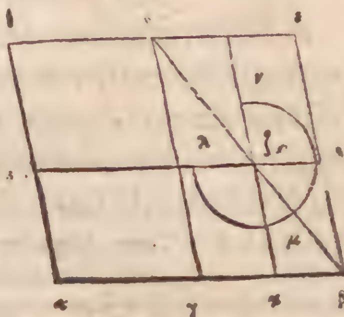


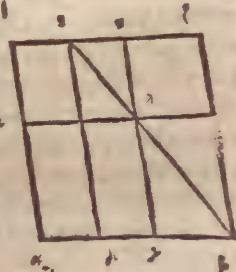
Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 27.

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandẽ rectam lineam * proiectorũ deficientiumq; * specie parallelogrammis, similibus similiterq; positis ei quòd à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectũ parallelogrammum simile existens * sumpto.

* παραβαλλομένων applicatorũ. εἴδεσι, id est figuris. ἐλλείμματι, id est defectui.

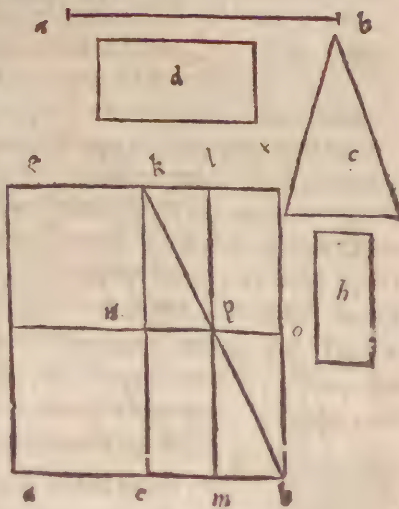
THEON *ex Zamb. Sit recta linea α β, & secetur (per 10 primi) bifariàm in γ, prætendatur quoque (per 18 sexti) ad α β, rectam lineam, parallelogrammum α β deficiens specie parallelogrammo δ β, simili, similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius α β, hoc est γ β. Dico quòd omnium ad α β comparatorum parallelogrammorum & deficientium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi δ β, maximũ est α δ. Prætendatur enim ad α β, rectam lineam parallelogrammũ α ζ deficiens specie parallelogrãmo ζ β, simili similiterq; posito ipsi δ β. Dico quòd maius est α δ ipso α ζ. Quoniam enim simile est δ β, parallelogrammum ipsi ζ β, parallelogrammo: circum eandẽ igitur sunt demetientem (per 26 sexti) excitetur eorum dimetiens δ β, & describatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquũ est ζ γ, ipsi ζ ι, commune apponatur ζ β, totum igitur γ θ toti κ ι, est est æquale. Sed γ θ, ipsi γ η, est æquale (per 36 primi) quoniam et recta α γ, rectæ κ β æqualis. Igitur η γ, ipsi & ι κ, est æquale. Commune apponatur γ κ totum igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrammũ δ β, hoc est α δ, ipso α ζ, parallelogrammo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientiũ specie parallelogrãmis, similibus similiterq; positis ei quod à dimidia describitur: maximum est quod dimidia comparatum est: quod oportebat demonstrare.* ALITER *Sit enim rursus α β, dißecta bifariàm in γ, & comparatum α λ deficiens specie ipso λ β. Comparetur q; rursus ad α β, parallelogrammum α ι, deficiens ipso ι β, simili similiterq; posito ipsi λ β, quod à dimidia fit ipsius α β. Dico quòd à dimidia comparatũ, α λ maius est ipso α ι. Quoniam enim simile est ι β, ipsi λ β, circum eandẽ dimetiẽtem sunt (per 26 sexti) Sit eorum dimetiens ι β describaturq; figura, & quoniam æquũ est λ ζ, ipsi λ θ, quoniam & rectæ ζ η, rectæ ν θ, est æqualis: maius igitur est λ ζ, ipso κ ι, æquum autẽ est λ ζ ipsi δ λ, maius igitur est et δ λ ipso κ ι, cõmune esto κ δ totũ igitur α λ, toto α ι, maius est: quod demonstrare oportebat.*





Euclid. ex Camp. Propositio 27.

27 
Rilatera superficie proposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare cui desit ad complẽdã lineã aliȷ superficiei propositæ simile parallelogrãmũ quod secundum eiusdẽ suum esse parallelogrammo super dimidiam datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS. Sit assignata linea a b, & propositus triangulus c, propositumq; parallelogrammum d, uolo super lineam a b, designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quòd desit ad complen-

dam lineam a b parallelogrammum simile d: & sit ita conditionatum quòd triangulus c nō sit maior parallelogrāmo simili d, collato super dimidiū lineæ a b, alioquin ad impossibile laboraretur, per præmissam. Diuido igitur lineā a b per æqualia in pūcto e & secundū doctrinā 19 huius super eius medietatem b e constituo parallelogrammū c f simile d, & cōplebo super totā lineā a b: parallelogrammū b g. Quia igitur c nō est maior parallelogrāmo e f, sed ęqualis ei aut minor sicut positū est, si fuerit ei æqualis, erit parallelogrammū e g quale intenditur per 36 primi coadiuuante prima parte 9, & per diffinitionē similiū superficierū & 20 huius. Si autē minor, sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secundum doctrinā 25 huius quæ sit h, eritq; h similis e f per 20 huius, quare per cōuersionē diffinitionis, æquiangula sibi & proportionaliū laterū, protraham igitur in parallelogrāmo e f diametrū b K, & resecabo latera k f, & e K superficiei e f, ad mensurā laterū superficiei h, protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f, secantibus se in pūcto p, ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h, eritq; per 23, huius punctū p, in diametro K b: protracta itaq; o n usq; ad a g, dico parallelogrammū a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad complementū lineę a b parallelogrammū p b, quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrāmo d. Sed ipsum etiā parallelogrammū a p est æquale triangulo c. Est enim per primā huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cōmunē scientiam si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammū a p, est æquale gnomoni n b l, & quia iste gnomo est æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammū e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h, quod est æquale parallelogrammum k p: patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 28.* *Propositio 28.*

Ad datā rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datū 28
rectilineum cui* expedit æquum comparare, nō maius esse eo quod à dimidia comparatum similibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere.

*Aei dā, oportet. dā

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineū cui oportet æquum prætendere ad α β, sitq; illud γ, nō maius existēs, eo quòd à dimidia cōparatū est similibus existētibus sumptis, cui autē expedit simile deficere δ, oportet iā ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrāmū prætēdere deficiēs specie parallelogrāmo simili existēte ipsi δ. Secetur (per 10 primi) α β bifariā in signo ε. Describaturq; (per 18 sexti) ab ε β ipsi δ, simile similiterq; positū ε θ ζ κ. Cōpleaturq; α κ, parallelogrāmū Iā α κ, aut æquū est ipsi γ, aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est α κ, ipsi γ, q. quærimus factū iā est. Cōparatū siquidē esset ad datā rectā lineā α β dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū α κ deficiēs specie parallelogrammo κ β, simili ipsi δ. Si autē non, est maius θ ε, quàm γ, æquale autē θ ε, ipsi κ β, maius igitur & κ β, quā γ Quo autē maius est κ β, quā γ, tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ, simile similiterq; positū idē cōstituatur κ λ μ ν. Sed ipsi κ β ipsum δ est simile, & κ μ, igitur ipsi κ β, est simile. Esto igitur similis rationis κ λ, ipsi ν ε, & λ μ, ipsi κ ζ. Et quoniā æquū est κ β ipsis γ κ μ, maius igitur est κ β, quàm κ μ. Maior igitur κ ε, quàm κ ν, & κ ζ, quàm κ ν, & κ ζ, quàm λ μ, ponatur (per 11 primi) ipsi quidē κ λ æqualis κ ξ, ipsi autē λ μ, æqualis κ ο, & cōpleatur parallelogrāmū ξ κ ο π. Aequū igitur est & simile κ π ipsi κ μ. Sed κ μ, ipsi κ θ est simile, & κ π igitur ipsi κ β, est simile. Circū eundē dimetientē (per 26 sexti) igitur, ea κ π, ipsi κ β. Sit eorū dimetiēs κ π β, & describatur figura. Quoniā igitur æquū est β κ, ipsis γ & κ μ quorū κ π ipsi κ μ, est æquale: reliquus igitur λ φ χ, gnomō reliquo γ est æqualis et quoniā æquū est ο ς, ipsi ξ σ, cōmune apponatur π β. Totū igitur ο β, toti α β, est æquale. Sed ξ β ipsi τ ε, est æquale: quoniā & latus α ε, lateri ε β, est æquale, & τ ε, igitur ipsi ο β, est æquale, Cōmune applicetur ξ ς, totū igitur τ σ toti φ χ ν, gnomoni æquū est. Sed φ χ ν gnomō ipsi γ, ostēsum est quòd est æqualis, et τ σ igitur: ipsi γ æquū est. Ad datā rectā lineā igitur α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū cōparatū est τ σ deficiēs specie parallelogrāmo π β, simili existēti ipsi δ, quoniā π β, ipsi κ π, simile est: quòd erat propositū.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*


SV per datā lineā datę superficiei trilaterę æquū parallelogrāmū cōstituere, quod addat super cōpletionē datę lineę superficiem 30
æquidi-

æquidiſtantium laterũ, datę ſuperficiei ęquidiſtantiũ laterum ſimilem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b,& datus triangulus c,datumq́ parallelogrammum d,uolo ſuper lineam a b conſtituere parallelogrammum æquale triangulo c,quod addat ſuper to tam lineam a b,parallelogrammũ ſimile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e,& ſuper eius medietatem e b,facio e f ſimilem d,ſecundum quod docet 19 huius,& ſecundum doctrinam 25 huius,facio k l,cuius diameter g h,ſimilem d & ęqualem duabus ſuperficiebus e f & c,eritq́ per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuper ficiei e f, ita quòd ambæ communicent in angulo g,erit per 23 huius ſuperficies e f,conſiſtens circa diametrũ ſuperficiei k l:quare punctum b eſt in diametro g h,complebo igitur parallelogrammum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod conſtat protractis linea f b uſq; ad m,& linea e b,uſq; ad n. Eſt enim per primã partẽ huius,a k æquale k b,& ideo per 43 primi eſt etiam æquale n f, addito ergo utriq; e h,erit per communem ſcientiam a h æquale gnomoni e h f,ſed iſte gnomo eſt æqualis triangulo c,quia parallelogrammum K l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f,ergo parallelogrammũ a h eſt æquale c,& addit ad complementum lineæ a b parallelogrammũ m n,quod per 22 & 20 huius eſt eſt ſimile parallelogrammo d,quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.

CAMPANI *additio.* Poſſumus autẽ ad lineã datã adiungere parallelogrammum æquale,non ſolum trilateræ ſuperficiei poſitæ,ſed & cuiuslibet rectilineę figurę propoſitæ quæcunq; ipſa fuerit:cui deſit ad cõplendã lineã datã ſuperficies ſimilis ſuperficiei ęquidiſtantiũ laterũ propoſitæ ſicut docet præmiſſa,obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per ante præmiſſam,uel quod addat ſuper completionẽ lineæ ſuperficiẽ æquidiſtãtium laterũ ſimilem ſuperficiei propoſitæ,ſicut proponit concluſio præſens. Propoſitam enim ſuperficiẽ cui æquale parallelogrammum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad completionẽ lineæ parallelogrammũ ſimile parallelogrammo dato:reſoluemus in triangulos, & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum,totali ſuperficiei propoſitæ æqualem,hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris,require 25 huius. Dehinc ſuper duplum baſis eius ęqualis altitudinis triangulũ conſtituemus,quem(ſi 44 primi diligenter inſpexeris)parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem,quare & ſuperficiei propoſitę,huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris,quod addat ad complementũ lineæ aut minuat parallelogrammũ ſimile parallelogrammo dato,ſecundum quod docet hæc & præmiſſa:quod propoſitum erat,te perfeciſſe non dubites.

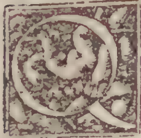
Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 29.

29. Ad datã rectã lineã, dato rectilineo æquale parallelogrammũ prætendere excedẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili dato.

THEON ex Zamb. *Sit quidẽ data recta linea α β, datũ uerò rectilineũ cui expedit ad α β, æquale parallelogrammũ prætẽdere γ. Cui autẽ oportet ſimile prætendere δ, oportet iam ad α β, rectã lineam ipſi γ, rectilineo æquũ parallelogrammũ prætẽdere, excedens ſpecie parallelogrãmo ſimili ipſi δ. Secetur(per 10 primi) α β, bifariam in ε, & deſcribatur(per 16 ſexti) ex ε β ipſi δ ſimile ſimiliterq́; poſitum parallelogrammũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipſi, autẽ δ, ſimile ſimiliterq́; poſitũ, idem cõſtituatur κ θ. Simile igitur eſt κ θ, ipſi β ζ. Similis autẽ rationis eſto κ θ, ipſi ζ λ, et κ η, ipſi ζ ε. Et quoniam maius eſt κ θ, ipſo ζ β, maius igitur eſt quidẽ η θ, ipſa ζ λ, & κ η, ipſa ζ ε. Extẽdantur ζ λ, & ζ ε, & ipſi quidem η θ, æqualis eſto ζ λ μ, ipſi autem η κ, æqualis eſto ζ ε ν. Cõpleaturq́; μ ν. Igitur μ ν, ipſi κ θ, æquũ & ſimile, ſed κ θ, ipſi ε λ. eſt ſimile. Igitur(per 26 ſexti) μ ν ipſi ε λ, eſt ſimile, circũ igitur eandẽ diametrum conſiſtunt ε λ & μ ν. Excitetur eorum dimetiens ζ ξ, & deſcribatur figura, quoniam igitur æquum eſt ζ θ ipſis ε λ & γ. ſed κ θ, ipſi μ ν, eſt æquale, & μ ν igitur ipſis ε λ γ, eſt æquale. Commune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniam α ε ipſi ε β, eſt æqualis, æquũ eſt (p 39 primi) et α ν ipſi ν ζ, hoc eſt (p 43 primi) ipſi λ ο commune ap-*

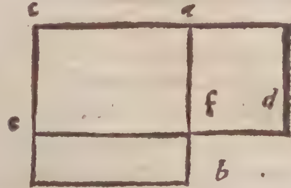
ponatur ε ξ, totum igitur α ξ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ξ ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ξ, excedens specie parallelogrammo π ο simili existente ipsi δ. Igitur δ, simile est ipsi β ζ, & β ζ, ipsi ο π, est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 29.



Vamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema secare. 29

CAMPANVS. Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo secundum quod docet præmissa, parallelogrammum c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitq; latus parallelogrammi c d, quod æquidistat a c: d e, & secet lineam a b in puncto f. Dico, lineam a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim ad quadratum, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b: & quia e f est æqualis a b, & f d a f, erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionē est diuisa ut proponitur. Idē etiā potest demōstrari ex 11 secundi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundum quod docet 11 secundi, sitq; e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f: est itaq; per prædictā 11 secundi e b, æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 13 huius, uel sic: cum a b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundam partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secundam est sicut a f secundæ ad f b tertiam: per diffinitionem itaq; diuisa est a b ut proponitur.

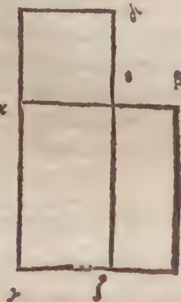


Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 20.

τεμεῖν secare. τεμεῖν.

Data rectam lineam terminatā, extrema ac media ratione * dispescere. 10

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipsam α β, rectam lineam extrema et media ratione * dispescere. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Compareturq; (per 29 sexti) ad α γ, ipsi β γ. æquum parallelogrammum γ δ excedens specie α δ, simili ipsi β γ. Quadratum autem est β γ, quadratum igitur est & α δ, & quoniam æquū est β γ, ipsi γ δ, commune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ est æquale, est autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorū β ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur sicut ζ ε, ad ε δ, sic α ε, ad ε β. Aequalis autem est ζ ε, ipsi α δ, hoc est ipsi α β. Ipsa autem ε δ, ipsi α ε. Est igitur sicut β α, ad α ε, sic α ε, ad ε β, maior autem est (per 34 primi) α β, quàm α ε: maior igitur est & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione secta est, in ε, & maius segmentum ipsius est α γ: quod fecisse oportuit.*



ALITER. *Sit data recta linea α β, oportet ipsam iā α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α β, in γ, (per 11 secundi) ut quod sub α β, & β γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod sub α β & β γ, æquum est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut β α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuisa est ratione in γ: quod oportebat facere.*

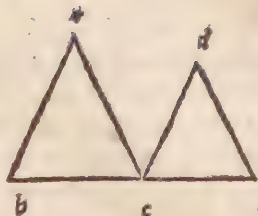
Euclid. ex Camp. Propositio 30.



I fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistēt, fuerintq; illa quatuor latera secundum æquidistātiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse, necesse est. 30

CAMPANVS. Sint duo auguli a b c, d c e constituti super angulum a c d, sitq; a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quòd duæ bases eorum b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq; eorum est æqualis angulo c a d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothesin

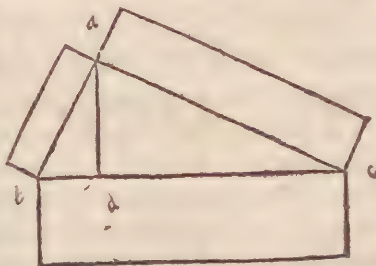
sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres āguli qui sunt ad c sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una, quod est propositum.



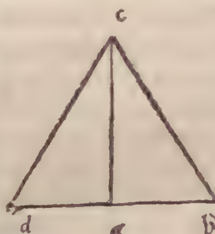
Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

31 N omni triangulo rectāgulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorū laterum, angulum rectum continētium pariter acceptis, cùm fuerint similes ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quòd superficies constituta super latus c b, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a b, cùm omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per secūdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius, proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutā super c a secundam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundam, sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei a c ad superficiē c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiem b c, & ponatur a c prima, & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti, quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cōstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul, quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Conuersam quoque huius possumus facilè demonstrare per modum demonstrationis ultimæ primi: sit enim triangulus a b c, sitq; superficies constituta b c æqualis duabus superficiebus constitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quòd angulus a est rectus, ponā enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi similis, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a est rectus: quod est propositum.



Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedentibus ex Campano præpostero ordine respondent. *Euclid. ex Zamb.* *Thorema 21.* *Propositio 31.*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum cōprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui sub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ species, æqualis est eis quæ ex β α et α γ speciebus similibus similiterq; descriptis.* Excitetur (per 12 primi) *perpēdicularis α δ. Quoniā igitur in triāgulo rectāgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basin perpēdicularis acta est α δ triāgula α β δ & α δ γ, quæ ad perpēdicularē, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicē (per 8 sexti) quoniā simile est α β γ ipsi α β δ: est igitur sicut γ β ad β α, sic α β ad β δ. At quoniā tres rectæ lineæ proportiōales sunt, est igitur (per correlariū secūdū 20 sexti) sicut prima ad tertiā, sic quæ à prima species ad eā quæ à secūda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur γ β ad β δ, sic species quæ ex β γ ad eā quæ β α, similis similiterq; descripta est. Id propterea et sicut β γ ad γ δ sic species quæ ex β γ ad eā quæ ex γ α.*

Quare

Quare sicut β γ ad β δ & δ γ, sic quæ ex β γ species ad ea quæ sub β α et α γ, similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis aūt est β γ ipsi β δ et δ γ: æqualis igitur est species quæ ex β γ eis quæ ex β α & α γ sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectāgulis igitur triangulis, quæ ad rectū āgulum subtendentē species, æqualis est eis quæ ad rectum angulū cōprehendentibus speciebus similibus simliiterq; descriptis: quod demonstrasse oportuit.

ALITER. Quoniā (per correlariū primū 20 sexti) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex β γ, est species ad eam quæ ex β α, duplā rationē habet quā γ β ad β α: habet aūt et quod ex β γ quadratū ad id quod ex β α quadratū duplā rationē quàm γ β ad β α: & sicut igitur quæ ex γ β species ad eam quæ ex β α speciē, sic quadratum quod ex γ β ad quadratū quod ex β α. Id propterea & sicut species quæ ex β γ ad speciē quæ ex γ α, sic quadratum quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α. Quare & sicut species quæ ex β γ ad species quæ ex β α & α γ, sic quadratū quod ex β γ ad quadrata quæ ex β α & α γ. Quadratū aūt quod ex β γ, æquū est eis quæ ex β α & α γ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur est species quæ ex β γ eis quæ ex β α & α γ speciebus similibus similiterq; descriptis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

Si duo triāgula cōponantur ad unum angulū, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdē rationis eorū latera sint etiā parallela, reliqua ipsorū triangulorū latera in rectam lineam erunt. 32

THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ γ ε, duo latera β α & α γ duobus lateribus δ γ et δ ε, proportionalia habentia, sicut quidem α β ad α γ, sic δ γ ad δ ε: parallelū autē α β ipsi δ ε, & α γ ipsi δ ε. Dico quòd in rectam lineam est β γ ipsi γ ε. Quoniam enim parallelus est α β ipsi δ ε, & in eas incidit

ἐναλλάξ recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi) *utrobiq; qui sub β α γ & α γ δ sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε angulo α γ δ est æqualis. Quare angulus β α γ angulo γ δ ε est æqualis: & quoniā duo triāgula sunt α β γ, et δ γ ε, unum angulū qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualē habentia, circum autē æquales angulos latera proportionalia, sicut quidē β α ad α γ, sic γ δ ad δ ε: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum α β γ triangulo δ γ ε. Aequalis igitur est angulus α β γ āgulo δ γ ε. Patuit autē quòd angulus α γ δ æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε duobus α β γ & β α γ est æqualis. Cōmunis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε & α γ β eis qui sunt sub γ α β, α β γ & γ β α sunt æquales. Sed āguli β α γ, γ β α, & α γ β (per 32 primi duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β duobus rectis sunt æquales. Ad

ἐφεξῆς aliquam autē rectam lineā α γ, ad signumq; in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ & γ ε, nō ad easdem partes ductæ, æquos *utrobiq; sub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectā lineā igitur est β γ ipsi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habētia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorū triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonstrasse oportuit.

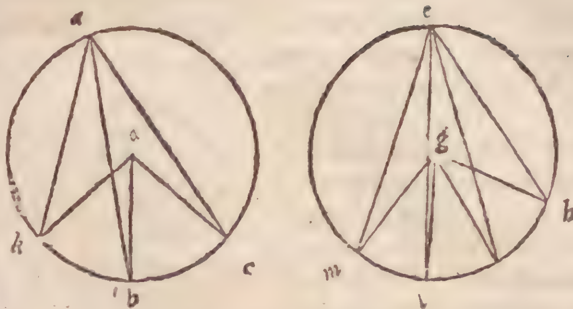
Euclid. ex Camp. Propositio 32.



SI in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiam anguli consistant, erit angulorum proportio tanquam proportio arcuum illos angulos suscipientium. 32

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrū d, & e f g cuius centrum h: æquales, super quorū cētra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorū circunferentias alij duo qui sint b a c, & f e g, dico quòd proportio angulorum tam eorū qui sunt super centra, quàm eorum qui super circunferentias, est sicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundum eundē numerum siue secundum diuersos, sitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorum arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas K d, K a, m h, l h, m e, & l e: eruntq;, per 26 tertij, anguli qui sunt ad d adinuicem æquales: similiter quoq; & qui sunt ad h, adinuicē æquales. Idē etiam de ijs qui sunt ad a, & de ijs qui sunt ad e: sicut igitur arcus K c est multiplex arcus b c: ita āgulus K d c āguli b d c, & āgulus k a c āguli b a c: similiter

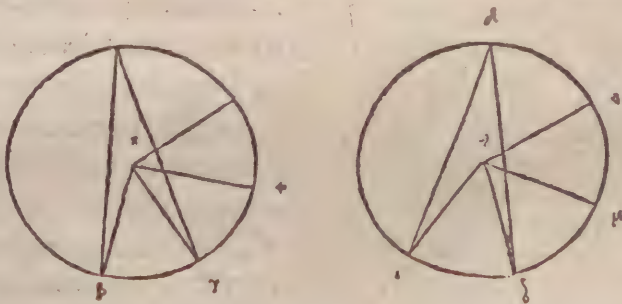
similiter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g, angulus K d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus K a c angulo m e g, & ſi maior, maiores, & ſi minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcũ f g, eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo.



Euclid. ex Zamb. Theor. 23 Propoſit. 33.

33 In æqualibus circulis anguli eandẽ habent rationẽ ipſis circunferentijs in quibus conſiſtũt, & ſi ad centra & ſi ad circũferentias fuerint conſtituti, tum etiam ſectores, utputa ad centra conſtituti.

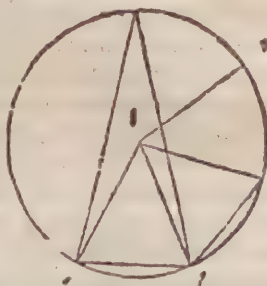
THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, ad eorũq; cẽtra η θ, anguli ſint β η γ & ε θ ζ: ad eorũ circũferentias uerò anguli qui ſub β α γ, et ε δ ζ. Dico q̃ eſt ſicut circũferẽtia β γ, ad circũferentiã ε ζ, ſic eſt angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, & ãgulus β α γ ad ãgulũ ε δ ζ, & inſuper η β γ ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Ponatur (per 28 tertij) ipſi quidẽ β γ, circũferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc eſt γ κ, & κ λ, ipſi aũt ε ζ, quotcunq; æquales circũferentiæ ζ μ & μ ν. Cõnectanturq́; η κ, η λ, θ μ, & θ ν. Quoniã igitur æquales ſunt β γ, γ κ, & κ λ, circũferentiæ adinuicẽ, æquales (per 27 tertij) quoq; ſunt anguli β η γ, γ η κ, & κ η λ. Quotuplex igitur eſt β λ, circũferentia ipſius β γ circũferentiæ, totuplex eſt ãgulus β η λ, ãguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex eſt ν ε, circũferentia ipſius ε ζ circunferẽtiæ, totuplex eſt angulus ν θ ε, ipſius ε θ ζ. Si igitur æqualis eſt circũferentia β λ, ipſi circũferẽtiæ ε ν, æqualis eſt & angulus β η λ angulo ε θ ν, & ſi maior eſt β λ circunferentia quã ε ν circunferentia, maior eſt & angulus β η λ, angulo ν θ ε, et ſi minor, minor. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus, inquã circũferentijs β γ & ε ζ, binisq́; angulis hoc eſt β η λ, & ε θ ζ, ſuſcipiuntur quidẽ ipſius β γ circunferentiæ atq; ipſius anguli β η γ, æquè multiplices hoc eſt β λ circũferẽtia & angulus β η λ, ipſius aũt ε ζ circũferentiæ et anguli ε θ ζ, circũferẽtia ε ν, & ãgulus ε θ ν. Oſtenſum aũt eſt quòd ſi circunferentia β λ excedit circunferentiam ε ν, angulus quoq; β η λ excedit angulũ ε θ ν, & ſi æqualis, æqualis: et ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) ſicut β γ circũferentia ad ε ζ, circũferentiã: ſic angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ. Sed ſicut angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ ſic angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ, duplus enim eſt (per 20 tertij) uterq; utriusq;. Et ſicut igitur β γ, circunferentia ad ε ζ circunferentiã, ſic angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, & angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationem ipſis circunferentijs, & ſi ad centra & ſi ad circũferentias cõſtituti fuerint: quod demonſtraſſe oportuit. Dico etiã quòd & ſicut β γ circunferentia ad ε ζ circũferentiã, ſic η β γ ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Cõnectantur β γ & γ κ, & aſſumptis ſuper β γ, & γ κ, circũferentijs ξ ο ſignis, cõnectãtur β ξ, ξ γ, γ ο, & ο κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ β η, & η γ, duab. γ η et η κ, ſunt æquales, æqualesq́; angulos cõprehendũt, et baſis β γ ipſi γ κ eſt æqualis: triangulũ igitur η β γ (per 4 primi) triangulo η γ κ eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt β γ circũferentia γ κ circũferẽtiæ, et reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ circũferẽtia reliquæ quæ in eũdẽ totũ α β γ, circulũ circũferẽtiæ eſt æqualis. Quare et ãgulus β ξ γ ipſi γ ο κ eſt æqualis. Simile igitur (p 10 diffinitionẽ tertij) eſt β ξ γ ſegmentum, ipſi γ ο κ, eſt ſegmento, & in æqualibus ſunt rectis lineis β γ & κ γ. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſiſtunt, ea ad inuicem ſunt æqualia (per 24 tertij) ſegmentum igitur β ξ γ ipſi γ ο κ ſegmento eſt æquale, eſt autẽ & triangulum η β γ triangulo η γ κ æquale. Totus igitur ſector η β γ, toti η γ κ ſectori eſt æqualis. Id propterea & η κ λ, ſector, utrique ipſorum η β γ, & η γ κ, eſt æqualis. Tres igitur ſectores η β γ, η γ κ, & η κ λ ſibi inuicem ſunt æquales. Id pro-*



pterea

pterea & ϑ ι ζ, ϑ ζ μ, & θ μ ν, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferẽtia ipsius β γ circunferentiæ, totuplex est & λ κ β, sector ipsius κ β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ν ι, circunferentia ipsius ι ζ, circunferẽtiæ, totuplex est & ϑ ι ν sector ipsius ϑ ι ζ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ι ν circunferentiæ, æqualis est & β κ λ, sector ipsi ι ϑ ν, sectori. Et si excedit β λ, circunferentia ipsam ι ν circunferentiam, excedit quoq; & β κ λ, sector ipsum ϑ ι ν, sectorem, & si deficit, deficit. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ζ, circunferentijs, duobusq; κ β γ, & ι ϑ ζ, sectoribus, suscipiuntur æque multiplices ipsius quidem β γ circunferentiæ & ipsius κ β γ sectoris, hoc est β λ, circunferentiæ & κ β λ, sector ipsius autem ι ζ: circunferentiæ & ipsius ϑ ι ζ, sectoris, circunferentia nempe ι ν, & sector ϑ ι ν. Et ostensum est quòd si circunferentia β λ excedit ipsam circunferentiam ι ν, excedit quoq; & β κ λ, sector ipsum ι θ ν, sectorẽ, & si æqualis, æqualis: & si deficit, deficit. Est igitur (per conuersionẽ 2 diffinitionis sexti) sicut circunferentia β γ, ad ι ζ, sic κ β γ, sector ad ϑ ι ζ, sectorem.





CORRELARIVM. *Et manifestum est quòd sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber septimus.*

Ex Campano triplex principiorum genus. *Primum.* *Diffinitiones.*



Nitas, est qua unaquæq; res una dicit̃. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus cõposita 3 Naturalis series numerorũ dicitur, in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum cõputatio. 4 Differentia numerorũ, appellatur numerus quo maior abũdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metit̃. 6 Numerus cõpositus dicitur, quem alius numerus metit̃. 7 Numeri cõtra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerant̃. 8 Numeri adinuicem cõpositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus q̃ unitas metitur, nullusq; eorum est ad alium primus. 9 Numerus per aliũ multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruat̃, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorũ multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquem multiplicatus illum ꝓducit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorẽ numerat. Et qui numerat̃, numerãtis multiplex appellat̃. 13 Denominãs, est numerus secundũ quẽ pars sumit̃ in suo toto. 14 Similes dicunt̃ partes, quę ab eodẽ numero denominant̃.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communẽ, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorẽ, ſecundum quòd eum continet & eius partem uel partes. 18 Cùm fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartũ uerò triplicata. 19 Cùm continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totũ uel totũ & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alij eadem dicuntur proportiones, quę eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere.

4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdẽ ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erunt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorũ æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicunq; numerus in unitatẽ ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunque numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo.

10 Quicũq; numerus numerat totũ & detractũ, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITMETICORVM ELEmentorum, Liber septimus.

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*



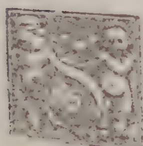
Nitas est, qua unumquodq; eorum quæ sunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cõposita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando nõ metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quã do eum metitur minor. 6 Par numerus est, qui bifariàm diuiditur.

7 Impar uerò, qui bifariàm non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus est, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar est, quem par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par est, quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus est, quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 Primus numerus est, quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur communi mensura.

14 Cõpositus numerus est, quem numerus aliquis metitur. 15 Cõpositi autem adinuicem numeri, sunt, quos numerus aliquis communi dimensione metitur. 16 Numerus numerũ multiplicare dicitur, quã do quotæ sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem, factus, solidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 19 Quadratus numerus est, qui æquè æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris cõtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè æqualis æquè, uel qui sub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales sunt, quã do primus secundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadẽ pars uel eædem partes. 22 Similes plani & solidi numeri sunt, qui proportionalia habẽt latera. 23 Perfectus numerus est, qui suijpsius partibus est æqualis.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I à maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo superſit, ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquũ secũdũ quousq; minus eo superſit, atq; in huiuscemodi cõtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret usq; ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

Campanus

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties potest, & sit residuum e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur et ipse e b ex c d, quoties potest, sitq; residuum f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuū g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse cōtra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimam conceptionē, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionem: ergo & c f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerum esse partē unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
b . .

CAMPANI *additio*. Quòd si duo numeri a b & c d sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status antequàm ad unitatē perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequàm perueniatur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionē, numerat & e g, et quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quòd numerat f d, ergo per antepenultimā numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quòd etiam numerat e b, sequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrūq; duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusq; duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi, si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequàm perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

2 Si duobus numeris inequalibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minimè metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Duobus nanq; inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedentem, quoad sumpta fuerit unitas.* Dico quòd ipsi *αβ & γδ primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur: metiatur, estoq; ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα: at αζ ipsum δγ metiens, relinquat se minorē κγ: & κγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δκ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δκ metitur, & ε igitur ipsum δκ metietur: metitur autem & totum δγ, & reliquum igitur γκ metietur. At κγ ipsum ζθ metitur, & ε igitur ipsum ζθ metietur, metitur autem & totum ζα, & reliquam igitur αθ metietur unitatē, numerus existens, quod est impoßibile. Igitur ipsos αβ & γδ, nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt: quod demonstrare oportebat.*

ε . .
δ . . . κ . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



Propositis duobus numeris adinuicem compositis, maximū numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum & similitudinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b: itemq; e b de c d quoad possum, & sit residuum f d, & quia huius diminutio non po

a . . . . e . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

test fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin: sit ut cùm detraxero f d ex e b quoad potero, quod nihil sit residuum: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cùm ab ipso detrahitur quoad potest, nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam cōceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d, numerans utrunque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet, minorem: quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 2.*

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximā eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipsorum α β & γ δ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γ δ ipsum α β metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γ δ, ipsorum γ δ & α β communis dimensio est, & manifestum est quòd maxima, nullus enim maior ipso γ δ, ipsum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipsum α β, ipsorum α β & γ δ sublato (per primā septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipsum α β metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem α ε: α ε autem ipsum γ δ metiēs, relinquat se minorem γ ζ, & γ ζ ipsum α ε metiatur. Quoniam igitur γ ζ ipsum α ε metitur, & α ε ipsum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipsum δ ζ metietur, metitur & seipsum, & totū igitur γ δ metietur. At γ δ ipsum β ε metitur, & γ ζ igitur ipsum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur & totum β α metietur, metietur quoque ipsum γ δ, igitur γ ζ ipsos α β & γ δ metitur. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ communis dimensio est. Dico enim quòd & maxima, si γ ζ ipsorum α β & γ δ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior existens, ipso γ ζ metiatur, estoque η. Et quoniam η ipsum γ δ, & γ δ ipsum β ε metitur, & η igitur ipsum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α ε ipsum δ ζ metitur, & η igitur ipsum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquū igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur ipsos α β & γ δ numeros numerus non metitur, maior existens ipso γ ζ. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ maxima est communis mensura: quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . γ
β . . . . . . ε . . . . α
δ . . . . ζ . . γ

β . . . . . . ε . . . . α
η . . .
δ . . . . ζ . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quòd si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ropositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi: per primam igitur inquiro, an duo primi qui sunt a & b sint adinuicem primi, quòd si sic, non erunt a, b, c, adinuicem compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicem compositi, sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem compositi: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, sicque essent d & c compositi, quod est contra

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . . d . . . .
b . . . . c . .
c . . . .
c . . . .
c . . . . . .

contra hypothesin. Si autem c & d sunt compositi, erũt etiam a, b, c, adinuicem compositi. Sit enim per præmissam e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a b c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem cõpositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerãtem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximũ numerãtem a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erũt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedẽtis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerãs e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin, quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cùm numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior uidelicet minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod est propositum.

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem cõpositos, numerat maximum numerantem eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 3.*

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON *ex Zamb. Sint dati tres numeri non primi adinuicem α β γ, oportet iam ipsorũ α β γ, maximam communem dimensionẽ inuenire. Sumatur ipsorum α β, maxima cõmunis mensura δ, (per 2 septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut nõ metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α β. Igitur δ metitur ipsos α β γ. Igitur δ, ipsorũ α β γ, communis dimensio est. Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipsorum α β γ non est maxima communis mẽsura, metietur ipsos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α β γ, metietur igitur & ipsos α β. Igitur & ipsorum α β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impoßibile (per constructionem.) Ipsos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α β γ, maxima communis dimensio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quòd primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α β γ, (per hypothesin) nõ sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α β γ metiens, metietur & ipsos α β, & ipsorum α β maximam mensuram δ metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per 1 septimi) igitur ipsorum δ γ, maxima cõmunis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α β, metitur, & ε igitur ipsos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α β γ, metitur. Igitur ε ipsorum α β γ, communis dimensio est. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipsorum α β γ, non est maxima mensura, ipsos α β γ numeros metietur, aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α β γ metitur, & ipsos α β metitur, & ipsorum α β, igitur communem maximam*

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur ς ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ς ipsos δ γ, metitur & ipsorum δ γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ς ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α β γ, maxima communis dimensio est: quod fecisse oportuit.

α ....
β ....
γ ....
δ ......
ε ..
ς ...

CORRELARIVM.

Proinde manifestum est, quòd si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimensionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima communis dimensio inuenietur & correlarium succedet.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Mnium duorum numerorum inęqualium, minor maioris aut pars, aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor, dico quòd b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: si numerat, pars eius est per diffinitionem. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non: si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionem: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a ....
b ....
b ......
b ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 4.*

Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est, aut partes. 4

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α βγ, & sit minor βγ. Dico quòd βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α βγ, primi adinuicem. Diuiso etenim βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque unitas earũ quæ in βγ, pars aliqua ipsius α: proinde partes sunt βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α βγ, maxima communis mensura, sitq́ δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, ες & ςγ. Et quoniam δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuiq; ipsorum βε, ες & ςγ: & unusquisq; igitur ipsorum βε, ες & ςγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes: quod demonstrare oportebat.*

α ....
β .... γ
β ...... γ
β ...ε...ς...γ
δ ...

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



I fuerint quatuor numeri, quorũ primus tota pars secũdi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi. 5

CAMPANVS. Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedẽtium non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primã quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, sitq́ b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secundum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidẽ sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit ęquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secũda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties continetur b in a, sequitur ut numerus ęqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare constat propositum.

a .... c ......
b .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, numeri βγ esto pars, & alter δ alterius ε ς eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quòd uterque α δ, utriusq; βγ & ε ς eadem pars est, quæ &*

α ......

α ipsius

α, ipsius β γ. Quoniam enim α pars est ipsius β γ, eadẽq; pars est δ ipsius ε ζ. quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso ε ζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipsi α, hoc est β κ & κ γ, & ε ζ in æquales ipsi δ, hoc est ε θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum β κ & κ γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ. Et quoniam æqualis est β κ ipsi α, & ε θ ipsi δ, igitur β κ & ε θ, α δ sunt æquales. Id propterea enim κ γ ipsi α est æqualis, & θ ζ ipsi δ: ipsi igitur κ γ θ ζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt ipso β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in β γ & ε ζ æquales ipsi α, δ. Quotuplex igitur est β γ ipsius α, totuplex est & uterque β γ & ε ζ, utriusq; α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius β γ, eadem pars est, & uterq; α, δ, utriusq; β γ & ε ζ: quod oportebat demonstrare.

β . . . . . . κ . . . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . θ . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 Si fuerint quatuor numeri, quorũ primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totę partes secundi & quarti pariter acceptorũ, quotę primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitq; ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quòd b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ à k, eritq; similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e, & una partium d sit f, eritq; per hypothesin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundũ h, & pars c secundum k. Compositus igitur ex e & f sit g, eritq; per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum K: quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ à k, eo quòd eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum K, & quia sic erat b, a, constat propositum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autẽ & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; singuli singulorũ tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secundi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus secundi, quod facilè probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quę hic proponit, ex 13 quinti facilè demonstrassemus hanc sextam. Nunc autẽ quia uidetur oppositum (aliter enim superuacuè proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 6.*

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriusq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON *ex Zamb. Numerus enim α β, numeri γ esto partes, & alter δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipsius γ. Dico quòd & uterq; α β & δ ε, utriusq; γ, ζ, eædem partes sunt, quæ α β ipsius γ. Quoniã enim quales partes est α β ipsius γ, eædem partes est & δ ε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso α β ipsius γ, tot partes & in δ ε, ipsius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipsius γ, hoc est α κ & κ β, necnõ δ ε in partes ipsius ζ, hoc est δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipsorũ α κ, κ β æqualis multitudini ipsorũ δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars est α κ ipsius γ, talis pars est & δ θ ipsius ζ: qualis igitur pars est α κ ipsius γ, talis pars est et uterq; α κ & δ θ utriusq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars κ β ipsius γ, talis pars est & uterque κ β & θ ε, utriusq; γ ζ. Quales igitur partes sunt α β ipsius γ, tales partes sunt et uterq; α β & δ ε, utriusque γ, ζ: quod oportebat demonstrare.*

α . . . κ . . . β
γ . . . .
δ . . . . θ . . . . ε
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 7.



SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahatur'que ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius. 7

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quãtitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritq; per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaq; ab utroq; numero, d, erit g æqualis f, quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g: quod est propositum.

g
b
f. . . . . d . . . . .
a
e. . . . c. .

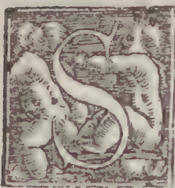
Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7.

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius. 7

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quòd & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusq; ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ: quod oportebat demonstrare.*

η. . . . γ. . . . . ζ. . . . δ
α. . . . ε . . β

Euclid. ex Camp. Propositio 8.



SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius. 8

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritq; propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h d g, & remaneat k, eritq; k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quę est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est K, e, & totæ, quota est K, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propositum.

b
f. . . d. . . . . .
a
e. . c. . . .
g . . k.
h. .

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8.

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius. 8

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quòd reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædẽ partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidẽ ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorum ηκ & κθ multitudini ipsorũ αλ & λε, & quoniã qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est & αλ ipsius γζ: maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est et ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μκ, Igitur qualis pars est νκ ipsius γδ, talis pars est*

α. . . λ. . . . . . β
γ. . . . . ζ. . . δ
η. . . μ. κ. . . ν. θ

pars est & κμ ipsius γζ: & reliquus igitur μκ (per 7 septimi) reliqui ζδ eadem pars est sicut totus κκ totius γδ. Rursus quoniam qualis pars est κθ ipsius γδ talis pars est & ελ ipsius γζ, maior autẽ est γδ ipso γζ. maior igitur est & θκ ipso ελ, ponatur ipsi ελ æqualis κν. Qualis igitur pars est κθ ipsius γδ, talis pars est & κν ipsius γζ, & reliquus igitur νθ (per 7 septimi) reliqui ζδ eadẽ pars est, quæ totus κθ totius γδ: patuit autem quòd & reliquus μκ reliqui ζδ eadem pars est, qualis totus κκ totius δγ: & uterq; igitur μκ & νθ (per 5 septimi) ipsius δζ eædem partes est, quæ totus θκ totius γδ. Aequalis autem est uterq; simul μκ & νθ ipsi εβ. At θκ ipsi βα, & reliquus igitur εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ: quod oportebat demonstrare.

α . . . . . . λ . . . ε . . β
κ . . . μ . κ . . . γ . θ
γ . . . . ζ . . . δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

9 
I fuerint quatuor numeri, quorum primus secũdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d: aliter enim esset econuerso ei quod proponit: dico quòd quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatem a, d uerò secũdum c, eruntq; per præsentem hypothesin, tot partes b, quot d: & quia unaquæq; partium b est æqualis a, & unaquæq; d, c est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin, & per quartam huius, erit unaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secundæ: sicq; de cæteris tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c: quod est propositum.

b . . . . . . d . . . .
a . . . c . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 9.*

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti.

THEON *ex Zamb. Numerus enim α numeri βγ esto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, qualis est α ipsius βγ: minorem esto α ipso δ. Dico quòd & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes βγ ipsius εζ. Quoniã enim qualis pars est α ipsius βγ, talis pars est & δ ipsius εζ, quot igitur sunt in βγ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in εζ æquales ipsi δ. Dirimatur quidem βγ in ipsi α æquales, hoc est βη & ηγ, & εζ in ipsi δ æquales, hoc est εθ & θζ. est iam æqualis multitudo ipsorum βη & ηγ, multitudini ipsorum εθ et θζ: & quoniam æquales sunt βη & ηγ numeri adinuicem, & εθ & θζ numeri, sibijnuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum βη & ηγ multitudini ipsorum εθ & θζ: æqualis igitur pars est βη ipsius εθ uel partes, eadem pars est ηγ ipsius θζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars est βη ipsius εθ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterq; βγ utriusq; εζ uel eædem partes, tã qualis autem est ηβ ipsi α, & εθ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & βγ ipsius εζ uel eædem partes: quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . . η . . . . γ
δ . . . . .
ε . . . . . θ . . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 
I fuerint quatuor numeri, quorũ primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum similiter minores sint a & b, sitq; a totæ partes b, quotæ c est d: dico quòd quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c: eruntq; per præsentẽ hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam, ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæq; ex partibus a suæ comparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiũctione quoties oportuerit repetitas erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c: quod est propositum.

a . . . .   b . . . . . .
c . . . .   d . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 10.*

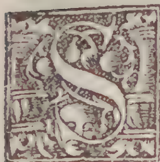
10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. Numerus enim αβ, numeri γ partes esto, & alter δε, alterius ζ eædem esto partes, sit autem αβ, ipso γδ minor. Dico quòd & uicißim quales partes est αβ ipsius δε, uel pars eædē partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso αβ partes ipsius γ, tot & in δε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidē αβ in ipsius γ partes (æquales) hoc est αη & ηβ. Itidemq; δε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δθ & θε, erit iam æqualis multitudo ipsorum αη & ηβ, multitudini ipsorū δθ & θε. Et quoniam qualis pars est αη ipsius γ, eadem pars est & δθ ipsius ζ, uicißim quoq; (per præcedentem) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & γ ipsius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars est ηβ ipsius θε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & αβ ipsius δε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 septimi) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ, uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes est & αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars: quod oportebat demonstrare.

ζ . . . .
δ . . . . . θ . . . . . ε
γ . . . . . .
α . . η . . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*



SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorum primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quòd si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet. 11

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes est b a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaq; cōtineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionem similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet continetur b a cum superfluitate partis, toties cōtinetur d in c cum superfluitate similis partis, distincto a secundum b ut superfluitate, atq; c secūdum d ut superfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per communē sciētiam toties e in a quoties f in c: cùm igitur a & b habeant e partem communem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b continetur in a cum superfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similium partium, distincto a secundum b ut superfluat e, similiter c secūdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandum ut prius, sicq; patet primum. Secundum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico quòd erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositum. Si autem totæ partes, diuisis eis secundum partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionem itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . d . . . .

a c
. . . . e . . . . f . . . .
b d
. . . .

a c
. . . . . . c . . . . f . .
b d
. . . .

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



SI à duobus numeris secūdum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquū tanquam proportio totius ad totum. 12

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractum a b, erit e residui a ad f residuum b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypothesin & per conuersionem diffinitionis

b
d . . . f . . . . .
a
c . . . e . . .

nitionis,c tota pars aut partes d,quota uel quotæ est a,b:per 7 igitur uel 8,erit e tota pars aut partes f,quota uel quotæ est a,b:per diffinitionem igitur erit proportio una,quod est propositum. Quod si a sit maior b,erit per primam partem præmissæ quota pars aut partes b, a, tota uel totæ d,c,quare per 7 uel 8,tota uel totæ erit f,e, itaque per secundam partem præmissæ erit e ad f,sicut a ad b,quare constat propositum.

CAMPANI *annotatio*. Cedunt autē huic,7 & 8,hæc enim sola quod ambæ illæ,continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti,sed si hoc intēderet Euclides, cùm ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter,uanè(illa demōstrata in quinto) proposuisset hanc hic in septimo,& quia iterum non demōstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationē huius,cùm illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam,quæ infrà demonstratur in numeris. Existimo autem,& rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultum demonstratoris arithmetici,gratia decimi,in quo sine numerorū aliqua præcognitione transire non poterat, constat assumere)idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit,hic repetere demonstranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum,quæ magis nota sunt intellectui quàm ea per quæ processit in quinto,ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiam quātitatum incommunicantiū difficilia sunt: principia uerò numerorum,magis ultrò se intellectui applicant faciliusq́; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio,duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 11.*

12 Si fuerit sicut totus ad totum, sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, sicut totus ad totum.

THEON *ex Zamb. Esto sicut totus* αβ *ad totū* γδ*, sic ablatus* αε *ad ablatum* γζ. *Dico quòd & reliquus* εβ *ad reliquum* ζδ*, est sicut totus* αβ *ad totum* γδ. *Quoniam enim est sicut* αβ *ad* γδ *sic* αε *ad* γζ*, qualis igitur pars est* αβ *ipsius* γδ *uel partes, eadē pars est &* αε *ipsius* γζ *uel eædem partes, & reliquus igitur* εβ*(per 8 septimi)reliqui* ζδ *eadem pars est uel partes, quæ* αβ *ipsius* γδ*: est igitur(per 11 quinti)sicut* εβ *ad* ζδ*, sic* αβ *ad* γδ*: quod oportebat demonstrare.*

Euclid.ex Camp. *Propositio 13.*

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales,quantus erit unus antecedens ad suum consequentē,tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes cōsequētes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b,& c,d,& e,f,proportionales,dico quòd quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e,pariter acceptorum ad b,d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b,d,f, erit per conuersionē diffinitionis quota pars aut partes a b,tota uel totæ c, d, & e,f:per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas,erit quota pars uel partes a,b,tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorū,quare per diffinitionem,proportio una. Si autem a,c,e,sunt maiores b,d,f,erit per primam partem 11,quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e,per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas,erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f,pariter accepti a,c,e pariter acceptorum : itaq; per secundam partem 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorum,ad b,d,f pariter acceptos:quod est propositum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 12.*

13 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales,erit sicut unus antecedentium ad unū sequentiū,sic omnes antecedētes ad omnes consequētes.

THEON *ex Zāb. Sint quotcūq; numeri proportionales* α,β,γ,δ*, sicut* α *ad* β *sic* γ *ad* δ. *Dico quòd est sicut* α *ad* β*, sic sunt* α *&* γ *ad* β *&* δ. *Quoniā enim(per hypothesin)est sicut* α *ad* β *sic* γ *ad* δ*, qualis igitur pars est* α *ipsius* β *uel partes, eadē pars est &* γ *ipsius* δ *uel partes, & (per 5 septimi)uterq; igitur* α,γ*, utriusq;* β,δ*, eadē pars est uel eædem partes, quæ* α *ipsius* β*: est igitur(per 11 quinti)sicut* α *ad* β*, sic* αγ *ad* βδ*: quod erat demonstrandum.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*



Ifuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 14

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, quam demonstrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonstrandum in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoque & maior c aut minor.

Sit itaque primò minor utroque, erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaque uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit secundò a maior utroque, erit per primã partem 11, ut quota pars aut partes est b, a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ sit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritque per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . . d . . . quota uel quotæ est d c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaque proportio una. Vltimò quoque sit a minor b, maiorque c: eritque ut tota pars aut partes sit c, d, quota uel quotæ est a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaque uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per secundam partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicque constat propositum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt. 14

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ.* Dico quòd *& uicißim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam etim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est* γ . . . . δ . . . *α ipsius β uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicißim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadẽ pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdẽ.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*



Ifuerint quotlibet numeri aliique secũdum eorum numerum, omnesque duo ex prioribus secundũ proportionem omnium duorum ex posterioribus, in proportione ęqualitatis proportionales erunt. 15

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, quam demõstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autẽ proportionalitatẽ quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectę proportionalitatis, non proponit demonstrandũ in numeris, sed eam demonstrabimus infrà super 19 huius: nec est necessariũ, ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratũ est per 11 quinti de quantitatibus in genere, uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . . sit sicut b ad d, erit tam a c, quàm e f, tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes superfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes est a c, tota uel totæ est e f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluunt in a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & alij totidem c, d, f, sitque a ad b,

a . . . . e . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . .

sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f: dico quòd erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut c ad f, erit enim per pręmissam a ad c, sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptis pluribus, sicque constat propositum.

CAMPANI *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonstrabiles prætermisit, demonstrare.

Primùm

Primùm itaq; demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d: dico quòd erit ecõuerso b ad

a . . . . c . . . . b . . . . d . . .

a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoq; erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autem fuerit a maior b, erit quoq; & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad d, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad & per 12 sicut a ad c, a . . . . b . . . c . . . . . . d . .
quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim per- a . . . . . . b . . . c . . . . d . .
mutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 13 a b ad c d, sicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d.

Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim a . . . . . . b . . . c . . . . d . .
permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 12 sicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, sicut c d ad c, patet itaq; totum. Ex his quoq; leuè est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet

Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, sicut tertij & sexti pariter acceptorum ad quartum.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemq; e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d: erit enim per a . . . . e . . . . c . . . . . . f . . . b . . . . d . . .
conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d: quod est propositum. Eodemq; modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemq; b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatem a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & coniunctum a & e ad e, sicut c & f ad f: igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f, per æquam itaq; proportionalitatē erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoq; manifestũ est, quòd si fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemq; econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 14.*

14 Si fuerint quotcunq; numeri, & alij eisdem æquales numero * cum duobus sumptis et in eadē ratione, & ex ęquali in eadem ratione erunt.

σὺν δύο, bini, duo & duo.

THEON ex Zamb. *Sint quotcũq; numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis in eadem ratione δ, ε, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quòd & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicißim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ, sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ: quod oportuit demonstraße.*

η ζ ε δ γ β α

Euclid. ex Camp. Propositio 16.



I numeret unitas aliquem numerũ quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum. 16

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatem b, eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintę, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b: quod est propositum.

unitas b . .
.
a . . . . c . . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, et uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum. 15

THEON *ex Zamb. Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quòd & uicißim pariter α ipsum δ numerũ metietur, & βγ ipsum εζ. Quoniam enim æquè α unitas ipsum βγ numerum metietur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βκ, κθ & θγ. Ipse uerò εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ, est iam æqualis multitudo ipsorum βκ, κθ et θγ, multitudini ipsorũ εκ, κλ & λζ, & quoniã βκ, κθ & θγ unitates sibi inuicẽ sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibijnuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βκ, κθ & θγ unitatem multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerũ, sic est κθ unitas ad κλ numerũ, & βγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequẽtes. Est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βκ unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ: quod oportuit demonstrasse.*

α .
β . κ . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 17.



I duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales. 17

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cùm enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

CAMPANI *annotatio.* Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idẽ etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas
.
a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propositio 16.

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt. 16

THEON

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicans, efficiat δ. Dico quòd æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ, metitur per eas quæ in α sunt maiores: metitur autem & ε unitas ipsum α numerũ per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsorum α numerum metitur & β ipsum γ. Vicissim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniã β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas in ipso β sunt unitates. Metitur autẽ & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ: pariter autem ε unitas ipsum β numerũ metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ: quod erat demonstrandum.*

ε.
α..
β....
γ........
δ........

Euclid. ex Camp. Propositio 18.



18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionem diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e fit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos cõtinẽt, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c: quod est propositum.

d...... e........
b... c....
a..
.
Vnitas

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 18.

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicãs, efficiat ipsos δ, ε. Dico quòd est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicissim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.*

ζ.
α...
β....
γ.....
δ............
ε...............

Euclid. ex Camp. Propositio 19.



19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, concluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante prẽmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d...... e........
a..

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet erit productorũ & multiplicatorũ una proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicẽt unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facilè probabis. Hic autem (ut suprà polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numerus duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

b... c....

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritq; per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat K: eritq; per hanc 19 g ad K, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econ uerso per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quòd est g ad h sicut a ad b, erit per 15, a ad e, sicut g ad K, sed sic erat etiam c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositum. Idem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . .   c . . . .
b . . . . . .   d . . .
c . . . .   f . .
k . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 18.*

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eadem habebunt rationem quam multiplicantes. 18

THEON *ex Zamb. Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quòd est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ. Id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iã γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε: quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



I fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secũdi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales. 19

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 15 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatq; ex a in d, e, & b in c, f: dico quòd e & f sunt æquales, & ecõuerso. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemonstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quòd si ipsi fuerint æquales patet per conceptionem, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipsius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . .   c . . . .
b . . .   d . .

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d, & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad c, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI *annotatio.* Non proponit autem Euclides de tribus numeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continuè proportionales, sicut proponit in 16 sexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Euclid.

Euclid.ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis, fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicãs, efficiat ipsum ζ. Dico quòd æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autẽ ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniã α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uerò rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quòd est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem nanq; dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundã partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ad ζ, sic α ad β, (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ: quod oportebat demonstrare.*

η ζ ε δ γ β α

Euclid.ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quòd qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.*

Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quòd sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uerò ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ: quod erat demonstrandum.

δ γ β α

Euclid.ex Camp. Propositio 21.

21 

Numeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerãt quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitq; c ad d, sicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, æqualiter. Cùm sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotę b, d: si itaq; fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaq; a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.

c.... d..
a.. b.

c...... d...
a.... b..
e.. f.

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlarium æqualiter.

Vt si sint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintq; in eadem uel eisdem d,e,f, ita quòd sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quòd a numerat d, & b,e, & c,f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a,b,c, sunt minores d,e,f, erit b,e, & c,f, tota pars aut partes, quota est a,d. Si itaq; pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præsentem hypothesin tota pars h,e, & K, f, quota g,d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad K, ut b ad c, quia ergo g,h,k, sunt minores a,b,c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d........e....... f....
a.... b... c..

d........ e...... f....
a.... b... c..
g... h.. k.

Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propositio 21.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem minor minorem. 21

THEON ex Zamb. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α,β, ipsi γδ & εζ. Dico quòd æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. Ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidē γδ in ipsius α partes, hoc est γκ & κδ. Sicq; εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum γκ & κδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γκ & κδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, estq; multitudo ipsorum γκ & κδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γκ ad εθ, sic κδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γκ ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γκ & εθ, ipsius γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impoßibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minimè partes est ipsius α, pars igitur, & εζ ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β: quod oportebat demonstrare.*

γ..κ..δ
ε..θ.ζ
α........
β......

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod suprà, ad 19 addidit Campanus.

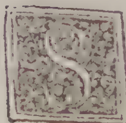
Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

ἀνὰ δύο bini Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero, *cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

THEON ex Zamb. *Sint numeri α,β,γ, & alij eisdē æquales numero δ,ε,ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α,ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β,ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ,γ, æqualis est ei qui ex β,ε: ostensum autem est quòd qui ex αζ, æquus est ei qui ex β,ε, & qui ex α,ζ igitur (per 20 septimi) æquus est ei qui ex δ,γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad γ, sic δ ad ζ: quod oportebat demonstrare.*

α......
β....
γ...
δ............
ε........
ζ......

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*


SI fuerint duo numeri secūdum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi. 23

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionem minimi: dico quòd ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 18 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrarium positioni.

a ...... b ....
c ..
d .... e ...

Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a b c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autẽ numeret eos d, a quidem secũdum e, b uerò secundum f, & c secundum g: eritq; per 18 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e f g, sunt minores a b c, & secundum proportionem eorum, non erunt a b c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quiq; duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri quorũ quisq; sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c: & proueniat f, dico quosq; duos ex d e f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosque patet esse compositos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f, quod autem nullus numeret omnes, patebit prius demonstrato quòd a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum K, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo à est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad K, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad e per 18 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediatè sequentem, & per hãc hypothesin, quòd b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quòd b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d e f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a b c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos: accidit igitur impossibile.

a .... b .... c ......
d ..
e ..... f .... g ...

g ..... h ..... K ...
e .... b ... c ..
f .... e .... f .....

Similiter quoque.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt sit sint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. Alioquin sint minimi d e f, qui per 21 numerabunt a b c, quisq; suum relatiuum ęqualiter: sit ergo ut secundum g, eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a b c, secundum d e f, quare accidit contrarium positioni.

a .... b .... c ......
d ..... e .... f ...
g ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 23.*

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eadem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint primi numeri adinuicem α β.* Dico quòd *ipsi α β, minimi sunt eandẽ rationem habentiũ eis: si autem α & β non sunt minimi eandẽ habentiũ rationẽ eis, erũt aliqui numeri ipsis α β.*

minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β,ſint autem γ δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem ratio nem habentium,eis metiuntur eãdem rationem habentes pariter,maior maiorem,minor minorem (per 21 ſeptimi)hoc eſt antecedens ipſum antecedentem,& conſequens ipſum conſequentẽ,æqua liter igitur γ ipſum α metitur,& δ ipſum β. Quoties iam γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε,& δ igitur ipſum β metitur,per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates,& quoniã γ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates,igitur & ε ipſum α metitur per eas quæ in ip ſo γ ſunt unitates. Id propterea & ε ipſum β metitur,per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur & ε ipſos α β,metitur primos exiſtẽtes adinuicem. Quod eſt impoßibile(per 13 dif finitionem ſeptimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipſis α β,minores in eadem ratione exiſtẽtes ipſis α β. Minimi igitur ſunt α β,& eandem rationem habentium eis:quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
β ......
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23,præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet:præcedens autem ex Campano 22,ſequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*



Vilibet numeri contra ſe primi,ſunt ſecũdum ſuam propor tionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ,ut ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi,ipſi erunt ſecundum ſuam proportionem mi nimi,ſin autem,ſint minimi in eadem proportione(ſi poſſibile eſt)c & d,cõſtat itaq; per 21 quod c numerat a,et d b æqualiter: ſit igitur ut ſecundum e,erit per 17 ut uiceuerſa e numeret a & b,a quidem ſecundum c,& b ſecun dum d:non ſunt igitur a & b contra ſe primi,quod eſt contra hypotheſin.

a ...... b .....
e ..
c .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.* *Conuerſa præcedentis.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem ſunt. 24

THEON ex Zamb. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β,primi adinuicem ſunt. Si autem α β,adinuicem nõ ſunt primi,me tietur aliquis numerus ipſos α β,metiatur,et eſto γ: & quoties quidẽ γ ipſum α me titur,tot unitates ſint in δ:quoties autem γ ipſum β metitur,tot unitates ſint in ε. Et quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in δ unitates exiſtunt,igitur & γ ipſum δ multiplicans ipſum α fecit:id propterea & γ ipſum ε multiplicans,ipſum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε,multiplicans ipſos α β fecit. Eſt(per 17 ſeptimi,& per 11 quinti)igitur ſicut δ ad ε,ſic eſt α ad β:ipſi igitur δ ε ipſis α β in eadem ſunt ratione minores exiſtentes,quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β nu meros numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α β,primi inuicem ſunt:quod demonſtraſſe oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*



I fuerint duo numeri contra ſe primi,ſi quis unum eorũ nu meret,ad alterum eſſe primus neceſſariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi,c uerò nume ret a. Dico quòd c primus eſt ad b,alioquin,numeret eos d,quæ per penultimam conceptionem numerabit etiã a, non ſunt ergo a & b contra ſe primi,d enim numerat ambos.

a .... b .....
c .. d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 25.*

Si bini numeri,primi adinuicem fuerint,unum eorum metiens ad re liquum primus erit. 25

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α β. Ipſum autem α me tiatur aliquis numerus γ. Dico quòd & γ β,primi adinuicẽ ſunt. Si autem γ β, nõ ſunt adinuicem primi,metietur ipſos γ β,aliquis numerus:metiatur & eſto δ. Et quoniã δ ipſum γ metitur,& γ ipſum α metitur,& δ igitur ipſum α metitur:metitur autẽ et β. Igitur δ ipſos α β metitur,primos adinuicẽ exiſtẽtes,quod eſt impoßibile(per 13 diffi nitionem*

α .....
β ......
γ ...
δ ...

nitionem septimi.) Ipsos igitur $\beta\gamma$ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur $\gamma\beta$ primi adinuicem sunt: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

25 I fuerint duo numeri ad alium quęlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundē erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quòd d est primus ad c, aliter enim numeret eos e d, quidē secundum f: eritq́ per secundam partem 20 a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 prim⁹ ad a, quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quòd ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi: quod est contra hypothesin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . .
e . . . f . . . . . .

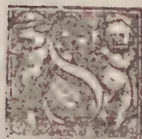
Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 26.*

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri $\alpha\beta$, ad aliquem numerum γ primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quòd ipsi $\gamma\delta$, primi sunt adinuicem. Si autem $\gamma\delta$, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, et esto ϵ. Et quoniam $\epsilon\alpha$, primi adinuicem sunt, ipsum autē γ metitur aliquis numerus ϵ, igitur $\epsilon\alpha$ (per 25 septimi) primi sunt adinuicē. Quoties iam ϵ metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quæ in ϵ sunt unitates. Igitur ϵ ipsum ζ multiplicās ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicās ipsum δ fecit: æqualis igitur est qui ex $\epsilon\zeta$, ei qui ex $\alpha\beta$. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi) Est igitur (per 11 quinti) sicut ϵ ad α sic est β ad ζ. Ipsi autem $\alpha\epsilon$, primi: ipsi autē primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ϵ ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ϵ ipsos $\gamma\beta$, metitur primos existētes adinuicem, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi) Ipsos igitur $\gamma\delta$, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igtur $\gamma\delta$ primi adinuicem sunt: quod oportebat demonstrare.*

α . . β . . .
γ . . . . .
δ . . . . .
ϵ . . .
ζ . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

26 I fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quòd c primus est ad b: sit enim d, æqualis a, eritq́ d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per pręmissam: igitur patet c primum esse ad b: quod proposuimus.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . .

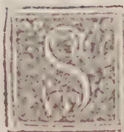
Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 27.*

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicē $\alpha\beta$, & α seipsum multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quòd ipsi $\beta\gamma$, primi adinuicē sunt. Ponatur enim ipsi α æqualis δ. Et quoniam $\alpha\beta$, primi adinuicem sunt, æqualis autem est α ipsi δ & $\delta\beta$: igitur primi adinuicem sunt: uterq; igitur ipsorum $\delta\alpha$, ad β primus est, & qui ex $\delta\alpha$, igitur fit ad β primus est (per 36 septimi) Qui autem ex $\delta\alpha$, fit numerus, est γ, igitur $\gamma\beta$, primi adinuicem sunt: quod erat demonstrandum.*

α . . . β . . . .
γ . . . . . .
δ . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27 I duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrũque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eũ qui ex duobus posterioribus producetur, erit primus.

Campanus

CAMPANVS. Sint a & b priores, c & d posteriores: sitq; uterq; duorum a et b, primus ad utrunq; duorum c et d, & ex a in b fit e, & ex c in d f: dico quòd e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia itẽ f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e: quod est propositum.

a .. b .....
e ....
c ... c ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 28.*

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrunq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicãs, efficiat ipsum ζ. Dico quòd ε ζ, primi sunt adinuicẽ. Quoniã enim uterq; ipsorum α β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α β, est ε, igitur ε γ primi sunt adinuicem. Id propterea et ipsi ε δ, primi sunt adinuicem: & uterq; igitur ipsorum γ δ, ad ε primus est, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ δ, est ζ. Igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod erat demonstrandum.*

α ...
β .....
ε ....
γ ..
δ ....
ζ ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



SI fuerint duo numeri cõtra se primi, ducaturq; ec rũ uterque in seipsum, erunt inde producti cõtra se primi. Itẽq; si in utrunq; productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi. 28

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterq; in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uerò d, itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c et d esse contra se primos, itemq; e et f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad b: per eandẽ igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos. Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunque duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

a ..
c ....
e ....
b ...
d ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 29.*

Si bini numeri primi adinuicẽ fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erũt. Et si qui in principio genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicẽ erunt, & semper circa extremos hoc continget. 29

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uerò γ multiplicans, efficiat ε. At β seipsum multiplicans efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ β primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ δ primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicem (per eandem) & β seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit. Igitur α δ, primi sunt adinuicem (per eandẽ.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrũq; primi (per 27 septimi) & qui ex α γ, igitur fit ad eum qui ex β δ, primus est, qui autem ex α γ, est ε, qui ex δ β, uerò est ζ: igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod oportuit demonstrasse.*

α ...
γ ....
ε ....
β ...
δ ....
ζ ....

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*



29 Si fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrũq; eorum erit primus. Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrũq; eorũ fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra ſe primi, dico quòd ex eis compoſitus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerſo: nam ſi d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem ſcientiam & reliquum: quare non erunt contra ſe primi, ſed hoc poſitum fuerat, patet ergo primum. Secundum ſic. Sit a b primus ad utrunq; ſuorum componentium qui ſunt a & b, dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quòd d numeret utrunque duorum numerorum a & b, ſequitur per communem ſcientiam, quod etiam numeret a b ex eis compoſitum, quare ad neutrum duorum numerorũ a & b, erit a b primus, ſed poſitum erat quod eſſet ad utrunque, accidit igitur impoſſibile.

a ... b. ....
d ..

CAMPANI annotatio. Eodem quoq; modo ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum, primus quoque erit ad reliquum: ideóq; & coaceruati inter ſe. Sit enim compoſitus ex a b, primus ad a, dico quòd erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionem numerabit & a, cùm numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compoſitus ex a & b, primus ad a.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 30.*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterq; ſimul ad alterũ ipſorum primus erit. Et ſi uterq; ſimul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, αβ & βγ. Dico quòd & uterq; αβγ, ſimul ad alterum ipſorum αβ, βγ, primus eſt. Si autem γα & αβ primi adinuicem non ſunt, metietur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto δ. Quoniam igitur δ ipſos γα & αβ metitur, & reliquum igitur βγ metietur. Metitur autem & βα. Igitur δ ipſos αβ & βγ metitur, primos exiſtentes adinuicẽ, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem 7.) ipſos igitur γα & αβ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γα & αβ, primi adinuicem ſunt. Id propterea iam & ipſi γα & βγ, primi ſunt adinuicem. Igitur αγ, ad utrunq; ipſorum αβ & βγ primus eſt. Sint rurſus γα & αβ, primi adinuicem. Dico quòd ipſi αβ & βγ primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi αβ, βγ, primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos αβ & βγ, numerus aliquis, metiatur & eſto δ, & quoniam δ utrunq; ipſorum αβ & βγ metitur: & totum igitur γα, metietur: metitur autem & ipſum αβ. Igitur δ, ipſos γα, & αβ primos adinuicẽ exiſtẽtes metietur, quod (per 13 diffinitionem ſeptimi) eſt impoßibile. Ipſos igitur αβ & βγ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur αβ & βγ, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .... β ..... γ
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*



30 Omnis numerus compoſitus, ab alio primo numeratur. Zamb. 33

CAMPANVS. Sit a, quilibet numerus compoſitus. Dico quòd aliquis primus numerat ipſum, quia enim eſt cõpoſitus, numerabitur ab aliquo numero qui ſit b: qui ſi fuerit primus, uerum erit quod dicitur: ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat eum, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, cõſtat quod dicitur. At ſi compoſitus, neceſſariò numerabit eum alius qui ſit d, qui etiam per communem ſcientiã numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compoſitus, neceſſe eſt minorem aſſumere, qui compoſitum occurrentẽ numeret, ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primũ, alioquin accidet impoſſibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decreſcere.

a ....
b ....
c .....
d ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 Omnis numerus, aut eſt primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipſum eſſe primum, uel numerari à primo, quia ſi non eſt primus, erit compoſitus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmiſſam: a igitur uel primus eſt, uel à primo numeratur: quod proponitur.

a .....
a ....
..

Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

Zamb. 31 Omnis numerus primus, ad omnẽ quem non numerat, est primus. 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quòd a sit primus.

a ..... b ....
c ..

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

Zamb. 32 Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum, illorum duorum numerare.

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quòd d numerat a uel b, numeret enim c, secundum e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimam primam: quod est propositum.

a .... b ......
c ....
d ... e ....

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quòd si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit commensurabilis, commensurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanus 30 31 32 33 Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 31.*

33 32 31 32 Zambertus Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quòd ipsi β α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α β, non sunt adinuicẽ primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipse γ, non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α β, metitur & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur α β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α β, primi adinuicem sunt: quod oportuit demonstrasse.*

α .... β ....
γ ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 32.*

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quòd δ, unum ipsorum α β, metitur. Ipsum α nõ metiatur, estq; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem) Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sint unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ ε, ei qui ex α β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic ε ad β. Ipsi autem δ α primi sunt, primi autem et minimi: minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoq; ostendemus quòd & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipsorum α β metitur: quod erat demonstrandum.*

ε ....
δ ...
γ ....
β ......
α ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 33.*

Oĩs cõpositus numerus, sub alicuius primi numeri dimẽsionẽ cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico quòd α sub alicuius primi numeri dimẽsionem cadit. Quoniam enim α cõpositus est, metietur eũ aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestum iã est quòd quærimus (per eãdẽ.) Si autẽ cõpositus, metietur eũ aliquis numerus (per eandẽ) metiatur, & esto γ. Et quoniã γ ipsum β metitur & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidẽ γ primus est manifestũ iã est id quod quæritur. Si autẽ cõpositus eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõsideratiõe, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipsum α metietur. Si autẽ non sumetur, metietur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorum alter altero minor est, quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui*

γ ...
β ....
α ....

rus qui metietur præcedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonstrasse.

ALITER Sit compositus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam cõpositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) & sit minimus metientiũ eum β. Dico quòd β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimensionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo, quod absurdum est. Igitur β non est compositus, sed primus.

α ....
β ...
γ ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 34.

34 Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. Sit numerus α. Dico quòd α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonstrasse.

α ...
α ......

Euclid. ex Camp. Propositio 34.

34 Vmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, maximum numerum duos cõmuniter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. Sint a et b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus: per 23. si autem compositi: sumatur (ut docet secunda) maximus eos cõmuniter numerans qui sit c, numeretq; eos secundum d & e, eruntq; in eadem proportione per 18, quos dico esse quales quærimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, sit igitur ut secũdum h, eritq; per secundam partem 20 c ad h sicut f ad d, uel sicut g ad e: quare c est minor h, itaq; cùm h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, sed erat positum quod sic: ergo contra hypothesin.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI additio.

Numeros secundum continuitatẽ proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifestum est, maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c, secundum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, siue fuerint in eadem proportione, siue in diuersis, si nullus numerus numerat eos omnes, ipsi sunt quos quærimus, per 23. hoc enim ibi demõstratum est. Si autem unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia, maximus eos cõmuniter numerans qui sit d, numeretq; eos secũdum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos esse quos quærimus, alioqui sint h K l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, sit ut secundum m, eritq; per secundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel K ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m, quare cùm m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare sequitur impossibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a .... b .... c ....
d ..
e ... f .... g ......
h .. k ... l .....

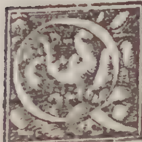
Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 35.

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint dati quotcunq; numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos easdem rationes habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt, aut non. Siquidem ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis (per 23 septimi) Si autem non sumatur (per 3 septimi) ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ, & quoties δ unumquenq; ipsorum α β γ metitur, tot unitates sint in unoquoq; ipsorum ε ζ η, & unusquisq; igitur ipsorum ε ζ η, unumquenq; ipsorum α β γ, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 18 septimi) ipsi ε ζ η, ipsis α β γ, in eadē sunt ratione. Dico iā quòd et minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eadem rationem habentium eisdem α β γ: erūt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipsum α, et uterq; ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso μ, & uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ metitur per eas quæ in μ sunt unitates. Et quoniā μ ipsum α metitur per eas quæ in κ λ sunt unitates, et μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quæ in utrunq; ipsorū κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur p eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multiplicās, ipsum α fecit. Id propterea et ε, ipsum δ multiplicās, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ε δ, ei qui ex θ μ (per 17 septimi) Est igitur (per 19 septimi) sicut ε ad θ, sic est μ, ad δ, maior autē ε, ipso θ: maior igitur est & μ ipso δ, & metitur ipsos α β γ, quod est impossibile. Supponitur nanq; δ, ipsorum α β γ, maxima cōmunis dimensio. Igitur nō erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ θ, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α β γ: quod fecisse oportuit.*

α . . . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . .
ε . . .
ζ . . . .
η . . . . . .
θ . .
κ . . .
λ . . . .
μ . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*



QVilibet duo numeri minimos numeros, suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicātes minimum ab ipsis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq́ in eorum proportione c & d, eritq́ per primā partē 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui sit e, quem dico esse minimū numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secūdū g & h, eritq́ per secūdam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 18 erit c ad h, sicut e ad f, cùm itaq́ per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a . . . . b . . . . . .
c . . d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . h . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*



PRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

CORRELARIVM.

Manifestum etiam ex hoc est, minimū numerum quem quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a b c d. Volo inuenire minimum numerū numeratum ab eis. Inuenio itaq́ primo minimum numeratum ab a & b: quod si a numerat b, nō erit alius quàm b: si autē non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt cōtra se primi, ex uno in alterū prouenit, erit minimus per 23, & præmissam.

a . . . .
b . . . . . .
c . .
d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .

Quòd si sunt communicantes, sumantur minimi eorum proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorum multiplicato, proueniat e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simli quoq́ modo inueniatur minimus numeratus ab e et c, qui sit f, eritq́ f minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g eritq́ g minimus: quem numerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent patet per conceptionem: sed si non est minimus, ponatur ergo

ergo h, quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipsum e, per correlarium præmissæ: per idem quoq; correlariũ, numerabit ipsum f, sed & g maior itaq; numerat minorem: quod est impossibile.

CAMPAN. additio.

Hæc & præmissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus, quarum prima æquiualet præmissæ, secunda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. Zamb. 36

Dati numeri sint a & b, quorum minor si numerat maiorem, est maior quẽ quærimus, alioqui maior eorum numeraret minorẽ se. Si autem neuter neutrũ numeret, si ipsi sunt contra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam si minorem eo numerauerint, esto d, quem numerent secundum e & f, eritq; per secundam partem 20 a ad b, sicut f ad e, & quia a et b sunt suæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, sequitur c numerare d, sed erat d minor c, quare impossibile. Si autem a & b sint communicantes, negociare propositum ut in 35.

a ... b ....
c ....
d ....
e .. f .....

Secunda trium conclusionum ex ambobus correlarijs est confecta.

Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret. Zamb. 37

Vt si sit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eisdem numeratus c, erit ut c numeret d, cùm enim sit d maior c, si c non numerat ipsum, numerabit tamẽ aliquid eius, sitq; plurimum quod numerat e, & residuum sit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerant c: numerabunt per communem scientiam et e, sed numerabunt d, itaq; per aliam communem scientiam numerabunt f: inconueniens ergo sequitur quòd c non fuit minimus quẽ numerant a & b. Idem quod conuinces & eodem modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundẽ numeret. Vltima triũ conclusionũ.

a .. b ...
d
e .... f ...
c ......

Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. Zamb. 38

Tres numeri propositi sint a b c, minimusq; quem numerant a & b sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quęrimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, sit e, quem per pręmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d, sumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipsum, & d similiter, ergo & a b, qui numerant d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per pręmissam e numerabit eum, maior minorem: quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propositis.

a ... b .... c ......
d ....
e ....

a ... b .... c ....
d ....
e ....
f ....

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat: 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 36.*

36 Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri αβ, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi αβ certe aut primi sunt adinuicem, aut non. Sint prius αβ, primi adinuicem, & α, ipsum β multiplicãs, efficiat ipsum γ, & β igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ per 16 septimi) Igitur ipsi αβ ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri αβ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ, metiantur & esto δ, & quoties α, ipsum δ metitur, tot unitates sint in ε, quoties autem β, ipsum γ, metitur tot unitates sunt in ζ. Igitur α, ipsum ε multiplicans, effecit ipsum δ, & β multiplicans, ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex αε, ei qui ex βζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad*

β, sic est ζ ad ι, ipsi autē α β, sunt primi, primi autē (per 23 septimi) et minimi, minimi uero metiuntur eandē rationē habētes æqualiter: maior maiorē, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) ζ metitur ipsum ι, sequens uidelicet sequentē. Et quoniam α, ipsos β ι, multiplicans ipsos γ δ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut β ad ι sic γ ad δ. At β, ipsum ι metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorē, quod est impoßibile. Igitur ipsi α β, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α β adinuicem, & sumantur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationē habentium ipsi α β, sintq́; ζ ι, æqualis igitur est qui ex α ζ, ei qui ex β ι (per 19 septimi) & α ipsum ι multiplicans: efficiat ipsum γ, & β igitur ipsum α multiplicans effecit ipsum γ. Igitur α β, ipsum γ, metiuntur. Dico iam quòd & minimum, si non, metiuntur ipsi numeri α β, aliquem numerum minorem existentem ipso γ, metiantur & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in κ. Quoties autem β, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in θ α, igitur κ multiplicans, effecit ipsum δ, ipse β uerò ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α κ, ei qui ex β θ. Est igitur (per 19 septimi) sicut α, ad β, sic est θ, ad κ. Sicut autem α, ad β, sic ζ ad ι, & (per 11 quinti) igitur sicut ζ, ad ι, sic θ ad κ, ipsi autem ζ ι: minimi uerò eandem rationem habentes æquè metiuntur: maior maiorem & minor minorē (per 21 septimi) Igitur ι, ipsum κ metitur, & quoniam α, ipsos ι ζ multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur (per 17 septimi) sicut ι ad κ, sic est γ, ad δ. At ι, ipsum κ metitur, & γ igitur ipsum δ metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi igitur α β, non metientur aliquem numerum minorem existentem ipso γ. Igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α β, dimensionem cadit: quod oportuit facere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

Si bini numeri numerum aliquem mensi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uerò sit ι. Dico quòd ι quoq; ipsum γ δ, metitur. Si autem ι, ipsum γ δ, non metitur ipsum δ ζ, metiens ipse ι, relinquat seipso minorem, hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α β, ipsum ι metiuntur, at ι, ipsum δ ζ, & ipsi α β, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiūtur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ, metientur minorem existē tem ipso γ, quod est impoßibile. Haud igitur non metitur ι, ipsum γ δ, metitur ergo: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 38.

Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerū metiuntur. 38

THEON ex Zamb. *Sint dati numeri α β γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerū metiūtur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur, metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α β, ipsum γ. Igitur ipsi α β γ, ipsum δ, metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipsi α β γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ι. Quoniam ipsi α β γ, ipsum ι metiūtur, igitur & α β, ipsum ι metiuntur, & minimus igitur quē ipsi α β metiuntur, metietur ipsum ι, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ι metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α β γ, igitur non metiētur numerum aliquem minorem existentem ipso δ. Igitur ipsi α β γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ι, quem metiantur ipsi γ δ. Quoniā α β, ipsum δ, metiuntur, at δ ipsum ι metitur, & α β ipsum ι, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipsum ι, igitur ipsi α β γ, ipsum ι, metiuntur. Dico quòd & minimum, si autem non ipsi α β γ, metiuntur aliquē numerum minorem existentem ipso ι, metiantur ζ. Quoniam ipsi α β γ, ipsum ζ, metiuntur, et ipsi α β igitur ipsum ζ metiuntur, & minimus igitur quem α β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi) minimus autem quem ipsi α β metiuntur est δ. Igitur δ ipsum ζ, metitur autem & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi δ γ ipsum ζ metiuntur, quare (per eandē) & minimus quē ipsi γ δ, metiuntur: ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ δ, metiūtur est ι. Igitur ι ipsum ζ metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α β γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ι. Igitur ι minimus est, quem ipsi α β γ, metiuntur: quod oportebat facere.*

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 I numerus aliquis alium numerum numerat, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius sensus est quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiã, et numeratus à quinario habet quintã: sicq; de cæteris, ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoq; toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c a, quota unitas b: & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam, erit c pars a, denominata a b: quod est propositum.

unitas .
c ... c..
a ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 39.*

38 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partem habebit metienti.

THEON ex Zamb. *Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sunt in γ. Quoniam β, ipsum α, metitur per eas quæ in γ sunt unitates, metitur autem et δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur (per 15 septimi) δ unitas ipsum γ, numerum metitur, & β, ipsum α. Vicißim igitur (per eandẽ) æquè δ unitas ipsum β metitur numerum, metitur uerò & γ, ipsum α. Qualitatis igitur pars est δ, unitas ipsius β numeri, talis pars est & γ, ipsius α. At δ unitas, pars est ipsius β ei cognominata, & γ igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partẽ habet γ cognominatam ipsi β: quod erat demonstrandum.*

α ....
β ....
γ ...
δ .

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 I numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio, quòd omnis numerus habens tertiam, numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, sicque de cæteris, ut si b sit pars à denominata a c, sequitur ut c numeret a, quia enim b est pars à denominata a c. sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cùm sit b pars a, sit tota unitas c, eritq; per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

unitas .
b .. c...
a ......

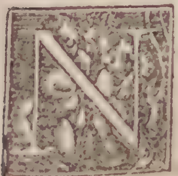
Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 40.*

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. *Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi β, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quòd γ, ipsum α metitur. Quoniam enim β, ipsius α pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & β ipsius α, æquè igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicißim igitur (per 15 septimi) æquè δ, unitas ipsum β numerũ metitur & γ ipsum α, et γ igitur ipsum α metitur: quod erat demonstrandum.*

α ....
β ....
γ ..
δ .

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*

39 Vmerorum minimum, propositarum denominationũ habentium partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex quo manifestum est quòd minimus numerus numeratus à quotlibet, est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propositas, & e minimus numeratus ab eis sum

ptus secundum 36. Ipsum e dico esse quem quęrimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum f g h K, eritq; per 16 & hanc communem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta, ut uiceuersa f g h k, numerent e secundum a b c d, quare sunt partes eius ab illis dictæ: est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a b c d, uiceuersa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod est inconueniens.

e............
a .. f......
b ... g....
c .... h...
d ...... k..

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, si cura est habere secundũ, aut quotũcũq; libet, si secũdũ quidem, sume duplum minimi, si tertium, triplũ, & ad hunc modũ in alijs. Cùm enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a b c d, per hanc communem scientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratum ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, si itaq; duplus e, non fuerit secundus habẽs partes propositarum denominationum, erit alius, quem sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, sequitur per correlarium 36 quod e numeret eũdem, quod est impossibile: cùm enim numeret se, numeraret per hanc communem scientiam, omnis numerus numerans totũ & detractũ, numerat residuũ, differentiam illius ad se, quæ cùm sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaq; duplum e, esse secundum numerũ habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e esse tertium, probato duplo esse secundum, alioqui quia esset triplo minor & duplo maior, sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autẽ triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: & sic in cæteris.

l ....
m ....
n ....
p .....
q ...

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam, quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorẽ secundę, & ex eis productũ in denominatorẽ tertiæ, productum quoq; in denominatorẽ quartæ, sicq; de cæteris usq; ad ultimam à prima, uel usq; ad primam ab ultima: & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 84. Hoc autem ita esse demonstratiuè sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, sed & hęc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b, & proueniat e, & e in a, proueniat f, eum dico esse quẽ quærimus. Cùm enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, sit g, sitq; h pars eius dicta ab a, et K pars h dicta a b, l quoq; pars K dicta a c, eritq; per 18, f ad g, ut e ad h, & e ad h, ut c ad K, itemq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut K ad l, ergo per 15, erit in proportione ęqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cùm g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile partẽ numeri, minorem esse unitate: erit itaq; f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotũcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt, hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f ....
e ....
c .... b ... a ..
unitas
g ....
h ....
K .....
l ..

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimũ numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a b c, sintq; eas denominantes d e f, & sumatur minimus quẽ numerant d e f, qui sit g, hunc dico esse quem quærimus, erũt enim in eo propositæ partes per 37, qui si non fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat.

a	tertia	d ...
b	quinta	e .....
c	sexta	f ......

g ....
h ....

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uerò partes a b c, indeterminatè poni, non sub quantitate certa: aliter enim non esset necessarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f, esset

esset minimus continens partes propositas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui sunt 120, 90, & 712, sunt eiusdem numeri partes, primus quidem tertia, secũdus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui est 60: partes istas: continet. Instandum igitur est (si partes sub certa quantitate ponantur) primæ consequẽtiæ huius demonstrationis. Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat, ergo hic numerus positus est eius tertia, sed ergo habet tertiã, quapropter idem est quod proponitur secundũ utrunque modum, sed secundũ primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autem oportet cùm omnis pars habeat quantitatem, quod in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundũ quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentẽ constat esse minimũ numeratum ab eis, secundum quos uerò numerat: sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterũ ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hę denominationes reperiuntur et secundum quas quantitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratũ ab illis, secundũ quos uerò numerant: sunt qui quantitates determinant, utrobiq; autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent: inde uerò in quibus hę denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus cõtinet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano quæi entium impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut cõtingit, & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim est: nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures, non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & senarius quarta, non plures. Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto, non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet, proponentem autem partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominãtur: solas quoq; proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uidetur partes per denominationes inquirere, quam denominationes per partes, diuersitatem quidem denominationum, non partium, comitatur proportionum diuersitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 17.* *Propositio 41.*

41 Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α, β, γ, partes. Sint (per 39 septimi) ipsæ α, β, γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & sumatur (per 38 septimi) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ, metiũtur. Quoniam igitur ipsi δ, ε, ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipsis δ, ε, ζ, (per 39 septimi.) Ipsis autem δ, ε, ζ, cognominatæ partes sunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quòd & minimus existens. Si autem η, non existat minimus habens ipsas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipso η, qui habebit ipsas partes α, β, γ. Sit (per 40 septimi) θ, quoniam θ, habet ipsas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipsum θ, partibus autem α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ sunt. Igitur ipsi δ, ε, ζ, ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η: qui habeat ipsas α, β, γ, partes: quod oportebat demonstrare.*

a secunda	*d ..*
b tertia	*e ...*
c quarta	*f ....*
g	
h	

SEPTIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM *elementorum, Liber octauus.*

Ex Campano. Diffinitiones.



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



Inumerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est. 1

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c, duoq́ extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quòd in eadem proportione, non reperientur totidẽ minores. Si autem contingit, sint d, e, f, eritq́ per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a.... b...... c.........

d.... e..... f........

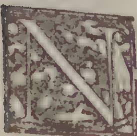
Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*



Ifuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipsorum primi adinuicẽ fuerint, minimi sunt eandem rationem habentium eis. 2

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sunt adinuicem. Dico quòd ipsi α, β, γ, δ minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadẽ sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æquè igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 14 septimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonstrare.*

α.........
β............
γ......................
δ............................
ε......
ζ........
η............
θ..................



Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam, minimos inuenire. 3

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifestũ erit, quòd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq́ a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in se, & proueniat e, eruntq́ c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 28 eiusdem, erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi, per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, K, continuè proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoq; per 28 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel sex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

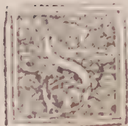
Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 2.*

2 Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamb. *Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum, multiplicans, efficiat γ, ipsum uerò β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ, faciat, at β, ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimam septimam septimi) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniã α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterq; igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunq; ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi) sicut α, ad β sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniã α ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η. Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, sic η, ad θ, & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes: ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic θ, ad κ: patuit autem quòd sicut α ad β, sic ζ, ad η, et η ad θ, & sicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniã enim ipsi α, β minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterq; ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunq; ipsorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipsorum γ, ε, multiplicãs: utrunq; ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimam nonam septimi) ipsi γ, ε, & ζ κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) Ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β: quod oportuit fecisse.*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *siue correlarium. Proinde manifestum est quòd si tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium eis, extremi eorum quadrati sunt: si autem quatuor, cubi.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

3 I numeri quotlibet continuè proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra se primos esse necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntq́ per 22 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidē continuè proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidē tres qui sunt g h k, deinde quatuor qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modū continuè per additionem unius, quousq́ fiant tot quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l, m, n, p: sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione sunt utriq́ minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 28 septimi, erunt quoq́ a & d illis æquales, contra septimi: quod est propositum.

a........
b............
c...................
d...........................
e..
f...
g....
h......
k.........
l........
m...........
n..................
p...........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 3.* *Conuersa primæ.*

Si fuerint quotcunq́ numeri continuè proportionales, minimi eandem rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationē habentiū eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorū hoc est α, & δ, primi adinuicē sunt. Sumātur enim (per 2 octaui uel 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorū α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autē η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorum α, β, γ, δ. Suscipiantur, sintq́; λ μ ν ξ, Igitur (per 29 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicē sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, uterq́; autem eorū se ipsum multiplicans utrunq́; ipsorum η, κ, fecit utrunque autem ipsorū η, κ: multiplicās utrunq́; ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi) ipsi η, θ, primi sunt & λ ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autem & λ, μ, ν ξ, minimi in eadem ratione existens ipsis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisq́; igitur ipsorum α, β, γ, δ, unicuiq́; ipsorum λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ, ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem: quod demonstrasse oportuit.*

α.........................
β...................................
γ...................................
δ...
ε...
ζ....
η.........
θ............
κ..................
λ..........................
μ...................................
ν...................................
ξ...

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Similitudinem assignatarum proportionū in minimis numeris, secundum ipsas proportiones continuatim pportionalibus inuenire. 4

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 septimi, sintq́ prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoq́ de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c, & quoties b numerat ipsum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties c g. Itaq́ si e numerat k, sit ut f numeret l, eruntq́ h, g, K, l, quos quærimus: cōstat enim per 18 septimi, quòd sit h ad g, sicut a ad b, & g ad k, sicut c ad g, at k ad l, si cut

a......
b.....
c....
d...
e.....
f...
h.........................
g...................
K.............
l.........
m.....................
n..................
p............
q........

cut e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & K, quem quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, eruntque per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e numerat m, toties f numeret q, & erit per eandem m ad q, sicut e ad f. Manifestum igitur quòd assignatæ proportiones, continuatæ sunt in quatuor numeris qui sunt n p m q. Qui si non fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaque per 21 septimi, bis assumptã uterque duorũ numerorũ b & c numerat s, sequitur per correlariũ 35 septimi, ut g numeret eundẽ, quare etiã k numerabit: at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo continuare poteris.

a... b..
c.... d...
e..... f....
g............
h.......
k......
n..
p...
m...
q...............................
r.......................................
s...
t...............................
x.......................

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 4.*

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON *ex Zamb. Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iã numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim κ, minimus numerus, quẽ metiantur β γ, & quoties quidẽ β, ipsum κ, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autẽ γ ipsum κ metitur, toties δ, ipsum η, metiatur. At γ ipsum κ aut metitur aut nõ metitur. Metiatur primũ. Et quoties γ ipsũ κ metitur: toties ζ, ipsum λ metiatur, et quoniã α, ipsum θ, æquè metitur & β, ipsum κ, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est θ, ad κ. Id propterea & sicut γ ad δ, sic κ ad η, et insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ, Igitur ipsi κ θ κ λ, continuè sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autẽ ipsi κ θ κ λ, non sunt continuè proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erũt aliqui numeri minores ipsis κ θ κ λ, in ipsius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniã est sicut α ad β, sic γ ad ξ, ipsi autẽ α β, minimi, minimi autẽ (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorẽ & minor minorẽ, hoc est antecedẽs antecedẽtẽ, et sequẽs sequentẽ, igitur β, ipsum ξ metitur. Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β. ipsum ξ, metiuntur, & minimus igitur quẽ ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur: minimus autẽ quem ipsi β γ metiuntur, est κ. Igitur κ ipsum ξ metietur maior minorem, quod est impoßibile. Non erũt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi) ipsis ν θ κ λ, continuè proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum κ, et sumatur (p 36 septimi) minimus numerus quem metiantur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum κ θ utrunque ipsorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniam κ ipsum ν, & θ, ipsum ξ, æquè metitur: est igitur sicut θ ad κ, sic est ν ad ξ. Sicut autẽ κ ad ν, sic est α ad β, & sicut igitur (p 11 quinti) α ad β, sic ξ ad γ. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ν ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsũ ο: est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, cõtinuè proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quòd & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο, nõ sunt cõtinuè proportionales*

α... β...
γ.. δ...
ε.... ζ....
θ.....
κ........
κ............
λ...............
ν....
ξ......
μ.........
ο............

α.... β......
γ.. δ...
ε.... ζ....
θ........
κ............
κ..................
ξ.................
ν..............................
μ..
ο...
π............
ζ.................
σ.....................
τ...........................



tionales

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ν, μ ο, minores, continuè proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedẽs antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur (per 36 septimi) quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autem quem ipsi β γ metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq́; sicut ν, ad ρ. sic est κ, ad σ, & κ igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε κ, ipsum σ, metiuntur, & minimus quem ipsi ε κ, metiũtur, (per eandem) metietur ipsum σ. Minimus autem quem ipsi ε κ, metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur maior minorẽ, quod est impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipsis ξ ν, μ ο, continuè proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ξ ν, μ ο, continuè proportionales minimi sunt in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus: quod oportuit fecisse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



Mnium duorũ numerorũ compositorũ proportio unius ad alterum, est ex laterũ suorum producta proportionibus. 5

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris compositis. Sint duo numeri compositi a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f, dico itaque quòd proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionem diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionẽ, proportio a ad b, cõposita est ex ea quę est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositũ.

a............
b....................
c..
d......
e....
f.....
g.......................

CAMPANI *annotatio.* Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eam quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundũ doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguunt enim posito quòd illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptoq́ g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad K, quia ut c ad e, & g ad b ut K ad l, quia ut d ad f, ideoq́ secundum æquam proportionalitatẽ, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l, uerũ quidem, sed non necessarium assumpto.

a...........
g........................
b..................
c..
e....
d......
f....
h............
k.......................
l...................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus. 5

THEON *ex Zamb. Sint plani numeri α β, ipsius quidẽ α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq́; η θ κ. ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ sicutq́; δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio composita est ex ea quã habet η ad θ, & ex ea quã habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationẽ habet ex lateribus compositã. Dico igitur quòd est sicut α ad β, sic η ad θ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniam δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autem ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniam ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β, patuit autem quòd sicut η, ad θ, sic est α ad λ. Aequè igitur est (per 14 septimi) sicut η ad κ, sic est α, ad β, ipse autem η ad κ, rationem habet compositam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compositam ex lateribus*

α..................
λ......................
β..............................
γ...
δ......
ε....
ζ........
η.........
θ............
κ................

lateribus quod fecisse oportuit. Euclid. ex Camp. Propositio 6.

6 I numerorum quotlibet continuè proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, continuè proportionales, dico quòd si a non numeret b, nullus eorum numerabit e. Manifestum autẽ est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e, & simpliciter quilibet precedens quemlibet sequentem. Si autẽ non numerat ipsum, patet quòd d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proximè sequentem e, quia sunt positi cõtinuè proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinam 2 huius totidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f, g, h, eruntque per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cùm f non numeret h, nec c numerabit e, eodem modo nec aliquis aliorũ, quare liquet: quod propositum est.

a................
b......................
c....................................
d..
e..
f....
g......
h.........

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint numeri cõtinuè proportionales* α, β, γ, δ, ε. *Ipse autẽ* α, *ipsum* β, *non metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi* α, β, γ, δ, ε, *continuè adinuicem sese non metiuntur manifestum est: quia neq;* α, *ipsum* β *metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq;* α, *ipsum* γ *metietur, quod enim sunt ipsi* α, β, γ, *tot sumantur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipsis* α, β, γ, *sintq;* ζ, η, θ. *Et quoniam ipsi* ζ, η, θ, *in eadem ratione sunt ipsis,* α, β, γ, *& est æqualis multitudo ipsorum* α, β, γ, *multitudini ipsorum* ζ, η, θ, *ex æquali igitur (per 14 septimi, est sicut* α, *ad* γ, *sic est* ζ, *ad* θ. *Et quoniam est sicut* α, *ad* β, *sic est* ζ, *ad* η, *non metitur autem* α, *ipsum* β, *igitur neq;* ζ *ipsum* η, *metitur. Igitur* ζ, *non est unitas. Si enim* ζ, *esset unitas, omnem numerum metiretur. Et* ζ, θ, *(per 3 octaui) primi sunt adinuicem. Igitur neq;* ζ, *ipsum* θ, *metitur, & est sicut* ζ, *ad* θ, *sic* α, *ad* γ, *neque igitur* α, *ipsum* γ *metitur. Similiter quoq; ostendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7 I numerorum continuè proportionaliũ primus ultimum numeret, idem ipse & secundum uumerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico si a numerat e: ipse numerabit b, alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrariũ & impossibile. Non solum autẽ numerabit b: sed & omnes, & quisq; eorum: quemlibet ipsum sequentem.

a..
b....
c.......
d...............
e.................................

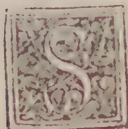
Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7.

7 Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoq; metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales* α, β, γ, δ, *at* α, *ipsum* δ *metiatur. Dico quòd &* α, *ipsum* β *metietur. Si autem non metitur* α, *ipsum* β, *neq; alius ullus (per 7 octaui) alium ullũ metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile, supponitur enim* α, *ipsum* δ *metiri, metitur autem* α, *ipsum* δ, *metitur igitur &* α, *ipsum* β: *quod oportuit demonstrasse.*

α...
β......
γ............
δ.......................

Euclid. ex Camp. Propositio 8.

8 I inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadẽ proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes se in proportione e ad f, dico quòd totidem cadũt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidẽ minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, contra se primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, sicut a, ad b, ideoq; & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdẽ ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, positisq; m & n inter e & f, constat per 18 septimi, e, m, n, f esse continuè proportionales quemadmodum sunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b, quare patet quod dictum est.

CAMPANI annotatio. Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distãtes numerũ cadere medium, quod esse non potest: ideoq; tonus in musica quem sesquioctaua cõtinet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest, sed necessariò diuiditur in minus semitonium & maius.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
K . . .
l . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot & inter eandem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zãb. Inter binos enim numeros α, β, cõtinuè proportionales cadãt numeri γ, δ. Fiatq; sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipsos α, β, cõtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipsos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumãtur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium eisdẽ α, β, γ, δ, sintq; κ, θ, η, λ. Igitur extremi ipsorum, hoc est κ, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui.) Et quoniam ipsi α, γ, & δ, β, ipsis κ, θ, & η, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorum α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum κ, θ, & η λ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α, ad β, sic est κ, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur κ, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem κ, λ, primi sunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandẽ rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentẽ & sequens sequentem. Aequè igitur κ, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autẽ κ, ipsum ε metitur, toties & uterq; ipsorum θ, η, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur. Ipsi igitur κ, θ, η, λ, ipsos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 septimi) ipsi κ, θ, η, λ, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi, κ, θ, η, λ, ipsis α, γ, δ, β, in ea dem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Ipsi autem α, γ, δ, β, continuè sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales sunt. Quod igitur inter ipsos α, β, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonstrasse.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
κ .
θ . . .
η . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*



SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrũq; eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidem erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq; totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti, ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

prout docet 2 huius, qui sint g, h, k, deinde quatuor, qui sint l, m, n, p, & hoc toties fiat, usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l, m, n, p. Constat itaq; (cùm sint a, c, d, b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq; l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nõ sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quòd numeri l, m, n, p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quisq; suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius quòd ex f in se fit k, & ex eodem in k, p, per diffinitionem igitur eius quod est multiplicari erit f, in k, k quoque in p, quoties unitas est in f, itaq; unitas, f, K, p, sunt cõtinuè proportionales, similiter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualiũ erũt inter a & unitatẽ g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidẽ, quot sunt inter a & b: quod est propositum.

a........
l........
g....
a............
m............ e..
h......
n.................. f...
d................
k........
p........................
b........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 9.*

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrunq; eorum & unitatẽ continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quòd quot inter α, δ, continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrunq; ipsorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorum, α, γ, δ, β, ratione existentes, sintq; ζ, η, tres autem: sintq; θ, κ, λ, & semper ordinatim uno plus, quo ad æqualis fiat multitudo ipsorũ, multitudini ipsorum α, γ, β, δ, sumantur, sintq; μ, ν, ξ, ο. Manifestum iam est quòd ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ, ν, ξ, ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η, ζ, sunt autem (per 1 octaui) & ipsi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipsis η, ζ, & æqualis est multitudo ipsorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipsorum α, γ, δ, β: unusquisq; igitur ipsorum μ, ν, ξ, ο, unicuiq; ipsorum α, γ, δ, β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi) ζ, ipsum θ metitur per eas quæ in κ, sunt unitates: metitur autẽ & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi) ε unitas, ipsum ζ numerũ metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autem ε, unitas ipsum ζ numerum, per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ numerum, sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quòd & sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic η ad λ, & η ad β. Quot igitur inter ipsos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α, β, & ipsum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonstrandum.*

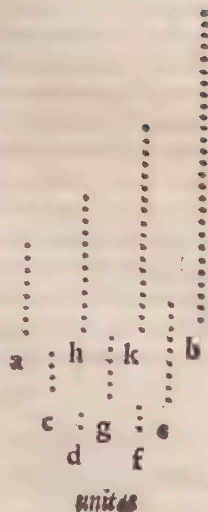
α..........................
μ..........................
θ.........
γ.................................. ζ...
ν....................................
κ............
ξ..
δ..
λ................
ο..
β..

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 
SI inter utrunq; eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, sintq; c & d, c d inter a & unitatẽ, e quoque & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico totidem esse inter a & b continuè proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quòd ad subiectum præmissæ, appositum erat a &

b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius, subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quòd ex d in se fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in se & in e, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus sit g, itemq; idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 K ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, K, b, continuè proportionales. Quare constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 10. Conuersa præcedentis. 10

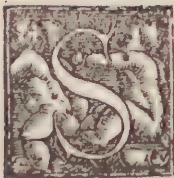
Si inter binos numeros & unitatē continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrūq; ipsorum & unitatem cōtinuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos continuè proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, κ. Dico quòd quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continuè proportionales ciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerū, et δ ipsum ε. Ipsa autem γ unitas, ipsum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, et ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum κ, fecit, ipsum autem κ, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimi) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad κ, Et sicut igitur (per undecimā quinti) ε ad θ, sic θ ad κ. Rursus quoniam δ utrunque, ipsorum ε, θ, multiplicans, utrūque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunq; ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunq; ipsorum θ, κ, multiplicās, utrunq; ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut θ ad κ, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad κ, sic δ ad ζ: & sicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, sic λ ad β. patuit autē quòd sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continuè sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt, quod demonstrasse oportuit.

Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondet.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

10 I fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorum quàm cuborum: sint e, quidem a & c, f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uerò ad d sicut eadẽ triplicata. Manifestũ enim est quòd ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c, sic quoq; ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 septimi a ad g, sicut e ad f, & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata: quod est primum. Secundũ eodem modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b, & per 19 K ad d, sicut e ad f, quare c, h, K, d, sunt etiã continuè proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata: quod est secundum.

c........
a...
e.. h............
g......
f... k..................
b.........
d...........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 11.*

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis numerus. Et quadratus ad quartum duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, & ipsius quidem α, latus sit γ, ipsius uerò β, sit latus δ. Dico quòd ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniam α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipsorum γ, δ, multiplicans utrunq; ipsorum α, ε, effecit: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, at δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorũ igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, Igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus: quod oportuit demonstrasse.*

α.........
γ...
ε............
δ....
β...............

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 12.*

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quòd ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε: ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum κ, faciat. Vterq; autem ipsorum γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunq; ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniã α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum κ effecit: ipsum autem κ, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniam γ utrunq; ipsorũ γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorum ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) sicut γ ad δ, sic ζ ad κ. Rursus quoniam γ utrunq; ipsorum ε ζ, multiplicans, utrunq; ipsorum α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut autem ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniã uterq; ipsorum γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunq; ipsorum θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ.*

α........................
θ..............................
κ..
β...
γ...
δ....
ε.........
ζ............
κ................

Rursus quoniam δ utrunq; ipsorum ζ, κ, multiplicans, utrunq; ipsorum α, η, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad κ, sic est κ ad β, sicut autem ζ ad κ, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, sic ι, ad β. Patuit autem quod & sicut γ ad δ, sic est α ad θ, & θ, ad κ, & κ, ad β. Ipsorũ igitur κ, ζ, bini medij proportionales sunt, hoc est θ λ. Dico iam quòd & α ad ζ triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt α, θ, ι, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet ratione quàm α ad θ, sicut autem est α, ad θ, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplam raationem habet quàm γ ad δ: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*


I numerorum continuæ proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur, qui inde producẽtur sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Quod si itẽ in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis esse, necesse est. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, quorum quisq; in se ducatur, & proueniũt ex a quidẽ, d, ex b, uerò e, ex c, f. Dico quòd d, e, f, sunt continuè proportionales, quod si item a ducatur in d & proueniat g, b quoq; in e, & proueniat h, & c in f, proueniat K, dico etiam quod g, h, k, erunt continuè proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per æquam proportionalitatẽ arguè d ad e, sicut e ad f: quod est primum. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniant n & p, c quoq; ducatur in e & m, & proueniant q & r, eruntq; per easdem g, n, p, h, q, r, k, continuè quoque proportionales in proportione primorum, per æquam igitur proportionalitatem conclude g ad h, sicut h ad k: quod est reliquũ. Eadem erit ratio, quotiescũq; primi in productos ducantur.

a .... b ...... c ....
d 16
l 24
e 36
m 54
f 81
g 64
n 96
p 144
h 116
q 314
r 486
K 729

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 13.*

Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, & multiplicãs unusquisq; seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis ꝓportionales erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON *ex Zamb. Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ, & ipsi quidem α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ι, ζ, ipsos autem δ, ι, ζ, multipiicãtes, ipsos efficiant κ, θ, κ. Dico quòd & ipsi δ, ι, ζ, & ipsi κ, θ, κ, continuè sunt proportionales. Ipse nanq; α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterq; autem ipsorum α, β ipsum multiplicans λ efficiat utrunque ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicans, ipsum efficiat ξ, uterq; autem ipsorum β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedentis theorematis discursu ostendemus quod ipsi δ, κ, ι, & κ, μ, ν, θ, continuè sunt proportionales in ipsius α ad β, ratione, & ipsi ι, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi κ, λ, ι, igitur, ipsis ι, ξ, ζ, in eadem sunt ratione & insuper ipsi κ, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ. & æqualis est quidem ipsorum δ, λ, ι, multitudo, multitudini ipsorum ι, ξ, ζ, ei autẽ quæ ipsorum est κ, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidem δ, ad ι, sic est ι, ad ζ. Sicut autem ν ad θ, sic est θ ad κ: quod oportebat demonstrare.*

α .. β .... γ ....
δ ....
λ ....
ι ....
ξ 52
ζ 64
κ ....
μ ....
ν 52
θ 64
ο 128
π 256
κ 512

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 13.

13 

SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, e conuerſo. Conſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ex c in d eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, continue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idẽ ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Conuerſa ſic patet, ſi c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continue proportionales.

a . . . .
e . . . . . .
b . . . .
c . .
d . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 14.

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus metiatur, & quadratus quadratũ metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ δ, at α ipſum β metiatur. Dico quòd & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 13 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinue ſunt proportiõales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum ε. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metitur & γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratiõe: & quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε metitur autẽ γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, et quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.*

α . . . .
ε . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 

SI cubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum, latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & ecõuerſo ducatur enim b in ſe & fiat e, d quoq; in ſe, & fiat f, cõſtat igitur quòd ex c in e ſit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & K, proueniant ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, cõtinuè quoq; proportionales in eadem proportione, itaq; ſi a numerat b idẽ per 7 huius numerabit h, quare & c, d eſt enim c ad d, ſicut a ad h, conſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut conuerſa prioris. Nam ſi c numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 15.

15 Si cubus numerus cubum numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat κ. Vterq; autem ipſorũ γ δ ipſum ζ multiplicans utrũq; ipſorũ θ κ faciat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 & 18 ſeptimi et 12 octaui) quod ipſi ε ζ κ et α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſum θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α, ipſum β metitur. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α θ κ β cõtinue proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniam enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . . .
θ . . . .
κ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
κ . . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

15 

SI numerus quadratus quendã aliũ quadratũ non numeret, nec latus ſuum, latus illius numerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti proposuit opponuntur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, si a non numerat b, c quoque non numerabit d, e conuerso etiam si c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, si itaque c numerat d, per secundam partem 13 huius & a numerabit b, quod est contrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primam partē 13 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cùm numerat ipsum: quod est impossibile.

a.... b........

c.. d...

CAMPANI annotatio. Quemadmodū autem necesse est cōuerti negationes oppositas affirmationibus quas 13 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quę opponuntur illis affirmationibus quas pręmissa conuerti demonstrauit, conuertantur. Vnde si cubus non numerat cubū, nec latus eius numerabit latus illius: e conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autē hoc per præmissam à destructione consequentis, sicut quod propositum est per 13, ideóque hoc autor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones pręcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 16.* *Conuersa 14.*

Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neque latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur. 16

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, eorum autem latera sint γ δ. At α ipsum β non metiatur. Dico quòd neque γ ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β ipsum β, neque igitur γ ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ ipsum δ. Dico quòd neque α ipsum β, metietur. Si autem α ipsum β metitur, & γ (per 14 octaui) ipsum δ. Non metitur autem γ, ipsum δ (per hypothesin) neque α igitur, ipsum β metietur: quod erat demonstrandum.*

α.........

β...............

γ...

δ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 17.* *Conuersa 15.*

Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur. 17

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α latus esto γ, ipsius uerò β sit δ. Dico quòd & γ ipsum δ non metietur. Si enim γ ipsum δ metitur, & α ipsum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipsum β (per hypothesin) neque igitur γ ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quòd & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum β metietur, & γ ipsum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipsum δ (per hypothesin) neque α igitur ipsum β metietur: quod oportuit demonstrasse.*

α........

β..........................

γ......

δ...........

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



SI duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerū secundū proportionalitatē continuam eis interesse. Eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quòd inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uerò latera, sint e & f, eruntque ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad e, sicut d ad f, cōstat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaque g ex e in d, eritque per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b,

a......

g...........

b.................

c..

d....

e...

f......

g ad b, est itaq; g, continuā proportionalitate medius inter a & b, quod est propositum. Correlarium autē patet, cū sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadē est illi quæ est c ad e.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*



17 SI secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sunt enim d & e minimi in proportione qua continuantur a c b, qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitq; ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter, sitq; ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales, & erunt etiam per diffinitionē d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipsi sint similes, sic habeto, cùm enim ex d in g, fit c, & ex e in f, fit idem c, erit per secundam partē 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositū. Hoc autē ultimū quod est a & b esse similes, potest etiā haberi per 19 & 18 septimi, & per has hypotheses quod a c b, sunt continuè proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g.

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g .....

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*



18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem interesse, eritq; proportio unius solidi ad alterum sibi similem, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciēs se proportionaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, solidi similes, dico quòd inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, sint f g h, eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, K & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, K & l, superficiales & similes, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundum proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l b, si igitur ex e in m, & l fiant n & p, erūt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m & n ad p, sicut m ad l, quare a n p, sunt cōtinue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a n p b, sint continue proportionales secūdum proportionem c ad f, sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterum interpositi, quod est propositum. Correlarium autē patet, cū proportio a ad b sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata quæ est eadem illi quę est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g .....
h ...
K ......
m ....
l ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



19 SI eis secundum continuam proportionalitatē duo numeri interiacēt, quilibet duo numeri, solidi sunt atq; similes.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e f g, eruntq; per 17 e, & g, superficiales et similes: sint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correlarium 16 huius e ad f, sicut h ad l, aut sicut K ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se primi, ideoq; per 25 septimi, in sua proportione minimi, & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b, sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod sit secundum n, & item c & b æqualiter, quod sit secundum p. Quia igitur ex h in K fit e, & ex e in n fit a, sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusq; latera h K n, similiter quia ex l, in m fit g, & ex g in p b, sequitur etiam ut b, sit solidus & eius latera l, m p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodem in p b: erit per 18 septi-

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

mi, n ad p, ſicut d ad b, & quia ſic erant h ad l, & K ad m, per diffinitionem manifeſtum eſt a & b, eſſe ſimiles: quod eſt propoſitum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones, ſcilicet 16, 17, 18, 19, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta, 18, 19, 20, 21, hoc ordine reſpondẽt, prima primę, ſecunda tertiæ, tertia ſecundæ, quarta quartæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Duorum ſimilium planorum numerorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON *ex Zamb. Sint bini plani ſimiles numeri α β, & ipſius α, latera ſint γ δ, ipſius autẽ β ſint, ε ζ. Et quoniam ſimiles plani ſunt, qui proportionalia habent latera (per 22 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ. Dico igitur quòd ipſorum α β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet, quàm γ ad ε, uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſsim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt, ipſius autem latera ſunt γ δ, igitur δ, ipſum γ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ε, ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans, ipſum efficiat κ, et quoniam δ, ipſum quidem γ multiplicans, ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit κ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α ad κ. Sed ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ: ſic α ad κ. Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit κ, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum β fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt κ ad β, oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ, ſic eſt α ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad κ ſic eſt κ ad β. Igitur ipſi α κ β, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur α β unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α κ β cõtinue proportionales ſunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam habet rationem quàm ad κ, & eſt ſicut α ad κ, ſic eſt γ ad ε, & δ ad ζ, & α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ ad ε uel δ ad ζ: quod erat demonſtrandum.*

```
α ...........
κ .................
β .........................
γ ..
δ ......
ζ ...
β .........
```

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19.*

Duorum ſimilium ſolidorum numerorum, bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationẽ habet, quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON *ex Zamb. Sint bini ſimiles ſolidi numeri α β & ipſius quidem α, latera ſint γ δ ε, numeri ipſius autem β ſint ζ η θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habent proportionalia, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, ſicut autẽ δ ad ε, ſic η ad θ. Dico quòd ipſorum α β, bini medij proportionales ſunt numeri, et quòd α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad ζ, uel δ ad η, uel inſuper γ ad θ. Igitur γ ipſum δ multiplicãs ipſum efficiat κ: at ζ ipſum η multiplicãs ipſum efficiat λ. Et quoniã ipſi γ δ, ipſis ζ η in eadem ſunt ratione, ex ipſiſq; γ δ gignitur κ, ex ipſis autẽ ζ η, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorum igitur κ λ, unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ ſic eſt μ ad λ. Et quoniam δ ipſum quidem γ multiplicans, fecit ipſum κ, ipſum autem ζ multiplicans, fecit ipſum μ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ, ſic μ ad λ. Ipſi igitur κ μ λ, continuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad ζ, ratione Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, uiciſsim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad η. Rurſus quoniam eſt ſicut δ ad ε, ſic η ad θ, uiciſsim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut δ ad η, ſic eſt ε ad θ. Ipſi igitur κ λ μ cõtinue ſunt proportionales in ipſius γ ad ζ, & δ ad η ratione, & inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ, ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat, & quoniam α ſolidus eſt, latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ε eũ*

qui ex

```
α ........
ν ............
ξ ..................
β ..........................
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ .........
```

qui ex γ δ, multiplicans, ipſum effecit α, at qui gignitur ex γ δ, eſt κ. Igitur ε ipſum κ multiplicans, ipſum effecit α. Id propterea etiam θ ipſum qui gignitur ex ζ κ hoc eſt λ multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniam ε, ipſum κ multiplicans ipſum α effecit, ſed et ipſum μ multiplicans, ipſum ν effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut κ ad μ, ſic eſt α ad ν. Sicut autem κ ad μ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad κ, & inſuper ε ad θ, ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad κ, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν. Rurſus quoniam uterq; ipſorũ ε θ ipſum multiplicans μ, utrunq; ipſorũ ν ξ fecit, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt ν ad ξ. Sed ſicut ε ad θ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et δ ad κ, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν, & ν ad ξ. Rurſus quoniã θ, ipſum μ multiplicãs cõficit ipſum ξ, ſed & ipſum λ multiplicans, ipſum effecit β, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut μ ad λ, ſic ξ ad β.

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

Sed ſicut μ ad λ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad κ, & ε ad θ, et ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad κ, & ε ad θ, ſic nõ ſolũ ξ ad β, ſed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipſi α ν ξ β, continue ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico inſuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, quàm γ numerus ad ζ uel δ ad κ, & inſuper quàm ε ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue ſunt proportionales, hoc eſt, α ν ξ β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β triplam rationẽ habet, quàm α ad ν. Sed ſicut α ad ν ſic patuit γ ad ζ, δ ad κ, & inſuper ε ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ numerus ad ζ numerum, & δ ad κ, & ε ad θ: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

20 Si binorum numerorũ unus medius proportionalis fuerit numerus, ſimiles plani erunt ipſi numeri.

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis eſto γ, numerus. Dico quòd ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Sumantur (per 35 ſeptimi) enim minimi numeri eandem rationẽ habentium ipſis α γ β, duo: ſintq; δ ε. Eſt igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad γ, ſed ſicut α ad γ, ſic eſt β ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic γ ad β. Aequè igitur δ ipſum α metitur, & ε ipſum γ, quoties autem δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ζ, igitur ζ ipſum δ multiplicans ipſum effecit α. Ipſum autem ε multiplicans, ipſum fecit γ, quare α, planus eſt: latera autem eius ſunt δ ζ (per 22 diffinitionem ſeptimi) Rurſus quoniam ipſi δ ε minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ β, æquè igitur (per 21 ſeptimi) δ ipſum γ, metitur & ε ipſum β, Quoties autem ε, ipſum β metitur, tot unitates ſint in ipſo κ, Igitur ε ipſum β metitur per eas quæ in κ, ſunt unitates, igitur κ ipſum ε multiplicans, ipſum effecit β, igitur planus eſt (per 22 diffinitionem ſeptimi) latera autem eius ſunt ε κ. Igitur ipſi α β, plani ſunt duo numeri. Dico inſuper quòd et ſimiles. Quoniã enim uterque ipſorum ζ κ, ipſum ε multiplicans, utrunq; ipſorum γ β effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad κ, ſicut eſt γ ad β. Sicut autem γ ad β, ſic δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic ζ d κ. Ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt numeri, eorũ enim latera proportionalia ſunt: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . .
ε . . . . .
ζ . . . . . .
κ . . . .

Hoc fiet, per 35 ſeptimi, ſumẽdo ipſorum aut α γ, aut γ β, maximam dimenſionem, per quam inuenientur duo in eandem ratione minimi, hoc eſt δ ε.

21 Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri.

THEON ex Zãb. Duorũ enim numerorũ α β, duo medij proportionales ſint numeri γ δ dico q ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt. Sumãtur enim (p 35 ſeptimi aut 2 octaui) minimi numeri eãdẽ rationẽ habentiũ eiſdẽ α γ δ β, tres, ſintq; ε ζ κ. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε κ, primi adinuicẽ ſunt, & quoniã ipſorũ ε κ, unus medius proportionalis eſt numerus, ſimiles igitur plani ſunt (p 20 octa.) Sint

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
κ . . . .
θ . . .
η . . .
λ . . . .
μ . . . .

Hoc fiet per 35 ſep. ſumendo ipſorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimenſionẽ, per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipſorũ uel α γ, uel γ δ, uel δ β, ſumẽdo maximã dimẽſionẽ per quã ſumẽtur duo in eadẽ ratiõe minimi, per quos per 2 octaui ſumentur tres, hoc eſt ε ζ κ.

Sint igitur ipsius quidem ε, latera θ κ, ipsius autem ζ, sint λ μ. Manifestum igitur est ex hoc, quòd ipsi ε ζ κ, continua proportionales sunt in ipsius θ, ad λ ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ε ζ κ, minimi sunt eandem rationem habẽtium ipsis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε, ad κ, sic est α ad δ. At ε κ, (per 3 octaui primi) sunt, primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 septimi) metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorẽ, hoc est antecedens antecedentẽ, et sequẽs sequentem: æquè igitur ε, ipsum α metitur, & κ ipsum δ: quoties igitur ε, ipsum α, metitur tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ε, multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ κ. Igitur ν, eũ qui ex θ κ, gignitur multiplicãs ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ κ ν. Rursus quoniam ipsi ε ζ κ, minimi sunt eandem rationem habẽtium ipsis γ δ β, æquè igitur ε, ipsum γ metitur, & κ ipsum β. Quoties autem κ, ipsum δ metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur κ, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum κ multiplicans, ipsum effecit β. At κ est ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipsum fecit β.

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
κ ....
θ ...
κ ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ μ ξ. Igitur ipsi α β, solidi sunt. Dico insuper quòd & similes, quoniam ν ξ, ipsum ε multiplicantes, ipsos fuerunt α γ, est igitur (per 18 septimi) sicut ν, ad ξ, sic est α ad γ, hoc est ε, ad ζ. Sed sicut ε ad ζ, sic est θ ad λ, & κ ad μ, & igitur (per 11 quinti) θ ad λ, sic κ ad μ & ν ad ξ, & sunt quidem ipsi θ κ ν latera ipsius α, ipsi uerò ξ λ μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α β, numeri solidi sunt similes: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



I trium numerorũ continuè proportionaliũ primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum esse. 22

Campanvs. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, sitq; a quadratus. Dico quòd c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes: cùm igitur a sit quadratus, per hypothesin, erit c quadratus.

a .... b ..... c ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit. 22

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autẽ sit quadratus. Dico quòd & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α γ (per 20 octaui) unus medius proportionalis est numerus β, igitur α γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ: quod erat demonstrandum.*

β ....
β ....
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*



I quatuor numerorum continuè proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est. 23

Campanvs. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d sitq; a cubus, dico quòd d est etiam cubus, constat enim per 19 quòd a & d sunt solidi similes, & quia a est cubus per hypothesin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 23.*

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit. 23

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, sit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipsorum α δ, duo medij proportionales sunt numeri β γ. Ipsi igitur α δ, similes sunt solidi numeri, at α cubus est, cubus igitur est & δ: quod demonstraße oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 22.



22 SI duorum numerorum, quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c, & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquũ eſſe quadratũ. Cùm enim c & d, ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

24 Si bini numeri rationẽ habuerint, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicẽ rationẽ habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerũ δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quòd & β quadratũ eſt. Quoniam ipſi γ δ, ſunt quadrati, ipſi γ δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur γ δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et ſi ſicut γ ad δ, ſic α ad β. Ipſorum igitur, α β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, et β igitur quadratus eſt: quod erat demonſtrandum.

α . . . .
. . . . . .
β . . . .
γ . . . .
. . . .
δ . . . .

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.



23 SI duorum numerorum quorum proportio unius ad alterum ſit, ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquum eſſe cubũ. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadẽt duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaq; per 21 manifeſtũ eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si bini numeri adinuicem rationẽ habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerũ, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, adinuicẽ rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubũ numerum δ, cubus autẽ eſto α. Dico quòd & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ δ, ſimiles ſolidi, ipſorũ igitur γ δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ δ, cõtinuè proportionales cadũt, totidem & inter eandẽ rationẽ habentes cadũt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipſi ε ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ζ β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β: quod erat demonſtrandum.

α ——— 8
ε ——— 12
ζ ——— 18
β ——— 27
γ ——— 64
——— 95
——— 44
δ ——— 216

Camp. 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.



24 NVmerorum ſuperficialium ſimiliũ eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quòd unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in continua proportione qui ſit c, ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui ſunt d e f, erũt per correlarium 2, d & f quadrati: &

a . . . .
c . . . .
b . . . .
d . . . .
e . . . . . .
f . . . .

e

quia per æquam proportionalitatem est a ad b ſicut, d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 26.*

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 26

THEON ex Zamb. *Sint ſimiles plani numeri α β. Dico quòd α ad β rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt, inter ipſos igitur α β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & ſit γ, aſſumãturq́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandẽ ipſis α β γ, habentium rationem, ſintq́; δ ε ζ: ipſi igitur ipſorum extremi, hoc eſt δ ζ, ſunt quadrati. Et quoniam eſt ſicut δ ad ζ, ſic α ad β, & ipſi δ ζ, ſunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonſtrare oportebat.*

α ....
γ ....
β ....
δ ....
ε ....
ζ ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.



Mnium duorum ſolidorũ ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum. 25

CAMPANVS. Sint a & b ſolidi ſimiles, dico quòd eſt proportio unius eorum ad alterum eſt, ſicut alicuius cubi ad aliquem alium cubũ. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij ſecundum continuam proportionem, qui ſint c & d, & in eorum proportione ſint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium ſecũdæ: quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b, ſicut e ad h, liquet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 27.*

Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum. 25

THEON ex Zamb. *Sint ſimiles ſolidi numeri α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt, inter ipſos igitur α β (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadũt, & ſint γ δ. Accipianturq́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem habẽtium rationem ipſis α γ δ β, ſintq́; ipſis æquales multitudine ε ζ κ θ. Ipſi igitur ε θ, eorum extremi cubi ſunt: eſtq́; ſicut ε ad θ ſic α ad β. Et α igitur ad β rationẽ habet, quã cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
κ ....
θ ....

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM
elementorum, Liber nonus.

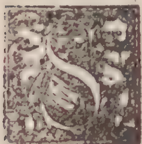
Ex Campano. *Diffinitiones.*



Ar numerus, eſt qui poteſt in duo ęqualia diuidi. 2 Impar numerus, eſt qui in duo ęqualia diuidi non poteſt, additq́ſ ſupra parẽ unitatem. 3 Pariter par eſt, quẽ cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerãt. 4 Pariter impar eſt, quem cuncti pares eũ numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter eſt, quẽ pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti impares 1

pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uerò, qui maior.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*

1 I fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorũ multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratum: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdẽ, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cùm d sit quadratus, erit per 20 eiusdem, c quoq; quadratus: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

γ ....
....
δ ....
β ....
......
α ....

THEON *ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quòd γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans ipsum fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autem inter binos numeros cõtinuè proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ: quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

2 I ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonum ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uerò ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illũ numerum aliquem esse tetragonum. Itemq; si ex ductu tretagoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem nõ tetragonum esse. Si uerò tetragonus in numerum aliquem nõ tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.

c ....
....
d ....
b ....
....
a ..

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autem octaui, cùm d & c sint superficiales similes, eo quòd sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdem, a & b sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secunda patet ex hac, cùm sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequentis. Quarta uerò patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

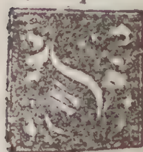
Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, inuicem sese multiplicantes, quadratum efficiant γ.* Dico *quòd & ipsi α β, similes plani sunt numeri. Ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniam α seipsum quidē multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autē β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ: & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ γ, similes plani sunt, ipsorū igitur δ γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. Ipsorū igitur α β (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorū unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α β similes plani sunt: quod oportuit demonstrasse.*

γ ....
....
δ ....
β ....
......
α ...

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



I numerus cubus in seipsum ducat̄, q̄ inde ꝓducet̄ erit cubus. 3

CAMPANVS. Sit a cubus ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicum a, ex c uerò in se, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: sunt igitur unitas c d a, continue proportionales, quod ex 18 septimi, & pręsentibus hypothesibus manifestum est, & quia est a ad b, sicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas est in a toties a in b, erūt inter a & b, duo numeri medij secundū proportionalitatē continuā per 8 octaui, cùm igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdē, b quoq; cubus: quod oportebat demōstrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si cubus numerus seipsum multiplicās aliquē fecerit, factus cubus erit. 3

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, seipsum multiplicās, ipsum efficiat β.* Dico quòd *β cubus est, accipiatur enim ipsius α, latus γ, & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestum iam est, quòd γ ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α: & quoniā γ seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed et unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ et δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continuè proportionales numeri γ δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autem α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri, & ipsorum igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui) Si autē binorū numerorū bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 21 octaui) est autē α cubus, & β igitur cubus est: quod ostendere oportuit.*

β ....
....
....
α ....
δ ....
γ ..
Vnitas.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



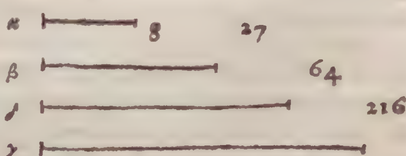
I cubus in aliū cubū ducatur, qui inde producetur erit cubus. 4

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c esse cubū: fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, cōstat ex 23 octaui, c esse cubum: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquē fecerit, factus cubus erit. 4

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubū numerū β multiplicans, efficiat γ.* Dico quòd *γ cubus est. Ipse nāque α seipsum multiplicās, ipsum efficiat δ. Igitur δ cubus est (per præcedentem) Et quoniā α seipsum multiplicans, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicās, ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniā ipsi α β cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α β. Ipsorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus, cubus igitur est & γ: quod demonstrare oportebat.*



Euclid. ex

Euclid.ex Camp. *Propositio 5.*

5 
I numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritq́ productus cubus, in quem ductus est, numerū cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur nō cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepręmissam erit cubus, quia igitur est per 18 septimi a ad b sicut d ad c, estq́ a cubus, sed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod est propositum. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, à destructione consequentis, secunda per præmissam, similiter à destructione consequentis.

1728 729
C.5
Z.5.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 5.*

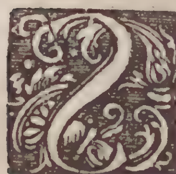
5 Si cubus numerus numerū aliquē multiplicās, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

64 27

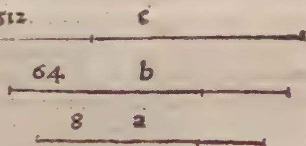
THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α numerū aliquē β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 3 noni) & ipse δ, & quoniam α seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicās ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq́; sicut δ ad γ, sic est α ad β: & ipsorum igitur α β, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq́; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonstrasse.*

α β δ γ

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 
I ex ductu cuiusdam numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessariò comprobatur.

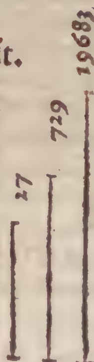
CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq́ b cubus: dico ergo a esse cubū. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniam cōstat ex 18 septimi, quòd sit a ad b, sicut b ad c, cùm sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum; quod est propositum.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

6 Si numerus seipsum multiplicās, cubū fecerit, & ipse cubus erit.

THEON *ex Zamb. Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus est. Ipse enim α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Quoniam igitur α seipsum quidē multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniam α seipsum multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum effecit γ, sicut igitur (per 27 septimi) α ad β, sic β ad γ. Et quoniam ipsi β γ cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorum igitur β γ (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq́; sicut β ad γ, sic α ad β, & ipsorum igitur α β bini, medij sunt proportionales numeri (per eandem) est autem β cubus, cubus igitur est & α: quod ostendere oportuit.*



Euclid.ex Camp. *Propositio 7.*

7 
I numerus cōpositus in numerū quemlibet ducatur qui inde producetur, erit solidus.

CAMPANVS. Sit a numerus compositus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c esse numerū solidum. Cū enim a sit compositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq́ eū secundū e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione solidorum c solidus, eiusq́ latera e d b: quod est propositum.

e . .
d . .
c . . . .
b . . . . . .
a . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

Si cōpositus numerus numerum aliquem multiplicās, aliquem fecerit, factus solidus erit.

THEON *ex Zamb. Cōpositus enim numerus α numerū aliquē β multiplicās, ipsum γ efficiat. Dico quòd γ solidus est. Quoniā enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionē) metiatur eum δ. & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicās, ipsum efficit α. Et quoniam α ipsum β multiplicās, ipsum γ fecit, & α est ex δ ε, qui igitur ex δ ε, ipsum β multiplicās, ipsum effecit γ: & ε igitur eū qui ex δ γ, multiplicās ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est latera autē ipsius sunt ipsi δ ε β: quod ostēdere oportuit.*

ε . . .
δ . .
γ 48
β . . . .
α . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



I fuerint numeri ab unitate cōtinuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuò sequitur.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales, unitas a b c d e f g h K l m n. Dico b esse quadratum, & d, omisso c, et sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existētes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septim⁹. Dico itē c esse cubū, & f, duobus obmissis, & sic in cęteris. Omnisq; simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariū, uel quēlibet multiplicē ipsius ternarij unitatē, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cōueniūt oēs qui duos trāsmittunt. Itēq; dico f ab unitate septimū, esse quadratū cubicū, & similiter n, quinq; numeris intermissis, idēq; in cæteris. Simpliciter autē dico, cuius locus ac unitate addit super senariū, uel quēlibet multiplicē ipsius unitatē, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus illū esse quadratū cubicū: quadratū quidē quoniā eius locus impar, cubū autē quoniā super multiplicē ternarij addit unitatē, quippe senarij multiplices, cūctos ternarij necesse est esse multiplices. Quę autē proposita sunt, sic cōstat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq; b ex diffinitione quadratus. Quia igitur b c d, sunt cōtinue proportionales, cū b sit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d esse quadratum. Eadē ratione & f, quia d e f, sunt cōtinue proportionales, & d est quadratus. Idē in cæteris uno intermisso. Cōstat itaq; primū. Secundū sic. Cū sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur à diffinitione ut ex a in b suū quadratū fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c d e f, sunt cōtinue proportionales, sed & f g h k, est autē c cubus, necesse est per 19, uel 21 octaui, ut f quoq; sit cubus, ideoq; & k. Idēq; in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secundū. Quoniā autē in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisq; quinq; medios obmittentibus, simpliciter uerò & in omnibus quorū locus super quēlibet multiplicē senarij addit unitatē, terminētur quadratorū & cuborū cōputationes, in his quidē unius, in illis autē duorū obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat ergo totum quod dicitur.

4096 n
2048 m
1024 l
215 k
256 h
128 g
64 f
92 e
61 d
8 c
4 b
2 a
•

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Si ab unitate quotcūq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquētes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquētes omnes, septimus uerò cubus simul & quadratus & quinq; relinquentes omnes.

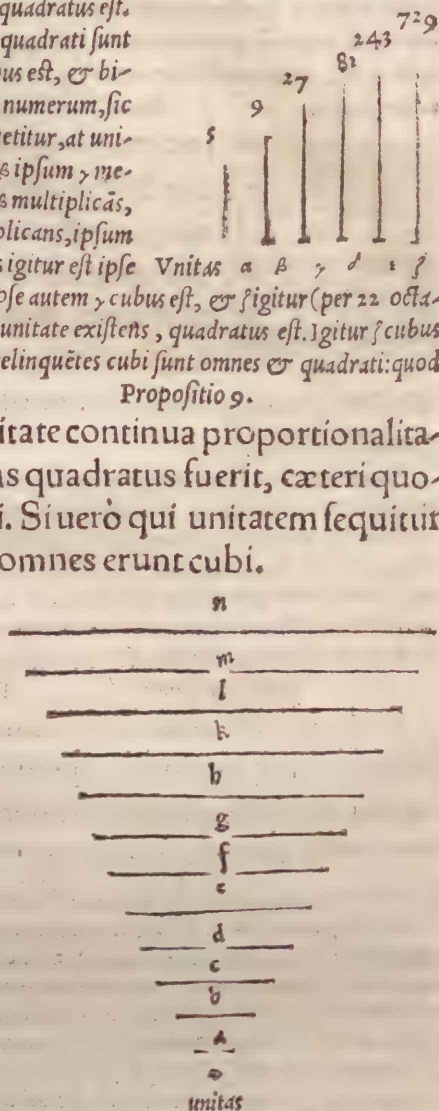
ἑξῆς continue — THEON *ex Zāb. Sint ab unitate quilibet ordinatim proportionales numeri α β γ δ ε ζ. Dico quòd tertius quidē ab unitate scilicet β, est quadratus, & unū relinquētes oēs, quartus autē γ est cubus, & binos relinquētes oēs, septimus uerò ζ cubus & simul quadratus, et quinq; relinquētes omnes. Quoniā enim est si-*

cut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerũ, & α ipsum β metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur, & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iã id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quòd & unum relinquẽtes, quadrati sunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos reliquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum, sic β ad γ: æquè igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur et β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicãs, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum δ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autem γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratum autem est, quòd ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostẽdemus quod & quinq; relinquẽtes cubi sunt omnes & quadrati: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. Propositio 9.



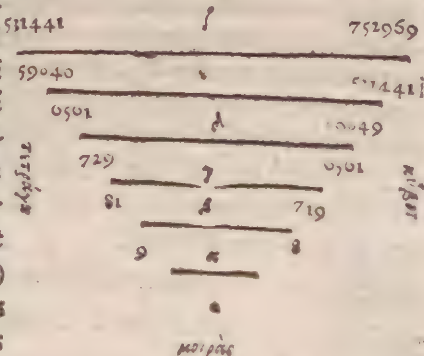
9 Si in numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatẽ sequens quadratus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem sequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.



CAMPANVS. Sint qui prius continuè proportionales ab unitate, sitq; a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoq; dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus, c uerò constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesq; sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem: sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singuliq; quatuor continuè sumpti, continuè proportionales.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Si ab unitate quotcunq; numeri consequẽter proportionales fuerint, qui uerò post unitatẽ quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.



THEON ex Zamb. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem, α sit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidẽ tertius ab unitate, β sit quadratus & unũ relinquẽtes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico quòd & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniã ipsi α, β, γ, ordinatim sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniã ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (p 22 octaui) est quadratus. Similiter iã ostendemus quòd & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dco quòd reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-

bus est, & binos relinquentes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum β metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates: et α igitur ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autem cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus est (per tertiam noni) & β igitur cubus est. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales sint ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. Propositio 10.



SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quisquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si uerò secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex opposito subiecti præmissæ, infert partem oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus cõstitutos esse quadratos, omnesq; quorum locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatem, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continuè proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratum. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius nullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatē, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus. 10

THEON ex Zăb. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem α non sit quadratus. Dico quòd neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unū relinquentibus omnibus. Si enim poßibile, esto γ quadratus, est autem et β quadratus: ipsi igitur β, γ, adinuicem rationē habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicē rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipsi α, similes plani sunt, et quadratus est β, igitur α est quadratus, quod non suppositum est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quòd neq; alius ullus cubus erit, exceptos ab unitate quarto et binos relinquentibus omnibus. Si enim est poßibile, sit δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α, per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β cubum effecit. Si uerò numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni.) Cubus igitur est & α, quod suppositum non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quòd neq; alius ullus cnbus est, præter quartum ab unitate & binos relinquētes omnes: quod ostendendum fuerat.*

5 9 36 18 245 729

Vnitas α β γ δ ε ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 11.



SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimū numeret, eū quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est. 11

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint usq; ad d continuè proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quòd idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 32 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 26 eiusdē ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodē in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrarium hypothesi. Idem aliter. Cum si e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 32 septimi, itaq; per 32, eiusdē, erunt minimi in sua proportione: quia autem e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uerò quod ex a in c, fiat d, ergo per secundam partem 30 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdem, e numerabit c, & sit ut secundum g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo quòd secundum h, & quoniam rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positum erat non numerare, ergo accidit impossibile.

6 36 216 1296 5 13 108 846
a b c d e h g f

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

12 N numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continuè proportionales, dico nullum ipsorum numerare f, nisi secundum aliquem aliorum. Constat enim quòd e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundē f secundū b, est nanq; per æquam proportionalitatē d ad f, ut unitas ad b. De c quoque patet eodem modo, quod secundum seipsum numeret eum. Econuerso quoq; a numerat eum secundum e, eo quod sicut unitas ad e, ita ad f, b uerò secundum d, est enim ut unitas ad d ita b ad f, uerum igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem, numerare ipsum: conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f..
e...............................
d................
c........
b....
a..
Vnitas.

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 11.*

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cōtinuè ꝓportionales fuerint, minor maiorē metitur per aliquē præexistentē in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continuè proportionales β, γ, δ, ε. Dico quòd ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorum γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε: æquè igitur α unitas ipsum β numerum metitur, & δ ipsum ε: uicißim igitur (per 15 septimi) æquè α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates.*

ε................
δ........
γ....
β..
α.

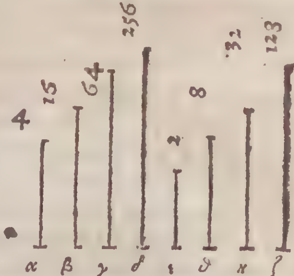
Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 12.*

12 Si ab unitate quotlibet numeri cōtinuè ꝓportionales fuerint, quot primorū numerorū ultimū metient, tot & eū qui apud unitatē est metiēt.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quòd quot primorum numerorum ipsum δ metiuntur, tot quoque & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico etiam quòd ε ipsum α metiatur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerorum quem non metitur, primus est (per trigesimumprimum septimi) ipsi igitur α, ε, primi sunt adinuicem. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Rursus quoniā α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.*

effecit. Igitur qui ex α,γ, ei qui ex ε ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentẽ: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per κ. Igitur ε ipsum κ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,ζ, ei qui ex ε,κ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic κ ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ζ, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum ζ effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε θ, ei qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autẽ & minimi: minimi uerò (per 21 septimi) metiuntur eandẽ eis rationẽ habẽtes æqualiter, antecedẽs antecedentẽ & sequens sequentẽ. Igitur ε ipsum α metitur, sed & nõ metitur, quod est impoßibile. Ipsi igitur α,ε, non sunt adinuicẽ primi: cõpositi igitur. At cõpositos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionẽ cadũt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionẽ) quàm sub sibijpsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur: similiter iam demonstrabimus quòd quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metientur: quod ostendere oportuit.

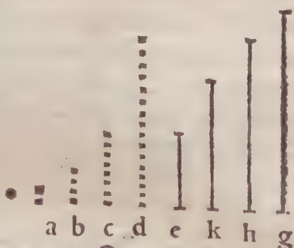


Euclid. ex Camp. Propositio 13.

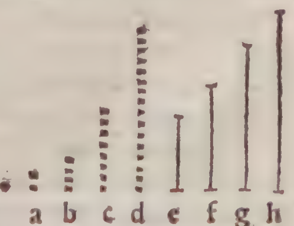


Votlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, si qui unitatem sequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit. 13

CAMPANVS. Sint ut prius usq; ad d, continuè proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum, qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritq; per secundam partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundũ h, sequiturq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidem est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autẽ cõpositus, per eandẽ sequitur numerũ primũ numerantẽ g, numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. Sequitur ergo per secũdam partem 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo quòd tã ex a in b, quàm ex g in h constat produci c, numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus, itaq; per secundam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quàm ex h, in K b. Manifestum est autem K non esse a, nullus enim numerorum g, h, K, est aliquis ex a, b, c, d: si enim g esset aliquis ex eis, cum ipse numeret d secũdum e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundũ g, non erit h aliquis ex a, b, c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autem quòd non, nec igitur h. Eadẽ ratione nec K, cũ enim ipse numeret b secundum h, si ipse esset a, conuinceretur per præmissam, h quoque esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum, non est itaq; a primus: quod est impoßibile.



ALITER idem. Si e diuersus ab a, b, c, d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, quod ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tã ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaq; f, c, sit ut secundũ g, eritq; per 33 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundam partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sicq; ut secundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut numeret g, h ergo per secundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra



est contra hypothesin. Si autem æqualis, erit unusquisq; numerorum g,f,e, aliquis ex a, b,c,d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiam cõtra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 13.*

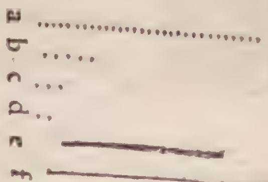
13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatẽ primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexistentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, qui uerò post unitatem sit primus, hoc est α. Dico quòd maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim poßibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem manifestum quòd ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existẽs, quod est impoßibile. Igitur ε primus non est: cõpositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mẽsurã cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur quare & ipsum α metietur primum existentem, cùm ei non sit idem, quod est impoßibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorũ α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quòd α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quòd ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentẽ non existens ei idẽ, quod est impoßibile. Igitur ζ nõ est primus. Cõpositus igitur, & perinde eũ aliquis primus numerus metietur. Dico q, eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primũ existentem, cum ei non sit idem, quod est impoßibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per κ, similiter ostẽdemus quòd ipse κ: nulli ipsorũ α, β, est idẽ & quod eũ metitur ipse α. Et quoniã ζ ipsum γ metitur per κ: igitur κ ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, κ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic κ ad β: metitur autem α ipsum ζ, metitur igitur & κ ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quòd ipsi α non est θ idem: & quoniam κ ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur κ ipsum θ multiplicans ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, κ, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad κ, metitur autem α ipsum κ, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdum est. Igitur ipsum δ maximum alter numerus non metietur præter ipsos α, b, γ: quod oportuit demonstrare.*

ζ
κ
θ
ε
δ
γ
β
α
unitas

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 
SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos assignatos.



CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui sunt b,c,d, Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorum b,c,d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaq; sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 14.*

Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur, prҿter eos qui in principio metiuntur. 14

THEON *ex Zamb. Minimus enim quem ipsi β,γ,δ, primi metiuntur, sic α. Dico quòd ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β,γ,δ, si enim poßibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorum β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metitur per ζ: ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β,γ,δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 septimi) ipsi igitur β,γ,δ, unum ipsorum ε,ζ, metientur. Ipsum autem ε non metiētur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β,γ,δ, est idem: ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentē ipso α, quod est impoßibile. Nam α supponitur minimus, quem ipsi β,γ,δ, metiūtur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur, præter β,γ,δ: quod oportuit demonstrare.*

α ....
β . .
γ . . .
δ . . . . . .
ε ————————
ζ ————————————

Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*


I quotlibet numeri continuè proportionales secundū suam proportionem fuerint minimi, quicunque aliquem illorum numerat, alteri terminorū illius proportionis erit commēsurabilis. 15

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi secundum proportionem f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quòd h est commensurabilis f uel g, sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse nō potest. Itaque per correlarium 33 septimi, erit h commensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritque ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est commensurabilis f uel r, sed non erat f, sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit commensurabilis g, quod est propositum.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . . .
K . . . .
l . . . .
m . . . .
n . . . .
p . . . .
q . . . . . .
r . . . .
f . . g . . . h . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*


I fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse, necessariò comprobatur. 16

CAMPANVS. Sint a,b,c,d, continuè proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui sit e, compositum ex a,b,c, numerabit & d: per præmissam igitur erit e, communicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaque numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui sit h: quia ergo h numerat e, numerabit

numerabit d,& compositum ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterq; numerat utrunque mediorum, & simpliciter omnes si plures duobus sint,ex 2 octaui, sequitur ut ipse numeret b & c,ergo & a,quia numerat totũ a, b,c,non sunt igitur a & d contra se primi, quod est inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque constabit,compositũ ex a, b, d, primũ esse ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, sequitur per præmissam, ut aliquis numerus, qui etiã sit h,numeret e & alterũ duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b, d,sed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compositũ ex a & d.Et quia necessariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorũ f,g,numerabit et reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi,& ita idem ut prius.

a........
b............
c..........c.......
d......................
a........ b............ c..................
a........ b............d...........................
e
f..
g...
h

CAMPANI *annotationes*. Demonstrant autem idem aliter de tribus continuè proportionalibus & minimis sine adminiculo præmissæ, probant enim ex quibusq; duobus compositum primum esse ad reliquum.Sint itaq; tres continuè proportionales & minimi a, b, c, quorum termini d & e:dico tunc compositum ex a & b,primum esse ad c, & compositum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b.Manifestum enim est ex secundo octaui,quod ex d in se,fit a,& in e,fit b,& ex e in se,c,& ex 22 septimi,quod d & e sunt contra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus est ad e,erit per 25 eiusdẽ qui ex d in d e producitur(& ipse est compositus ex a & b)primus ad e:sequitur ergo per 26 eiusdem ut etiam compositus ex a & b sit primus ad c,fit enim c ex e in se,simili quoq; demonstratione probabis compositum ex b & c primum esse ad a.

a....
b......
c.........
a....b......
c.........
b...... c........
a....
d..
e...
d..e...

At uerò compositum ex a & c,primum esse ad b,sic habeto. Cum sit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 septimi,qui ex d in e producitur(& ipse est b)primus ad d e,itaq; per 26 eiusdem qui ex d e in se prouenit(& ipse est qui componitur ex a & c & duplo b)primus erit ad b: sequitur ergo compositum ex a & c primum esse ad b,necesse enim est ut ex duobus compositus,cum primus fuerit ad unum eorũ ex quibus componitur,sit primus ad reliquum:demonstratum autem est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis compositum ex a & b produci ex d in compositũ ex d & e,supposito quod ex d in se fit a & ex eodem in e,b,itemq; quod ex d e in se producatur compositum ex a & c & duplo b,supposito eo quod prius,& quod ex e in se fit c. Huius itaque gratia proponimus hæc demonstranda.

a....
b......
c.........
a....c.........
b......
d..
e...
d..e..

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet,tantum est quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem proponit prima secundi de lineis.Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g.Dico quòd ex a in compositum ex b & c & d, prouenit compositum ex e & f & g.Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur, ut tota pars sit b e tota c f,sed & d tota g,quota est unitas a, per 5 itaq; septimi, tota quoq; pars erit cõpositus ex b & c & d,compositi ex e & f & g, quota est unitas a, ergo per diffinitionem ex a in compositum ex b & c & d, fit compositus ex e & f & g,quod est propositum.

a..
b... c.... d.....
e...... f........g...........
a..
b... c.... d.....
e......f........g..........

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in unum,æquum est ei quod

fit ex composito eorum in eundem.

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoque compositus ex his ex illorum composito in eundem, quod ex 17 septimi, & præmonstrato facilè concluditur.

b... c.... d....
a..
e...... f........ g..........
b... c.... d....
a..
e...... f........ g..........

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum. 3

Vt si a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est enim per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d, quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f: ex composito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum, itaque constat propositum.

a.. b... c....
d.... e...... f........
a.. b... c....
d.... e...... f.......

Numero in quotlibet partes diuiso, tantum est quod fit ex toto eo in se, quantum quod ex eo in omnes suas partes. 4

Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in se, quantum in omnes illos b, c, d: posito enim e æquali a, constat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, sed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in se, & ex e in partes a, quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est, uerum esse quod dicitur.

b.. c... d....
e..........

Numero in duo diuiso, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ tantũ est, quantum quod ex eodem in se & in alterum. 5

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c est, quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, est quãtum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d, constat propositum.

a
b..... c...
d..

Numero in duo diuiso, quod ex ductu totius in se est, quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum. 6

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in se, quantum ex b in se & c in se, & ex b bis in c. Est enim per 4 harum, quod ex a in se, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo autem in b, per præmissam est quantũ ex b in se & in c, at ex a in c, per eandem est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est quantum ex b in c per 17 septimi, liquet uerum esse quod proponitur.

a
b...... c...

Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiso, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum est quadrato medietatis totius. 7

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos numeros æquales, qui sint a c & c b, itemque in duos inæquales, quorum sit maior a d, & minor d b, dico quòd illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim, quadratum c b est æquale quadrato c d, & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in se & in c d bis, quantum ex ipso b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, constat ergo propositum.

a...... c... d.. b

Cum

8 Cùm fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cū quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

a.... c.... b.....d

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cum quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d, superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod est propositum.

9 Cùm numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se, cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

a
b...... d....

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse, quātum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis, Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b fit, quantū ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

10 Cùm fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquū est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

a.... c..... b.....d

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, constat uerum esse: quod propositum est.

11 Cùm fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuisus, quadrata amborū inæqualiū pariter accepta duplū sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorē pariter acceptis.

a...... c... d... b

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quòd quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

Cùm fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq́ adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato cõpositi ex medietate et adiuncto.

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq́ sibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq́ si a c additus æqualis uni diuidẽtium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uerò a c est æqualis c b, erit quadratũ a d quantum quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a .... c .... b ...

Numerũ aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur, æquum sit quadrato alterius, est impossibile. 13

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq́ a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totum b c, sicut b c detractũ ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadẽ a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d, ut sit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b, ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a ...... c .... e .. d .. b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 15.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habẽtium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt. 15

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quòd ipsorum α, β, γ, bini quilibet cõpositi, ad reliquum primi sunt. scilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq; δ ε, ε ζ manifestum iam est quòd δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ multiplicãs, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniã ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicẽ fuerint, et uterq; simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunq; ipsorũ δ ε, ε ζ, primus est. Sed et δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicẽ, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 tertiam secundi.) Qui igitur ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uerò ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostendemus quòd ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quòd ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniam δ ζ ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed ei qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ, Si enim quæ ex δ ε unà cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum communis dimensio metiatur compositũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cũ eo qui sub δ ε, ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterũ cum cõmunis dimensio metiatur & compositũ, non erũt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis, & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrariũ est ostẽsum.*

α .... β ....
γ ....
β .... γ ....
α ....
γ .... α ....
β ....
δ ...ε...ζ

Et qui

Et qui ex δ ε, ε ζ, igitur unà cum ijs qui bis sub δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Diuidendo quoq; qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt ad eum qui sub δ ε, ε ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ ε, δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui ex ε ζ, ipse γ, qui uerò sub δ ε, ε ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 17.

17 I fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cùm etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi: quod est contrarium positioni.

c ——————
b . . . . .
a . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 16.*

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quòd non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim poßibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uerò, metiũtur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem, metitur autem & seipsum: igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ: quod ostendere oportebat.*

γ ——————
β . . . .
α . . . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 18.

18 I quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundũ, tantum esse ultimum ad aliquem alium, est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, sintq; a & c cõtra se primi: dico quòd in eadẽ proportione nõ potest eis adiũgi alius: si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaq; per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi: quod est inconueniens.

d ——————
c . . . .
b . . . . . .
a . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 17.*

17 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicẽ. Dico quòd non est sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium. Si enim poßibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estq; sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut β ad γ sic γ ad δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impoßibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium: quod ostendere oportuit.*

ε ——————
δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 19.



Ropositis duobus numeris, an sit eis tertius continuè proportionalis, perscrutari. 19

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17; si uerò compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quem si a numerat, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eũ secundũ d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaq; quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d fit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quòd non, quare sequitur impossibile.

c. . . . .
d ———
b. . . .
a. . . . . .
c. . . . .
d. .
b. . . .
a. . . . .
. ————————
b. . . .
a. . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 18.

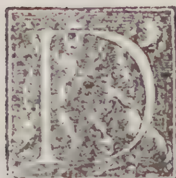
Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire. 18

*THEON ex Zamb. Sint bini dati numeri α, β, sitq; *opportunum scrutari, si est poßibile eis tertium inuenire proportionalẽ. Iam ipsi α, β, aut sunt primi adinuicẽ, aut non. Si quidẽ igitur primi sunt adinuicẽ, patet (per 16 noni) quod impoßibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sint ipsi α, β, primi adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum efficiat γ. Iã α aut ipsum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicãs, ipsum efficit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, δ, igitur ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quòd ipsis α, β, impoßibile est tertium inuenire proportionalẽ numerũ. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impoßibile. Non est igitur poßibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur: quod oportuit ostendere.*

* διορίσω.

γ. . . . .
δ ———
β. . . .
α. . . . . .
γ. . . . .
δ. . . . .
β. . . . . .
α. . . .
. ————————
β. . . . . .
α. . . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 20.



Atis tribus numeris continuè proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continuè proportionalis inquirere. 20

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cõpositus d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundã partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e fit idem, ergo a numerat d secundum e, sed positum erat quòd non. Idem potes perscrutari, quodlibet continuè proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundam partem 20 septimi: si autem primus productũ non numerat, nullus erit,

d ————————
e ————
c. . . . .
b . . . .
a . . . .
d ————————————
e . . . .
c. . . . .
b . . . .
a . . . .
. ————————
c. . . . .
b. . . . . .
a. . . .

erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartũ inuenire proportionalem.

THEON ex Zamb. Sint dati tres numeri, α β γ, sitq́; oportunum coniectare, si poßibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α β γ, aut continuè sunt proportionales, & eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt cõtinuè proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continuè sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continuè proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α β γ, continuè sunt proportionales: et eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impoßibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α β γ, continuè proportionales, extremis rursus primis existẽtibus adinuicẽ. Dico quòd & sic quartũ proportionalem inuenire, est impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq́; sicut β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impoßibile: ipsis igitur α β γ, quartum proportionalem inuenire est impoßibile. Sed iam rursus sint ipsi α β γ, continuè proportionales, at α γ, non sint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire est poßibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α ε, ei est æquus qui ex β γ, proportionalis igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α β γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quòd ipsis α β γ, quartũ proportionalẽ inuenire est impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε, ei qui ex β γ, est æqualis. Sed qui ex β γ, est ipse δ, & qui ex α ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicans ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impoßibile. Igitur ipsis α β γ, quartum proportionalem inuenire numerum est impoßibile, quando α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α β γ, neq; continuè sint proportionales, neq; eorum extremi adinuicẽ sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostẽdetur quòd siquidẽ α ipsum δ metitur, poßibile est eis proportionalẽ inuenire, si autẽ nõ metitur, est impoßibile: quod ostẽdere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 Atis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quòd numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico esse aliquem primũ diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorum, cùm quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoq; numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorũ numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propositi primi numeri α β γ. Dico quòd ipsis α β γ, plures sunt primi numeri. Accipiatnr enim (per 39 septimi) minimusquem ipsi α β γ: metiantur, sitq; δ ε, addaturq; δ ε unitas δ ζ, iam ε ζ, aut est primus aut nõ, sit prius primus, inuẽti igitur sunt primi numeri α β γ ε ζ, plures ipsis α β γ. Sed iam non sit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipsorum α β γ, est idem. Si enim η alicui ipsorum α β γ, est idem, ipsi autem α β γ, ipsum δ ε metiuntur, igitur & η ipsum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum: igitur η non est idem uni ipsorum α β γ, ipse autem supponitur & primus. Inuenti igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorũ α β γ, ipsi α β γ η: quod ostendere oportuit.*

α β γ ε η 114 23 δ . ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 22.



I coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quisq; numerorũ a b c, par. a . . b . . . . c . . . . . . Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem, sint ergo eorum medietates d e f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 13 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 21.

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est. 21

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipsi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariàm diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par est: quod ostendere oportuit.* α . . . . β . . . . . . γ . . . . δ . . . . ε

Euclid. ex Camp. Propositio 23.



I numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

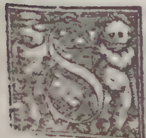
CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c d, impar: dico ex eis cõpositum, esse parem, dẽpta enim à quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia illę unitates, demptæ componunt parem, cùm sint numero pares, constat propositum per præmissam. a . . . b . . . . . c . . . . d . . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22.

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcũq;, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni) Est autem & unitatem multitudo par, totus igitur α ε par est: quod ostendere oportebat.* α . . . . . β . . . . γ . . . . δ . . . ε

Euclid. ex Camp. Propositio 24.



I numeri impares numero impares coaceruentur, totũ quoq; ex eis coaceruatum imparem esse. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis cõpositum esse imparem. Erit enim per pręmissam compositus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepræmissam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque cõstat totum esse imparem. a . . . b . . . . . c . . . .

Euclid. ex

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 23.*

23 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamb. *Componantur enim quotcunq; impares numeri, quorum multitudo sit impar α β, β γ, γ δ. Dico quòd totus α δ impar est. Auferatur ab ipso γ δ, unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par est: est autem & α γ par, & totus igitur α ε par est, est autem δ ε unitas: totus igitur α δ impar est: quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . . β . . . . . . γ . . . . ε . δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*



25 Ià numero pari numerus par detrahať, reliquus erit par. CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoq; sit medietas b, detractoq; e de d, sit reliquus f, erit per 13 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaq; est par: quod est propositum.

a
. . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . e . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 24.*

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *A pari enim α β, auferatur par. Dico quòd reliquus α γ par est. Nam quoniam α β par est, habet partem dimidiā: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam, par igitur est α γ: quod ostendere oportuit.*

α . . . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*



26 I de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est. CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritq; a d par, itaq; per 25, d b quoq; erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem: quod est propositum.

a . . . . d . c . . . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 25.*

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. *A pari nanq; numero α β, auferatur impar β γ. Dico quòd reliquus γ α impar est. Auferatur ab ipso β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par est. Est autem α β quoq; par, & reliquus igitur α δ, par est, at γ δ est unitas, igitur α γ impar est: quod ostēdere oportuit.*

α . . . . γ . δ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*



27 Ià numero impari detrahatur impar, reliquus erit par. CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quæ sit b d, erit uterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaq; constat a c esse parem: quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 26.*

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. *Ab impari nanque α β, impar auferatur β γ. Dico quòd reliquus γ α par est, nam quoniam α β impar est, auferatur unitas β δ: reliquus igitur α δ, par est. Iam id propterea & γ δ par est (per diffinitionem) quare & reliquus γ α par est: quod ostendere oportuit.*

α . . . . γ . . . . . . δ . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



Sià numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur impar est. 28

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuũ esse imparẽ. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cũ itaq; sit d b unitas, erit c b impar: quod est propositum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 27.*

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON ex Zamb. *Ab impari nanq; α β, par referatur β γ. Dico quòd reliquus γ α impar est. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par est: est autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par est est autem & unitas δ α, igitur γ α impar est: quod ostendere oportuit.*

α . δ . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*



SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par. 29

CAMPANVS. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 28.*

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par est. 28

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α parem β multiplicans, ipsum efficiat. Dico quòd γ par est. Nam quoniã α ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates cõponitur: estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uerò numeri pares quotcunq; componantur, totus par est (per 21 noni) igitur γ par est: quod ostendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*



SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24 manifesta est.

Hæ sequentes duæ ex Campano propositiones, nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit. 31

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat. 32

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod est inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 29.*

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit. 29

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quòd γ impar est. Nã quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est: quod ostendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*



SI numerus impar numerum parem metiatur, eiusdem quoque dimidium ipsum metiri necesse est. 33

Campanus

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitq́ c numerus impar qui numeret a, dico quòd c numerabit b, numeret enim a secundũ d, eritq́ per 31, d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ, e ducaturq́ c in e, & proueniat f, eritq́ per 18 septimi a ad f, sicut d ad e, & quia etiã est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales: cũ itaq́ c numeret f, idẽ numerabit b: quod est propositũ.

a .... f .....
b ...... e ..
c ... d ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 30.*

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON *ex Zamb. Impar enim numerus α, parem numerũ β metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniã α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quòd γ nõ est impar. Si enim possibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterq; ipsorum γ β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidiũ ad dimidium: metitur autem γ, ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidiũ per α: igitur α, dimidiũ multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq; per ipsius γ dimidium. Idq; propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.*

α ...
γ ......
β ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*



34 I numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quòd a est primus ad c, sin autẽ, numeret eos d. Cumq́ a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmissam itaq; a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi: quod est contra hypothesin.

c .... d
a ..... d ———
b ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 31.*

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus est.

THEON *ex Zamb. Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quòd α ad γ primus est. Si autem α γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & esto δ, est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α β, metitur primos adinuicẽ existentes, quod est absurdũ. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α γ, primi sunt adinuicẽ: quod erat ostẽdendũ.*

α ....
β ....
γ ....
δ ————

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*



35 Vmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, sitq́ a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq́ secundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidẽ constat per diffinitionem, cùm per 12 quilibet præcedẽs numeret quemlibet sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, constat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq́ medietas in duas, & hoc toties fiat, quousq́ numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cùm numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.

d ....
c ....
b ....
a ..
Vnitas .

Euclid. ex

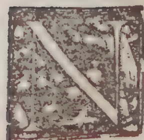
Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 32.*

A binario duplorum unusquisque, pariter par est tantum. 32

THEON *ex Zamb. A binario enim α, duplicentur quotcunque numeri β γ δ. Dico quòd ipsi β γ δ, pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisque pariter par est, manifestum est: à binario enim est duplicatus. Dico quòd & tantũ. Exponatur unitas ε. Quoniã igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorũ α β γ, hoc est ipsum δ nullus metitur, præter ipsos α β γ (per 13 noni) Est autem unusquisque ipsorum α β γ, pariter par. Igitur δ pariter par est autem. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α β γ, pariter par est tantum: quod oportuit demonstrare.*

δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . .
.
Vnitas.

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*



Vmerus cuius medietas est impar, est pariter impar. 36

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestũ itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundum e, eritque per secũdam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritque itaque e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a . . . .
b . . . . b . . .
c . . d . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propositio 33.*

Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum. 33

THEON *ex Zamb. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum: eius nanque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem) Dico quòd & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare et dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur δ pariter impar est tantum: quod oportuit ostendere.*

α . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*



Mnis numerus à duobus nõ duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter. 37

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b ponatur par: dico ipsum esse pariter parẽ & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secundum b: quia uerò a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisque medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitque is in quo sistit diuisio d. In numero quippe necesse est stare, quia si usque ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus non est, de d uero manifestũ est quod & ipse numerat a per hanc communẽ scientiã. Omnis numerus numerãs aliũ, numerat omnẽ numeratũ ab illo. Numeret ergo eũ secundum e, eritque e par, alioquin cùm d sit maior impar, sequeretur per 30 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundum c, qui quoque est par (est enim binarius) at uerò c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter: quod est propositum.

a . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . e . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 34.*

Si numerus neque à binario fuerit duplus, neque dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar. 34

THEON *ex Zamb. Numerus enim α non sit à binario duplus, neque dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium nanque non habet imparem. Dico iã quòd & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariàm secuerimus, idque semper efficientes, in quẽdam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si autẽ non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α: ad binariũ enim ueniemus, eritque ipse α ex ijs qui à binario duplicati sunt, quod nõ superponitur*

α . . . .

καταντήσομεν, incidemus.

ponitur

ponitur. Quare α pariter impar est, patuit autē quòd & pariter par. Igitur α pariter par est & pariter impar: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 I de secundo atque ultimo numerorum continuè proportionalium, æquale primi dematur, quantū est reliquum secundi ad primū, tātum esse reilquū ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, dematurq́; de c d æqualis a b, qui sit c k, & de g h qui sit g l. Dico tunc quòd proportio K d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d qui sit g n, eritq́; l n æqualis k d. Manifestū aūt est per 12 septimi, quòd cùm sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuū ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq́; sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, sicut n l ad a b: itaque coniuncti, per 13 septimi, erit l h cōpositus ex h m, m n & l n, ad compositū ex e f, c d & a b: sicut l n ad a b, ideoq́; sicut k d ad a b, quod est propositum.

g . . . . l . . . . n . . . . . . m . . . . h
e . . . . f
c . . . . K . . . . d
a . . . . b

Euclid. ex Zamb. *Thorema 35.* *Propositio 35.*

35 Si fuerint quocunq; numeri continuè proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

THEON ex Zamb. *Sint quocunq; numeeri continuè proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo, auferaturq́; ab ipsis βγ & εζ ipsi α æqualis uterq; ipsorum γη, ζθ. Dico quòd est sicut βη, ad α sic est θε ad δ, β, γ, α. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζκ, ipsi autē δ æqualis ζλ. Et quoniā ζκ ipsi γβ est æqualis, quorū ζθ ipsi γη est æqualis: reliquus igitur θκ reliquo ηβ est æqualis. Et quoniā est sicut εζ ad δ, sic est δ ad βγ, et γβ ad α: æquus aūt est δ ipsi ζλ & βγ ipsi ζκ, & α ipsi ζθ: est igitur sicut εζ ad ζλ sic λζ ad ζκ, & κζ ad ζθ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & sicut ελ ad λζ, sic λκ ad ζκ, & θκ ad κθ. Est igitur & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut εθ ad ζθ, sic ελ, λθ, κθ ad ipsos λζ, ζκ, ζθ: æqualis autem est κθ ipsi βη, & ζθ ipsi α. Ipsi autem ζλ, ζκ, ζθ, ipsis δ, βγ, α, est igitur sicut βη ad α, sic εθ ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes: quod ostendere oportuit.*

α . . . .
β . . . . η . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . λ . . . . κ . . . . θ . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*

39 Vm coaptati fuerint numeri ab unitate cōtinuè dupli, qui cōiuncti faciant numerum primum, extremus eorū in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus sit, qui ponatur esse numerus primus, in quē e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g esse numerū perfectum. Sumantur igitur h, k, l, cōtinuè dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint continuè dupli ad unitatem sumpti, eritq́; per æquam proportionalitatē l ad e, sicut d ad a: quare per primam partem 20 septimi, ex a in l prouenit f g, nā ipse f g prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq́; ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq́; per præmissam n g, quantum aggregatum ex e & h & K & l. Sed & f n cùm sit ęqualis e, est quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate,

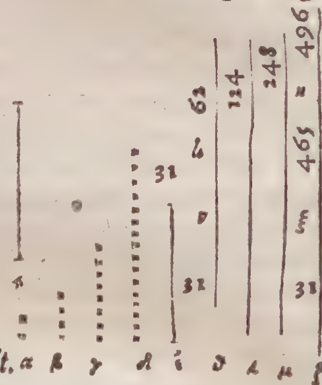
f 31 n 165 496 g
l 248
k 124
m 31 h 31 o 62
e 31
d
c
b
a
Vnitas
p q

itemq; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, K, l, de, quibus omnibus manifestum est, quòd numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuante æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut a ad c, sic k ad h, & ut d ad b sic K ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in K, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundum q, eritq; per 33 septimi, ut e numeret alterum eorum, ponaturque quòd numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d, quare cùm a qui sequitur unitatem sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, si enim q fuerit a, constat quòd p erit l, quòd si fuerit b, p erit K, si autem c, p quoque erit h: non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quòd f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propositio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri continuè expositi fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON *ex Zamb. Ab unitate siquidem exponantur quocunq; numeri continuè duplici proportione, quoad totus compositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ, η. Dico quòd ζ η perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estq; qui ex ε, δ, ipse ζ ν. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η est æqualis. Igitur α ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ ν: igitur μ ipsum ζ η metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ ν ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, η, continuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ, η, cõtinuè sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo κ θ, & ultimo ζ ν, ipsi ε primò æqualis uterq; ipsorum θ ν & ζ ξ: igitur (per præcedentem) sicut secundi numeri excessus ad primũ, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν κ ad ε, sic est ξ η ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν κ ipsi ε æquus, & ξ η: igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est autem & ζ ξ ipsi ε æqualis, at ε ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ ν æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorũ dimensionem cadit. Dico quòd ipsum ζ η nullus alius metitur, præter ipsos α, β, γ, δ, ε, κ, λ, μ, & unitatẽ. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorũ α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ η metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicãs ipsum fecit ζ η. Sed et ε ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit ζ η: est igitur (per 19 septimi) sicut ε ad ο, sic π ad δ: uicißim igitur (per 9 septimi) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continuè proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uerò post unitatẽ α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (per 13 noni) Supponitur quæ nulli ipsorũ α, β, γ, ipse ο idẽ: igitur ipsum δ ipse ο nõ metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neq; ε igitur ipsum π metitur, estq; ε primus, omnis autẽ primus numerus ad omnẽquẽ non metitur primus est (per 31 septimi) igitur ipsi ε, π, primi sunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentẽ, & sequens sequentem. Estq; sicut ε ad π, sic ο ad δ: æquè igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idem, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidẽ assumantur ab ipso ε ipsi ε θ κ λ: sunt aũt ipsi ε θ, κ, λ, ipsis β, γ, δ, in eadẽ ratiõe, ex æquali ergo p 25, est sicut β ad δ, sic ε ad λ: igitur qui ex β λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π ο, est æqualis, & qui ex π ο, igitur ei qui ex β λ est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estq; π ipsi β idem, & λ igitur ipsi ο est idem, quod est impoßibile. Nam ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζ η aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quòd ζ η ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis: perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η: quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, Liber decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Vantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicẽtur cõmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cõmunis quãtitas eas numerans, dicentur incõmensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarũ superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur, quarũ superficies quadratas non numerat una cõmunis superficies. Quæ cùm ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incommensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei cõmunicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incõmunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ. 8 Omnis uerò quadrata superficies, de qua per hypothesin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales, siue surdæ. 11 Latera uerò quę in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. Diffinitiones.



Ommensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadem mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt.

3 Rectæ lineæ potentia cõmensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommensurabiles aũt, quando nulla area cõmunis mensura esse potest eorũ quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quòd proposita recta linea, hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensurę, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incõmensurabiles. 5 Cõmensurabiles quidẽ, aut potẽtia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue lõgitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales.

8 Quę autẽ incõmensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratũ, rationale. 10 Et quæ huic commensurabilia, irra-

tionalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur.

12 Et ipsorum (si quadrata fuerint) latera, sin autē alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq́ ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



SI duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itēq́ de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq́ eodem modo, necesse est ut tandē minore positarum, minor quantitas relinquatur. 1

CAMPANVS. *Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c, uel eius residuo, quod necesse erit reliqui quantitatem minorem esse a. Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c, sitq́ eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipsa b c maius dimidio, quod sit b, d. Itemq́ ex residuo quod est g e, maius dimidio quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum residuum ut est hic a c, est minus a. Multiplicetur nanque h c quoties est multiplicata a in d e f, sitq́ eius multiplex K l m. Quia igitur unaquæq́ quantitatum K, l, m, est ęqualis h c, sequitur ut & K sit minor b g, sed et l minor g h, at quia m est ęqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cùm sit ergo d e f ad a sicut k l m n ad h c, sitq́ d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quòd a sit maior h e, quod est propositum. Idemq́ sequitur, si a maiori dimidium dematur, itemq́ de reliquo dimidiū, fiatq́ toties quousq́ maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorē positarū quantūlibet excedente.*

CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq́ de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri, quousque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppositū 15 tertij syllogisat. Sed hi non sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uerò nec angulum cōtingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idq́ semper fiet, relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine exposita.



THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines inæquales α, β, quarum maior sit αβ. Dico quòd si ab ipsa αβ, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ. Et quoniam minor est γ, igitur γ multiplicata, maior tandem erit quàm αβ. multiplicetur, & esto δε ipsius quidem γ multiplex, maior autem quàm αβ. Diuidaturq́; δε in æquales ipsi γ hoc est δζ, ζη, ηε. Auferaturq́; ab ipsa αβ maius quàm dimidium βθ, & ab ipsa αθ maius quàm dimidium, hoc est θκ: & hoc fiat semper, quoad quæ in αβ sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δε sunt diuisionibus, sintq́; igitur ακ, κθ, & θβ, diuisiones æquales existentes multitudine ipsi θ δζ, ζη, & ηε. Et quoniam maior est δε, quàm ex αβ, ablatumq́; est ab ipsa δε minus quàm dimidium, hoc est εη: ab ipsa autem αβ maius quàm dimidium βθ: reliquum igitur γδ reliquo θα maius est. Et quoniam maius est ηδ quàm θα, ablatumq́; ab ipsa ηδ dimidium, hoc est ηδ: ex ipsa autem αθ maius dimidio, hoc est κκ: reliquum igitur δζ reliquo ακ*

maius

maius est. Aequale autem est δ ζ ipsi γ, & igitur ipso α κ maius est: minus igitur est α κ ipso γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa α κ magnitudo, minor existens minore exposita magnitudine γ: quod oportuit demonstrasse. Similiter quoque ostendetur si dimidia sublata fuerint.

ALITER *idem ostendere. Constent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autẽ γ minor. Et quoniã minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandẽ quàm α ζ, multiplicetur & esto ζ μ ipsius γ multiplex. Diuidaturq; ζ μ, in ipsi γ æqualia, hoc est μ θ, θ ν, ν ζ, & ab ipsa α β auferatur maius quàm dimidium ζ ι, & ex ipsa ι α maius quàm dimidiũ, hoc est ι δ, & hoc fiat quoad quæ in ipsa ζ μ diuisiones æquales fiant ipsis quæ sunt in α ζ diuisionibus, fiant aũt sicut ζ ι, ι δ, & δ α. Et ipsi δ α unaquæq; ipsarũ κ λ, λ ν, & ν ξ esto æqualis, & hoc fiat quoad diuisiones quæ sunt in κ ξ fiãt æquales eis quæ sunt in μ ζ. Et quoniã β ι, maior est quàm dimidiũ ipsius α β, ipsa β ι maior est quàm ι α, multo maior igitur est β ι quàm δ α. Sed ipsi δ α æqualis est λ λ: igitur β ι maior est quàm ν ξ. Rursus quoniam δ ι maior est quàm dimidium ipsius ι α, ipsa igitur δ ι maior est quàm δ α, sed ipsa δ α æqualis est ipsi λ ν igitur ipsa δ ι maior est quàm λ ν. Tota igitur δ ζ maior est quàm ξ λ. Sed ipsa δ α æqualis est ipsi ν ξ. Tota igitur α β maior est quàm κ ξ. Sed ipsa μ ζ maior est quàm ζ α, multo maior igitur est μ ζ quàm λ ξ. Et quoniam ξ ν, ν λ, & λ κ, sibi inuicem sunt æquales, & μ θ, θ ν, & λ κ, sibi inuicem sunt æquales, & μ θ, ν κ, & ν ζ sibi inuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsarũ quæ in μ ζ, multitudini ipsarum quæ in κ ξ: est igitur sicut λ λ ad ζ κ, sic λ ν ad κ θ, & ν ξ ad θ μ: igitur (per 12 quinti) sicut λ λ ad ζ ν, sic ζ κ ad μ. Maior aũt est ζ μ quàm λ ξ, maior, igitur est & ζ κ quã λ κ. At ζ ν æqualis est ipsi λ λ ipsi α δ. Igitur γ maior est quàm α δ: quod oportuit demonstrare.*



Eucl. ex Camp. Prop. 2.



2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo supersit, ac deinde à minori ipsius reliqui æquale dematur, donec minus eo relinquatur: denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secundi donec minus eo supersit, auferatur et in huiusmodi cõtinua detractione nullũ reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse, necesse est.

CAMPANVS. Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duę quantitates inęquales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nõ occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommẽsurabiles esse. Si autem sint commensurabiles, sit cõmunis earum mensura c. Detrahatur igitur b ex a quoties potest, sitq; residuũ d, quod residuum detrahatur ex b quoties potest, & sit residuum e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per præcedentẽ, sitq; hic e minus c. Cùm igitur c mensuret b detractã ab a, & etiam a mensurabit per conceptionem, d residuũ: ideoq; cùm mensuret d detractum ab ipso b, & etiam ipsum b mensurabit e residuũ, sed erat e minus c: maior ergo quantitas mensurat minorem, quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

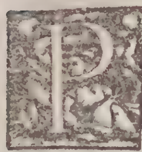
2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis: sublata semper minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedentẽ, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON *ex Zamb. Duabus enim magnitudinibis inæqualibus existẽtibus α β, γ δ, & existente minore ipsa α β, sublata semper minore ipsa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quòd incõmensurabiles sunt ipsæ α β, γ δ, magnitudines. Si enim sunt cõmensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur si poßibile est, & esto ι & κ β ipsam δ ζ metiens, relinquat seipsa minorem γ ζ. At γ ζ ipsam ζ κ metiens (per 1 decimi) relinquat seipsa minorem α κ, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quædã magnitudo quæ sit minor quàm ι fiat, & (per præcedentẽ) sumatur α κ minor quàm ι. Quoniã igitur ι ipsam α β metitur, sed α β ipsam δ ζ metitur. Igitur ι ipsam δ ζ metietur, metitur aũt & totã γ δ, igitur & reliquã γ ζ metietur. Sed γ ζ ipsam ζ κ metitur, et ι igitur ipsam β κ metitur: metitur autẽ & totã α ζ, & reliquũ igitur α κ metietur, maior minorem, quod est*

x 3 *impossibi-*

impoßibile. Ipsas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitudo. Incōmensurabiles igitur sunt ipsæ α β, γ δ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq; semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentē non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incōmensurabiles: quod oportuit demonstrare.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ropositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximā quātitatē cōmuniter eas numerantē inuenire. 4

CORRELARIVM.

Ex hoc itaq; manifestū est, quæ duas metitur quātitates, maximā quoq; cōmuniter ābas metientē metiri.



CAMPANVS. Huius demonstrationē, si 2 septimi, non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobiq; idem erit. *Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Prop. 3.*

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximā earum communem inuenire mensuram. 3

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines cōmensurabiles α, β, & γ, δ, quarū minor sit α β, oportet iam ipsarū α β, γ δ, maximā cōmunē inuenire mensurā. Igitur α β aut metitur ipsam γ δ, aut non. Si enim metitur, metitur autē et seipsam, igitur α β, ipsarū α β & γ δ cōmunis est dimensio. Et manifestum est quòd & maxima, maior nanq; ipsa α β magnitudine, ipsam α β non metietur. Non metiatur autem α β ipsam γ δ. Sublata igitur semper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipsæ α β, γ δ sunt cōmensurabiles, & α β ipsam ε δ metiēs relinquat se ipsa minorem ε γ: at ε γ ipsam ζ β metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζ α, at ζ α ipsam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ ipsam γ ε metitur, sed γ ε ipsam ζ β metitur, & α ζ igitur ipsam ζ β metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur α β metietur ipsa α ζ. Sed α β ipsam δ ε metitur, igitur α ζ ipsam ε δ metietur, metitur autem & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ ipsas α β & γ δ metietur: igitur α ζ ipsarū α β & γ δ cōmunis est dimensio. Aio quoq; quòd & maxima: si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa α ζ, quæ ipsas α β, & γ δ metietur, sitq; inquā η. Quoniā igitur η ipsam α β metitur, sed α β ipsam ε δ metietur. Metitur aūt & totā γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipsa η. Sed γ ε ipsam ζ β metitur & η ipsum ζ β metietur, metitur aūt & totā α β, & reliquā igitur α ζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa α ζ, ipsas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ ipsarū α β & γ δ maxima cōmunis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus cōmensurabilibus datis α β & γ δ, maxima cōmunis dimensio inuenta est α ζ, quod fecisse oportuit.*

CORRELARIVM.

Ex hoc manifestū est, quòd si magnitudo binas magnitudines mensa fuerit, & maximā earū cōmunē dimensionem metietur. *Euclid. ex Camp.* *Propositio 4.*



Ropositis tribus quantitatibus cōmunicantibus, maximā eas communiter numerantem inuenire. 4

CAMPANVS. Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secunda: simulq; correlariū ex hac deducet, ut illic ex secunda deductum est.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 4.*

Tribus magnitudinibus cōmensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire. 4



THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines cōmēsurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarū α, β, γ, maximā cōmunem mensurā inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipsarū duarum α, β, maxima cōmunis mensura, sitq; illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniā igitur δ ipsam γ metitur, metitur autē & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur. Igitur δ ipsarū α, β, γ, cōmunis dimensio est. Est manifestū quòd maxima, maior nanq; quā δ magnitudo, ipsas α, β, γ, nō metietur. Si enim poßibile, metiatur ipsas α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniā ε ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarū igitur α β maximā cōmunē mensurā metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem, quod est impoßibile. Non metiatur iam δ ipsam γ, dico quòd cōmensurabiles sunt ipsæ γ δ, Quoniam enim commensurabiles sunt ipsæ α, β γ, metitetur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet et ipsas α, β, metietur, quare & ipsarum α, β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlariū præce-*

præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ, δ. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ, δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ. Igitur ε, ipsarum α, β, γ, communis est mensura. Dico quòd & maxima. Si enim poßibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsis α β γ. Et quoniam ζ ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β: et ipsarũ igitur α β (per præcedens correlariũ) maximã cõmunẽ mensurã metietur. At ipsarũ α, β, maxima cõmunis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur, metitur aũt & γ, igitur ζ ipsas γ δ metitur, & ipsarũ ergo γ, δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipsas α, β, γ, nõ metitur. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, maxima cõmunis est dimẽsio, si nõ metiatur δ ipsam γ. Si aũt metiatur ipsa est δ. Trib. igitur magnitudinib. cõmensurabilib. datis, maxima cõmunis earũ dimẽsio inuẽta est, quod facere oportebat. α β γ δ ε ζ

CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestũ est, quòd si magnitudo tres magnitudines mẽsa fuerit, & maximam quoq; earũ cõmunem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mẽsura, & subinde correlariũ, inuenietur.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 5.*

5 
Mnium duarum quãtitatum communicantium est proportio, tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b reperta, ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerum e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est submultiplex e, igitur per æquã proportionalitatẽ a ad b, ut d ad e, quod est propositũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

5 Commensurabiles magnitudines, adinuicẽ rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamb. *Sint commensurabiles magnitudines α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quã numerus ad numerũ. Quoniã enim commensurabiles sunt α β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ. Et quoties γ ipsam α, metitur, tot sint unitates in δ, quoties aũt γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates, et unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsum α, est igitur sicut γ a α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sic ut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsum β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autem & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum ε metitur, & γ ipsum β. Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autem quòd & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) est: sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α β, ad inuicem rationem habent, quam numerus δ ad numerum ε: quod oportebat demonstrare.* α β γ δ ε ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 
I fuerint duę quãtitates quarũ sit ꝓportio unius ad alterũ tanq̃ numeri ad numerum, eas duas cõmunicãtes esse necesse est.

CAMPANVS. Hęc est cõuersa prioris, ut sit a ad b sicut numerus ad numerũ d, erũt duę quãtitates a et b communicãtes. Sit enim e toties mensurãs b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in c. Cũ sit igitur f ad e ut c ad unitatẽ, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cùm itaq; e mensuret f, per conceptionẽ mensurabit a: igitur a & b cõmunicantes, mẽsurabit enim & b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 6.*

6 Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quam nume-

rus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus δ ad numerū ε. Dico quòd cōmensurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso β unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α & uni earum æqualis esto γ. Quot autē unitates sunt in ε, ex totidem magnitudinibus ipsi γ æqualibus cōponatur ζ. Quoniā igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α æquales ipsi γ: qualis igitur pars est η, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α: est igitur sicut γ ad α, sic η unitas ad ipsum δ. Metitur autē η unitas ipsum δ numerum, metitur igitur & γ ipsum α. Et quoniā est sicut γ ad α, sic est η unitas ad numerum δ: & contra (per correlariū 4 quinti) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad η unitatem. Rursus quoniā quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ æquales magnitudines ipsi γ: est igitur sicut γ ad ζ, sic η unitas ad ζ numerum. Patuit autē & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatē η. Ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti) & sicut α ad β sic est & α ad ζ. Igitur α ad utranq; ipsarū β, ζ, eandē habet rationē, æqualis (per 9 quinti) igitur est β ipsi ζ, metitur autē γ ipsam ζ, metitur igitur & β sed & ipsam α. Igitur γ ipsas α, β, metitur. Cōmensurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commensurabiles sunt ipsæ magnitudines: quod erat ostendendum.*

α β γ ζ δ η ε

CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestū est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur et factu est poßibile sicut numerus ad numerū sic recta linea ad rectā lineā. Si autē ut ipsarū α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiā ζ, sic quòd α prima ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptam (per correlariū 19 sexti) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum: fit igitur sicut δ numerus ad ε numerum, sic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.*

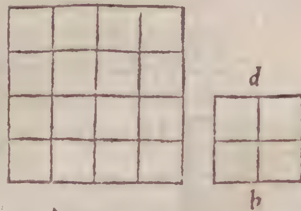
α β γ δ ε

ALITER *idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipsæ magnitudines sunt cōmensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earū æqualis esto ε. Est igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α: est aūt & sicut γ ad δ, sic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autē unitas ipsum δ: metitur igitur ε ipsum β, metitur aūt & α, quoniā unitas ipsum ε. Igitur ε utranq; ipsarū α, β, metitur. Ipsæ igitur α, β, cōmensurabiles sunt, & ε ipsarū cōmunis est dimensio.*

α β ε γ δ

Euclid. ex Camp. Proposit. 6 6

OMniū duarū superficierū quadratarū quarū latera in longitudine cōmunicāt, est proportio unius ad alterā, tanquā numeri quadrati ad numerum quadratū. Si uerò fuerit proportio superficiei quadratę ad superficiē quadratā, tāquā proportio numeri quadrati ad numerū quadratum, erūt latera earū in lōgitudine cōmunicātia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiē quadratā, non uelut numeri quadrati ad numerū quadratum, latera earum erūt in longitudine incommensurabilia.

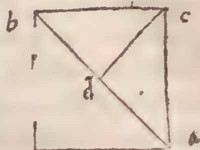


CAMPANVS. Sint a & b duæ lineæ quadratæ, quarū quadrata sint c & d. Dico quòd si a & b cōmunicant in lōgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerū quadratū, & econuerso. Si aūt proportio c ad non sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū, a & b erūt incōmēsurabiles in lōgitudine, & econuerso. Veruntamē istud argumentū quartum non proponit. Primum patet sic. Si a & b cōmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erūt in propositione duorū numerorū qui sint e & f, quorū quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur ut sit etiam c ad d e, sicut d etiā ad f, duplicata, sed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut e ad f duplicata: ergo c ad d, sicut

g. . . . . h. . . .
e. . . . f. .

ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit c ad d ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecundo, à deſtructione conſequẽtis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cùm enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, eritq́ per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritq́ ob hoc alter eorum impar. Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h, ſi ergo e eſt impar, erit quoque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h, eritq́ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratum a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaque g duplus ad h: ſic enim eſt quadratũ a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiam k eſt duplus ad h, ſequitur per nonã quinti, utputa g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & f impar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidiũ a b, quod ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni, ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui K ponatur eſſe duplus, eritq́ k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per pen ultimam primi, erit h duplus ad m, cumq́ k ſit etiã duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari: quod eſt propoſitum.



e... f....
g......... h...............
k.................................

e.. l.. f.....
m.... K........ h..........................

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.* *Conuerſa quintæ.*

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationẽ non habent, quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamb. *Sint incommenſurabiles magnitudines* α, β. *Dico quòd* α *ad* β *rationẽ non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet* α *ad* β *eã rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit* α *ipſi* β *(per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur* α *ad* β *rationẽ non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.* *Conuerſa ſextæ.*

8 Si binæ magnitudines adinuicem, rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines* α, β *adinuicẽ non eã habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ* α, β, *magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt* α *ipſi* β, *rationem habebit quã numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ* α, β *magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

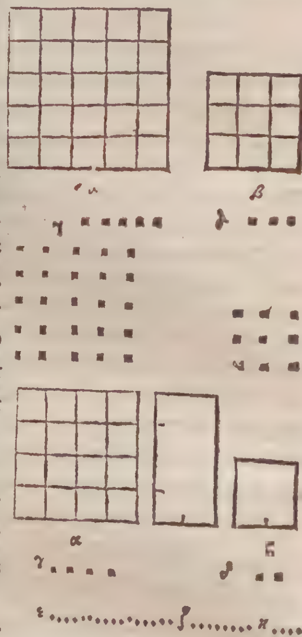
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 A longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationem habent quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebunt lõgitudine cõmenſurabilia. A longitudine uerò incõmẽſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicẽ rationem

non

non habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Et quadrata adinuicẽ rationem non habentia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; latera habebunt longitudine commensurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine cõmensurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β lõgitudine: igitur α ad β, rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat, inquã, quam γ ad δ. Quoniã igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidem α ad β, rationis dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratũ ratio: similes nanq; figuræ (per 19 sexti & per correlariũ primum 20 sexti) in dupla sunt ratione similis rationis laterũ) ipsius autem γ numeri ad δ numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (binorũ etenim quadratorum numerorũ (per 11 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratũ duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratũ quod ex α ad quadratum quod ex β, sic & ex γ numero, quadratus numerus ad eũ qui ex δ numero quadratũ numerum.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerũ, habeat autem quam γ ad δ, & γ seipsum multiplicans, efficiat ϵ ipsum autẽ δ multiplicans, efficiat ipsum ζ ad δ, seipsum multiplicãs, efficiat ipsum η. Quoniã igitur γ seipsum multiplicãs ipsum effecit ϵ, at multiplicãs ipsum δ fecit ipsum ζ: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α ad β, sic est ϵ ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α ad id quod sub α β (per 1 sexti) Est igitur sicut quod ex α ad id quod fit sub α, β, sic ϵ ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicans ipsum efficit ζ, δ aũt multiplicans ipsum effecit ζ: igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α ad id quod sub α β, sic ϵ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ϵ ad η: est autem uterque ipsorum ϵ, η, quadratus, ϵ quidem ab ipso γ, at η est ab ipso δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: quod oportebat demonstrare.*

Sed iam esto sicut quadratũ quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quòd α ipsi β commensurabilis est longitudine. Quoniam enim 2
est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autẽ qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per 11 octaui) ratio dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum: est igitur sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerũ. Igitur α ad β eam habet rationẽ quam γ numerus ad δ numerum. Commensurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β longitudine.

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quã quadratus numerus ϵ ad quadratum numerum η. Dico quòd commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ϵ latus γ, ipsius autem η sit δ & γ ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ϵ, ζ, η, continuè sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione (per 17 & 18 septimi) Et quoniã eorũ quæ ex α & β, medium proportionale est est id quod sub α β (per α7 sexti) & ipsorum ϵ η ipse ζ: est igitur sicut quod ex α ad id quod sub α, β, sic ϵ ad ζ: sicut autem quod sub α, β, ad id quod ex β, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, β, sic est α ad β. Igitur α & β commensurabilia sunt, rationem etenim habent, quam numerus ϵ ad numerum ζ, hoc est γ ad δ, quod oportebat demonstrare.*

α Re. 18. β Re. 9.

Sed iam incõmensurabilis esto α ipsi β longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commensurabilis erit α ipsi β, non est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratũ quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

tus ad numerum quadratum. Dico quòd incõmensurabilis est α ipsi β longitudine. *Si enim fuerit commensurabilis α ipsi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationem quã numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est α ipsi β longitudine. Incommensurabilis igitur est α ipsi β longitudine. A longitudine cõmensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.*

CORRELARIVM.

Et manifestum est ex his, quòd longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uerò incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potentia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solùm longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunq; igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerũ, cõmensurabilia potentia quidẽ habent latera, non aũt & longitudine. Quare longitudine quidem cõmensurabiles rectæ lineæ, omnino et potẽtia, quæ aũt potẽtia, non omnino lõgitudine, nisi rationẽ habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratũ numerum. Dico iam quòd & quæ longitudine incommensurabiles, non omnino & potentia. Quandoquidẽ quadrata cõmensurabilia, possunt rationẽ habere non quidẽ quam quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quã aliquis numerus ad numerũ, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potẽtia incommensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

8 SI fuerint duæ quãtitates uni quantitati cõmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b esse commensurabiles. Est enim per 5, a ad c sicut numerus ad numerum, similiter quoque per eandem, c ad b, sicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerũ e sicut a ad c, numerusq; f ad numerum g, sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g continetur in tribus terminis qui sunt h, K, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquam proportionalitatem, a ad b, sicut h numerus ad l numerum, per 6 igitur sunt a & b communicantes, quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; sequitur, quòd si fuerint duæ quãtitates sibi inuicem communicantes, cuicunq; una earũ cõmunicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cum qua communicet a, dico quòd b cõmunicabit cũ eadẽ, quod ex hac octaua patet cũ utrũque earum communicet cum a ex hypothesi. Quòd si iterum a & b sint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quãtitate cum qua non communicet a, dico quòd b non communicabit cum eadẽ. Si enim c cõmunicaret cũ b cũ a quoq; per hypothesin cõmunicet cũ eodẽ b, essent per hanc octauam a & c cõmunicantes, sed positum erat, quòd nõ essent: quare cõstat quod diximus.

Euclid. ex Campano. *Propositio 9.*

9 SI fuerint duæ quantitates cõmunicantes, totum quoq; ex eis confectũ utriq; earum erit cõmunicans. Si uerò fuerit totum utriq; commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPA-

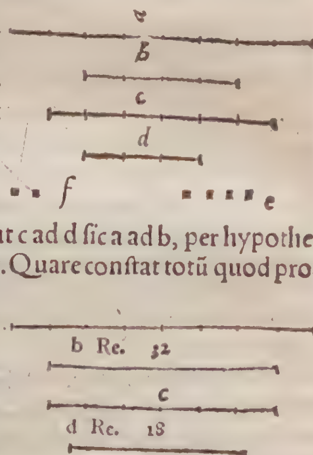
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b commensurabiles, dico totum ex eis compositum quod sit c, utrique earũ esse cõmensurabile, & econuerso. Adhuc quoque si totum ex eis cõpositum uni earum communicet, dico quòd cõmunicabit alteri, & ipsæ similiter inter se etiam communicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicantes, dico quòd c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, sic alteri earũ sit incommunicans, erit quoque incommunicans & alteri, & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primùm a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cùm utranque earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c, quare per diffinitionẽ c communicabit utrique earum scilicet a & b. Econuerso quoque si c cõmunicet utrique earum, sit omnium communis mensura d, constat itaque per diffinitionem a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earum quæ sit a, dico quòd communicabit cum b, & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cum b, & a communicat quoque cum b.

CAMPANI *additio.* Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earum. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum cõmunicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est incommunicans utrique earum, seu etiam alteri earum, erit quoque incommunicans reliquæ, & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione consequentis.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

Zamb. 13  Mnium quatuor quantitatum proportionalium, si fuerit prima communicans secundæ, tertia quoque erit communicans quartæ. Si uerò prima incõmensurabilis fuerit secundæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ. 10

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quòd si a communicat cum b, c quoque communicabit cum d: quòd si a est incommensurabilis b, c quoque erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cum d in potentia tantum, ueruntamen illud nõ proponit autor, quia facilè patet ex demõstratione priorũ. Si enim a cõmunicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia per hypothesin a ad b sicut c ad d, sicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur est c communicans cum d: quod est primnm. Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b, oportet c esse incommensurabilem d: nam si esset ei commensurabilis, cùm sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b, sed non erat. Quare constat totũ quod proponit autor. Quod autem adiunximus, uidelicet quòd si a cõmunicat cum b in potentia tantum, c communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cùm enim a non communicet cum b in longitudine, nec c quoque ex parte secunda huius, communicabit cum d in longitudine. At uerò cùm quadratũ a communicet cum quadrato b ex hypothesi, erit per 5, quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b, sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratum d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia, & quia non communicant in longitudine, constat propositum.

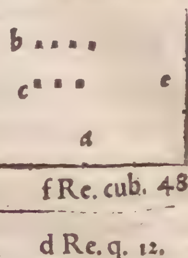


Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

Zamb. 14  Roposita qualibet recta linea, duas ei incõmensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas linas inuenire. 11

CAMPANVS. Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uerò sit incommensurabilis ei in longitudine

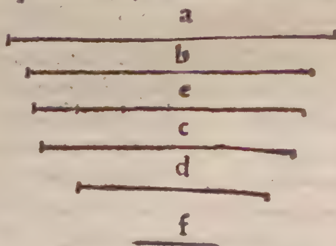
ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorũ, sintq; hi b & c, quos facile est sumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineę a, sicut numerus b ad numerum c. Hanc autem lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdem quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, sicut numeri b ad numerum c quare a et d, sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaq; d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio. Interpono ut docet 9 sexti, lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritq; per correlarium 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaq; per secundam partem 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaq; f secunda linea quam propositum erat reperire: & sic patet propositum.



Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

12 Mnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicãtis sibi in longitudine, necesse est tertiã quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratũ alicuius lineę communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales a b c d, sitq; a maior b, & c maior d, sit quoque a potẽtior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd si a communicet e in lõgitudine, c quoq; communicabit f in longitudine: quòd si a non communicat e in lõgitudine, nec c cõmunicabit f in lõgitudine. Quòd & si a communicat e in potentia tantùm, c quoq; communicabit f in potentia tantum. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cùm sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratum b, sicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a est æquale quadratis duarũ linearũ b & e, similiter quadratũ c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiunctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per ęquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primam partem decimæ constat prima pars huius, & per secundã secũda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propositiones ex Campano cũ suis additionibus, sequentibus septem ex Zamberto cum sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimęsextę ex Zamberto propositionibus. Decima autẽ et undecima apud Campanum decimæ, & undecimæ ex Zamberto propositionibus præpostero respõdent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

THEON. Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd *similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quòd si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quòd dißimiles plani numeri, hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dißimiles igitur plani numeri ad inuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.*

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 10.

Propositę rectæ lineę binas rectas incõmensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. 10

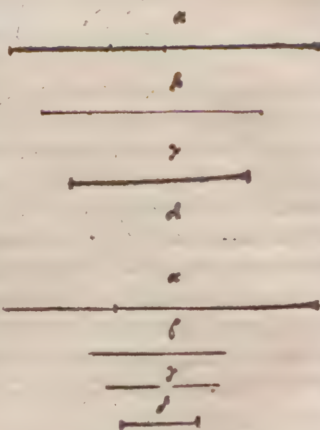
THEON ex Zamb. *Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incõmensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ et potentia. Ponantur bini numeri β γ δ, adinuicẽ rationẽ nõ habentes quàm quadratus numerus ad quadratũ numerum hoc est nõ similes plani (similes nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat sicut β ad γ, sic quòd ex α quadratũ ad id quod ex δ quadratũ, cõmensurabile igitur est quod ex α, ei quod ex δ, cõmẽsurabilis igitur potẽtia est α ipsi δ, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, longitudine. Capiatur (per 13 sexti) ipsarum α δ, media proportionalis ε, est igitur sicut α ad δ, sic quòd ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommensurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ε, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles longitudine, inquam tantum ipsa δ, at ε potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.*

Re. 16 me. pro. Re. 28

α ε δ β γ

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 11. 11

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secũdæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.



THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi β commensurabilis. Dico quòd & γ ipsi δ, est cõmensurabilis. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β, rationẽ habet (per 5 decimi) quã numerus ad numerũ. Estq; sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur et γ ad δ eã habet rationẽ quã numerus ad numerum. Cõmensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi β incommensurabilis esto. Dico quòd & γ ipsi δ est incommensurabilis. Quoniã enim incõmensurabilis est α ipsi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur (per octauam decimi) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, et quæ sequuntur reliqua: quod oportuit demonstrasse.*

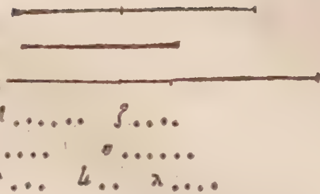
Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 12. 12

Quę eidẽ magnitudini cõmẽsurabiles, & adinuicẽ sunt cõmẽsurabiles.

THEON ex Zamb. *Vtraq; enim ipsarum α β, ipsi γ sit commensurabilis. Dico quòd & α ipsi β est cõmẽsurabilis. Quoniã enim cõmẽsurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat quã δ ad ε. Rursus quoniã cõmensurabilis est γ ipsi β, igitur (per eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat autẽ quã ζ ad η. Et rationibus datis quibuscũq;, ea scilicet quã habet δ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuè proportionales in datis rationibus, sintq; θ κ λ, sicut δ ad ε sic θ κ, sicutq; ζ ad η, sic κ λ. Quoniã igitur est sicut α ad γ sic δ ad ε, sed sicut δ ad ε sic θ ad κ, est igitur*

(per 11

(per 11 quinti) sicut α ad γ, sic est ϑ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad β, sic ζ ad κ, sed sicut ζ ad κ sic η ad λ, & sicut igitur ε ad β, sic η ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est ϑ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad β, sic est ϑ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quã numerus θ ad numerum λ. Commẽsurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β. Quæ idem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles: quod oportuit demonstrasse.



THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commẽsurabilis fuerit eidem, altera uerò incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsę magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipsi quidem γ esto cõmensurabilis: at β ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quòd & α, ipsi β est incommensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoq; & γ ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipsi β est commensurabilis: quod non supponitur.

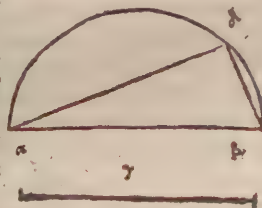
Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 13.

13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraq́ earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines cõmesurabiles α β, earumq́; altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incõmẽsurabilis. Dico quòd et reliqua β, ipsi γ incommẽsurabilis est. Si enim commensurabilis est β ipsi γ, iam α ipsi β commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cõmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impoßibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.



THEON ex Zamb. *Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior sit α β, oportet iam inuenire quo maius potest α β, quàm ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ β, & in ipsum (per 1 quarti) coaptetur ipsi γ æqualis α δ, connectaturq́; δ β, manifestum est iam quòd angulus α δ β rectus est, & quod α β, ipsa α δ, hoc est quàm ipsa γ maius potest ipsa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq́; inuenire potentem ipsas. Ponantur enim ut α δ, δ β, comprehendant rectum angulum qui sub α δ β, connectaturq́; α β. Manifestum rursus est (per 47 primi) quod ipsas α δ, δ β, potens est ipsa α β.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq́ prima secũda maius eo quòd fit ab eadem longitudine commensurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommensurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommensurabili.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, et α quidem, ipsa β, maius poßit, eo quod fit ex ε, γ uerò ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quòd si α ipsi ε est commensurabilis, commensurabilis est quoq; γ ipsi ζ, sed si α ipsi ε, incommensurabilis est, incommẽsurabilis est quoq; γ ipsi ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, est igitur sicut id quod ex α, ad id quod ex β, sic*

est id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α æqua sunt ea quæ fiunt ex ι, ει autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex δ ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex ι ε, ad id quod ex ε, sic quæ ex δ ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti) quòd sicut ex ι ad id quod ex ε, sic est id quod ex ζ ad id quod ex δ. Est igitur & sicut ι ad ε, sic est ζ ad δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti) sicut β ad ι, sic est δ ad ζ, est autem & sicut α ad ε, sic est γ ad δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad ι, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α ipsi ι, cōmensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uerò incommensurabilis est α ipsi ι, incommensurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.

α β ι γ δ ζ

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 15.

Si binæ magnitudines cōmensurabiles, cōpositæ fuerint, & tota utrique ipsarū commensurabilis erit. Et si tota uni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt. 15

THEON ex Zamb. *Componantur binæ magnitudines commensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ utriq; ipsarum α β, β γ, commensurabilis est. Quoniam enim cōmensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primā diffinitionē 10) metiatur, & sit δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur δ ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Commensurabilis igitur est (per 12 decimi) α γ, utriq; ipsarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit commensurabilis, sitq; ipsi α β. Dico quòd α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniam enim commensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur δ ipsas α β, β γ metietur. Commēsurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.*

α β γ

δ

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 16. Præcedentis conuersa.

Si binæ magnitudines incōmensurabiles cōpositæ fuerint, & tota utrique ipsarū incōmēsurabilis erit. Et si tota uni ipsarum incōmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipsarum α β, β γ, incommensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles non sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur si est possibile, sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas γ α, & α β, metitur & reliquam β γ metietur, metitur autē & α β, igitur δ, ipsas α β, & β γ, metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autem quòd et incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommēsurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quòd & ipsæ α γ, & γ β, incommensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommensurabilis esto, et primum ipsi α β. Dico quòd & ipsæ α β, β γ, incōmensurabiles sunt. Si enim sunt commēsurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eādem) metiatur, sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, & β γ metitur, & totam igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur δ, ipsas γ α, & α β metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uerò sunt quod & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quòd ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

α β γ

δ

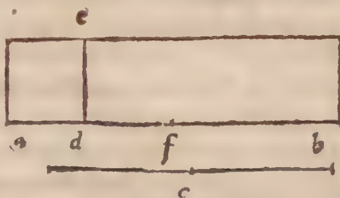
Euclid. ex Camp. Propositio 13.



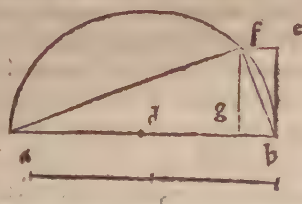
SI fuerint duæ lineæ inæquales quarū longiorē in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiūctæ superficiei desit ad cōplēdā totā lineā superficies quadrata, necesse est ipsam lineā lōgiorē linea breuiori tāto amplius posse, quantū est quadratū alicuius lineę cōmunicantis eidē longiori in lōgitudine. Si uerò lōgior fuerit potētior breuiori, augmento 13

gmento quadrati lineæ communicantis sibi in longitudine, eiq; adiũgatur superficies æqualis quartę parti quadrati breuioris lineę, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam, eandem lineam lõgiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineę c, ita quòd desit ad complendam lineã a b, superficies quadrata: hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quòd inter eas cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 sexti, superficies b d in d a, quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 secundi erit eadem subquadrupla quadrati lineæ c, d: est quoq; ad complendam lineam a b, superficies quadrata, cùm & a d sit æqualis d e. Dico itaq; quòd si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineę secum cõmunicantis in longitudine, & econuerso. Cùm enim sit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata & quia ipsa est ęqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaq; de maiori earum quæ sit d b, abscindatur d f, æqualis a d: eritq; per 8 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineæ f b, quam necesse est cõmunicari toti a b, si linea a d est communicans lineæ d b: si enim hoc fuerit, erit d b cõmunicans d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f, igitur & cũ tota a b. Sicq; patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potentior c in linea f b quæ communicet cum eo in longitudine. Dico tunc quòd quarta pars quadrati lineæ c, addita ad lineam a b, ita quòd desit superficies quadrata, diuide lineam a b, in duo communicantia. Diuidatur enim f a per æqualia in d, & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b, superficies quadrata, eritq; per 8 secundi, quadratum a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c, cùm superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d, cùm sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d sit communicans cum a b, erit etiam communicans cum a f, per nonam, quare & cum a d, sed & cum d f, itaq; & d b est communicans cum a d, quod est secundum.



NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea a c) possit sic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Cùm enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alteram, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineam a b, ita quòd desit superficies quadrata: hoc enim sic fiet. Diuisa a b per ęqualia in d, lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpẽdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidistans ad a b, usq; quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f (necesse est enim ut secet eam, cum linea a b sit maior linea c) & ducatur f g, perpẽdicularis ad a b, quæ cùm per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quæ est sibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter easdem: quod est nostrum propositum.

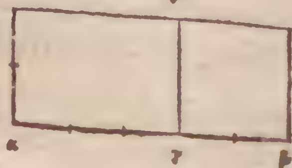


THEON. *Lemma.*

Si ad aliquã rectã lineam * cõparetur parallelogrãmũ, deficiens forma quadrata, ipsum cõparatũ æquũ est ei quod (continetur) sub segmentis rectæ lineæ, quę ex ipsa cõparatione sunt facta.

* παραβληθῇ apponatur applicetur

THEON ex Zamb. *Ad aliquam rectam lineam α β, comparetur parallelogrammum α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quòd α δ æquum est ei quod sub α γ, γ β, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratũ est δ β, æqualis est δ γ, ipsi γ β, & α δ, est quod sit sub*



γ 3

α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua: quod fuerat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 17.*

Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem cõparatã fuerit deficiens forma quadrata, & in cõmensurabilia ipsam diuiserit lõgitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi cõmensurabili longitudine, quartæ uerò parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet. 17

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, et β γ, quarum maior sit β γ, quartæ uerò parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam β γ, comparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ, commensurabilis autem esto (per hypothesin) β δ ipsi δ γ longitudine. Dico quòd β γ, ipsa α maius potest, eo quòd fit α sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi) β γ, bifariàm in signo ε, ponaturq; (per 3 primi) ipsi δ ε, æqualis ε ζ: reliqua igitur δ γ, æqualis est ipsi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi) quod sub β δ, & δ γ comprehenditur rectangulum unà cum eo quòd ex γ δ, quadrato æquum est ei quod ex ε γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β δ, & δ γ, unà cum eo quod ex ε δ, sumpto æquũ est ei quod ex quater sumpto ε γ quadrato. Sed ei quidem quod quater sub β δ & δ γ æquum est id quod ex α quadratum, ei autem quod ex δ ε, quater sumpto, æquũ est id quod ex δ ζ, quadratum dupla enim est δ ζ, ipsius δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater sumpto, æquum est id quod ex β γ quadrato, dupla enim rursus est β γ, ad ipsam γ ε. Quæ igitur ex α & δ ζ, quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ eo quòd ex α maius est, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa δ ζ, ostendendum quod & commẽsurabilis est β γ ipsi δ ζ. Quoniam enim commensurabilis est β δ, ipsi δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi δ γ, sed γ δ, & β ζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ δ ipsi β ζ, & β γ igitur, ipsis β ζ, & γ δ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi) Igitur (per 15) & β γ ipsi ζ δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa β γ, quàm α maius possit eo quòd à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ. Demonstrandum est quod commensurabilis est δ γ longitudine. Eisdem nanq; dispositis, similiter ostendemus quod β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit ex ζ δ, potest autem β γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est β γ, ipsi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utriq; ipsarũ β ζ, & γ δ, simul commensurabilis longitudine est β γ. Sed utraq; β ζ, & δ γ, simul commensurabilis est ipsi δ γ longitudine: æqualis enim est β ζ, ipsi δ γ, & β γ, igitur commensurabilis est ipsi γ δ, longitudine. Manifestum est igitur quod β δ ipsi δ γ, est commensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat ostendendum.*

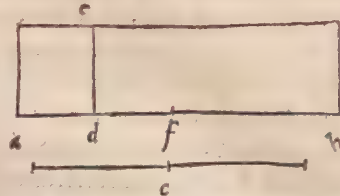
Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*



Ifuerint duæ lineæ inæquales quarũ longiorẽ diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartę parti quadrati breuioris sibi adiũcta, ita quod desit ad eius cõpletionem superficies quadrata, erit longior, potentior breuiori, augmẽto quadrati lineę incõmensurabilis ipsi lõgiori in longitudine. Si uerò longior, potẽtior fuerit breuiori, quadrato lineæ incõmẽsurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq́ ei superficies æqualis parti quartę quadrati breuioris, defueritq́ lõgiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eãdẽ lõgiorẽ lineã in duas portiones incõmẽsurabiles diuidat. 14

Campanus

CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi ad æqualis communicabit cum eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, sunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; a b communicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cum f b, non communicabit cum a f, quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demonstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secunda ex prima, à destructione consequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secundam partem præmissæ u a d communicaret cum d b, sed positum est quòd non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non cōmunicant, nec a d & d b communicabunt: nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 18.* *Conuersa præcedentis.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autē parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incōmensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili lōgitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incōmensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquum, ad maiorem comparatum fuerit deficiēs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

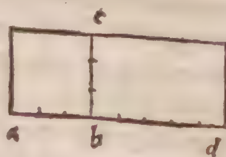
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarū maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex, α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Incommensurabilis autem esto βδ, ipsi δγ. Dico quòd βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incōmensurabili. Ipsis nanq; dispositis ut in præmissa, similiter demonstrabimus, quòd βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex δε. Demonstrandum igitur quòd incommensurabilis est βγ, ipsi δζ longitudine. Quoniam enim incommensurabilis est βγ ipsi δγ, incōmensurabilis igitur est (per 16 decimi) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utriq; & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 13) ipsis βζ & δγ incommēsurabilis est, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est, & βγ lōgitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ. Igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi commensurabili longitudine. Poßit iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incōmensurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ comparetur deficiens forma quadrata, & esto id quod sub βδγ. Demonstrandum quòd incommensurabilis est βδ ipsi δγ longitudine. Eisdem nanq; dispositis, similiter demonstrabimus, quòd ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iam (per hypothesin) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incommēsurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ βζ & δγ utriq; incommensurabilis est βγ. Sed utraq; βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 13 decimi) βγ ipsi δγ incommensurabilis est longitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incommensurabilis est longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat demonstrandum.*

β ζ ε δ γ
α

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 
Mnis superficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cōtinentes, superficiem rectangulā a c rationales in longitudine dico superficiem a c esse rationalem: descripto enim quadrato cuiusuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cōmunicat in lōgitudine cum a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primam partem decimæ, c d communicans a c. Cū sit itaq; c d rationalis per diffinitionē, erit & a c rationalis: quod est propositum.



THEON. *Lemma.*

Quoniam ostensum est quòd quæ longitudine commensurabiles *omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine cõmensurabiles esse & incõmensurabiles, manifestũ est quòd si positæ rationali cõmensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei cõmensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim longitudine cõmensurabiles, omnino & potẽtia. Si autẽ positæ rationali cõmensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidẽ & longitudine dicitur, etiã rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expositæ rursus rationali cõmensurabilis existẽs potentia, longitudine fuerit ei incõmensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantũ cõmensurabilis.* Procli scholion. *Rationales appellat, expositæ rationali lõgitudine & potentia cõmensurabiles, aut potentia tantũ. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incõmensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uerò tantũ cõmensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, cõmensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cõmensurabiles adinuicẽ uel non solũ potentia uerũtamen & longitudine, uel potentia tantũ, & si longitudine quidẽ, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicẽ sunt commensurabiles: appellãtur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commensurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uerò idem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur sunt commensurabiles.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 19.*

Sub rationalibus longitudine cõmensuralibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectangulũ rationale est. 19

THEON *ex Zãb. Sub rationalibus enim longitudine cõmensurabilibus rectis lineis αβ, & βγ, rectangulum comprehẽdatur αγ. Dico q; αγ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αδ, rationale igitur est αδ. Et quoniam commensurabilis est αβ, ipsi βγ, longitudine, æqualis autem est αβ, ipsi βδ, commensurabilis est igitur βδ, ipsi βγ longitudine, estq; sicut βδ, ad βγ, sic est δα ad αγ. Commensurabilis autem est βδ ipsi βγ, commensurabile igitur & δα, ipsi αγ: rationale autem δα, rationale igitur (per 11 decimi) est & αγ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit ostendisse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



Vm adiuncta fuerit lineæ in lõgitudine rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterię primo in longitudine commensurabile. 16

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam a b rationalem in longitudine, fuerit rationalis, dico quòd latus eius secundũ quod est b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritę rationale ex diffinitione, & propter hoc erit cõmunicans cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c, ita est etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaq; propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 20.*

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latiudinem efficit rationalem, cõmensurabilemę ei ad quam comparatur longitudine. 20



THEON *ex Zamb. Rationale enim αγ, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum αβ, comparetur, latitudinem efficiens βγ Dico q; rationalis est βγ, & cõmensurabilis ipsi βα lõgitudine. Describatur enim (p 46 primi) ex αβ, quadratũ αδ. Rationale igitur (p 9 diffinitionẽ decimi) est αδ, rationale autẽ & αγ, cõmensurabile igitur (p cõuersionẽ 10 diffinitionis est δα, ipsi αγ. Estq; sicut δα ad αγ, sic est δβ, ad βγ: cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) δβ, ipsi βγ. Aequalis autem est δβ, ipsi βα, commensurabilis igitur est αβ, ipsi βγ. Rationalis autẽ est αβ, rationalis igitur est (per cõuersionẽ 7 diffinitionis.)*

& βγ

& βγ, & commensurabilis ipsi βα, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

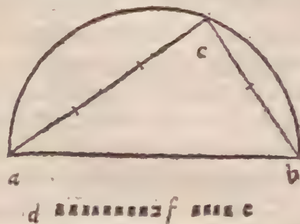
Subsequentes ex Campano proportionales 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infrà suo loco & ordine dispositis.

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

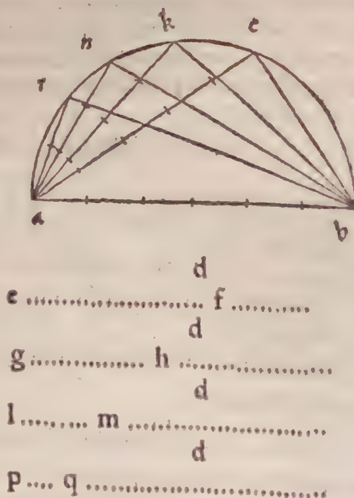
17 

Vas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalẽ quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quòd sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ: non sit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam inuentã quæ necessariò est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitq; a c, & subtraham lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim per primã partẽ 30 tertij, angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadrarum a b æquale est quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secum in longitudine, constat habitum esse propositum.



CAMPANI *annotatiò.* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum una potentior longior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine, reperire, sic ut prius linea a b rationalis in longitudine, super quã describatur semicirculus a c b, sumaturq; numerus d quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & non quadratos, quorum non quadratorum minime sit proportio sicut aliquorum numerorum quadratorum, tales autẽ numeri ultrò se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uerò non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratum. Esto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineę a b ad quadratum lineę a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b, & cõstat propositũ & ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoque diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a K, sicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, si rursus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur



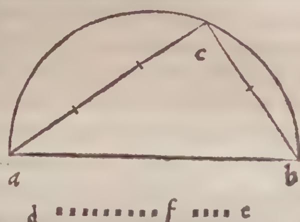
proportio

proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n ſicut d ad l,m producatur n b,erunt duæ li neæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuid itur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b,erunt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus.Sunt itaq; lineæ a b,b c,b K,b n,b r, potentia tantum rationales & in ea communicãtes,quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c,b k,b n, b r,nulla communicat alij in longitudine,conſtat propoſitum.Iſtud autem ſic probatur,patet enim ex præmiſſis,quod quadratum lineę b c ad quadratum lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b K, eſt ſicut numerus f ad numerum d,& quadratum lineæ a b ad quadratum lineę b k eſt ſicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b K,eſt ſicut numerus f ad numerum h,ſed nullus quatuor numerorum f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum,quare per 3 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine.Eadem ratione quælibet duę ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 18.*

Zamb.30. Vas lineas in potentia tantum rationales communicantes, quarum longior plus poſſit breuiori quãtum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire. 18

CAMPANVS.In hac quoq; remaneat ædem diſpoſitio eademq; hypotheſes quæ in præmiſſa,hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet,poſito d,e quotlibet numero quadrato diuiſo in duos numeros non quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d f,6,& f e 3,argumentando ut prius,hoc duntaxat excepto quod a b & a c ſint incommenſurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



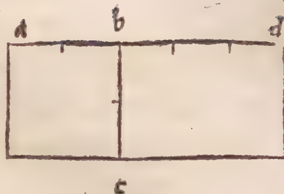
CAMPANI *additio.*Et ſciendum quod duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docent inuenire,componunt binomium,& minori earum abſciſſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduum.Nota etiam quod lineę tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 25 pedum & alia 24, ſunt rationalia potentia tantũ cõmunicantia,latus enim primæ ſuperficiei eſt 5,latus uero ſecundæ non numeratur.Et poſſunt eſſe ambæ irrationales,ut latera tetragonica duarum ſuperficierum,quarum una ſit 24 pedum & alia 23,neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ. Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratũ,ut 25,poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18.Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 19.*

Mnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis, eiuſque latus tetragonicum,ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale, diciturq; linea medialis. 19

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantum communicantes, quæ qualiter reperiantur,ex præmiſſa & ante præmiſſam manifeſtum eſt, dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem.Sit enim d c quadratũ b c,eritq; rationale per hypotheſin, eo quod linea b c eſt rationalis in potentia.Et quia ex prima ſexti a c ad c d,ſicut a b ad b d,non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cum ſua æquali,quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10,ut etiam a c non communicet cum c d,quare per diffinitionem, ſuperficies a c eſt irrationalis,ideoq; & ſuum latus tetragnoicum eſt etiam irrationale. Dcitur autem

tem hæc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipſam continentiũ. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.



THEON. *Lemma.*

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.

Poßit enim α, irrationalẽ aream, hoc eſt id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationale areæ. Dico quòd α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, ſic enim in diffinitionibus, non eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, & reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 21.*

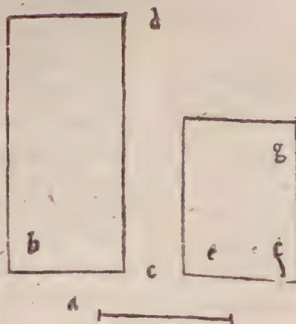
21 Sub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehẽſum rectangulum, irrationale eſt, illudq́ꝫ potens irrationalis eſt, uoceturq́ꝫ media.

THEON *ex Zamb. Sub rationalibus enim potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis α β, & β γ comprehendatur rectangulum α γ, Dico quòd α γ, irrationale eſt, potẽsq́; illud irrationalis eſt, & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur eſt ipſum α δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine (potentia nanq; tantum ſupponuntur commenſurabiles) æqualis autẽ eſt α β ipſi β δ, incõmenſurabilis igitur eſt & β δ, ipſi β γ longitudine. Eſtq; ſicut δ β ad β γ, ſic eſt α δ, ad α γ, incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uoceturq́; media, eo qui ex ipſa quadratum, æquale eſt ei quod fit α β, & β γ, & eo qui ipſa media (per ſecũdam partẽ 17 ſexti) proportionalis eſt ipſis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 
Vm adiecta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundũ potentialiter tantum erit rationale, laterıq́ꝫ primo in longitudine incommenſurabile.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa præmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq́ꝫ linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 ſexti, eritq́ꝫ ſuperficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiuſdem, dico latus eius ſecundum quod eſt d c, eſſe rationale in potentia tantum, & incommenſurabile in longitudine lateri b c. Eritq́ꝫ ex pręmiſſa per diffinitionem lineę medialis, ut linea a poſſit in aliquam ſuperficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ ſit ſuperficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq́ꝫ duæ ſuperficies b d & e g per primã partem 13 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectangulæ, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cũm b c communicet in potentia cum e, f, eo quòd quadrata utriuſque earum ſunt rationalia ex hypotheſi, f g communicabit in potentia cum c d. Cũm igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoq́ꝫ quadratum c d rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficies b d eſt irrationalis, ſicut ſua æqualis e g, per præmiſſam, ſequitur ut quadratum lineæ c d non communicet cum ſuperficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad ſuperficiem b d eſt per primam ſexti ſicut c d ad c b, erit per ſecundam partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũm b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi, erit c d irrationalis in longitudine, & potentia tantum rationalis. Patet ergo propoſita concluſio.



Theon.

THEON. *Lemma.*

Si binæ fuerint rectæ lineæ, eſt ſicut prima ad ſecundam, ſic quod à prima ad id quod ſub duabus rectis lineis.

Sint binæ rectæ lineæ, ζε, εκ. Dico q, eſt ſicut ζε, ad εη, ſic eſt quod ex ζε, ad id quod ſub ζε, & εκ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex ζε, quadratū δη, cōpleaturq́; ζκ. Quoniā igitur eſt ſicut ζε ad εκ, ſic eſt ζδ, ad ζη, & eſt quidā ζδ, id quod fit ex ζε, at ζκ id eſt quod ſub δε, & εκ, hoc eſt quod ſub ζε, & εκ, eſt igitur ſicut ζε, ad εη, ſic quod ex ζε, ad id quod ſub ζε, & εκ, ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub κε, et εζ ad id quod ex εζ, hoc eſt ſicut κδ, ad δζ, ſic εκ, ad εζ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 22.*

Quod à media ad rationalem cōparatum, latitudinem efficit rationalē, & ei ad quam comparatur longitudine incommenſurabilem. 22

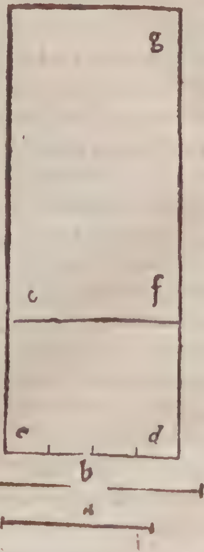
THEON ex Zamb. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quòd rationalis eſt γδ, & incommenſurabilis ipſi γβ longitudine. Quoniam (per 21 decimi, α media eſt aream poteſt cōprehenſam ſub rationalibus potentia tantum cōmenſuralibus, poßit ipſam κζ, poteſt autē & βδ, æqualis igitur eſt βδ, ipſi κζ, eſt autem & ei æquiangula. Aequalium autem & æquiangulorū parallelogrammorū (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circū æquales angulos, proportionaliter igitur eſt ſicut βγ ad εκ, ſic εζ ad γδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut id quod ex βγ ad id quod ex εκ, ſic eſt id quod ex εζ, ad id quod ex γδ. Cōmenſurabile autē eſt (per hypotheſin) quod ex βγ, ei quod ex εκ. Rationalis enim eſt utraq; ipſarum. Cōmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & quod ex γζ ei quod ex γδ. Rationale autē eſt quod ex εζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur eſt γδ. Et quoniā incōmenſurabilis eſt εζ, ipſi εκ longitudine (potentia enim tantū ſunt commenſurabiles) ſicut autē εζ, ad εκ, ſic (per lemma præcedens) quod ex εζ, ad id quod ſub εζ, & εκ, incōmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex εζ, ei quod ſub ζε, & εκ. Sed ei quidē quod ex εζ, cōmenſurabile eſt ei quod ex γδ, rationales enim ſunt potentia, ei autem quod ſub ζε, & εκ, cōmenſurabile eſt id quod ſub δγ, & γβ, æqualia enim ſunt ei quod ex α. Incommēſurabile igitur eſt (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod ſub δγ, & γβ. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod ſub δγ, & γβ, ſic (per lemma præcedens) eſt δγ ad γβ. Incommēſurabilis igitur eſt δγ, ipſi γβ longitudine. Rationalis igitur eſt γδ, & ipſi γβ longitudine commenſurabilis: quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*



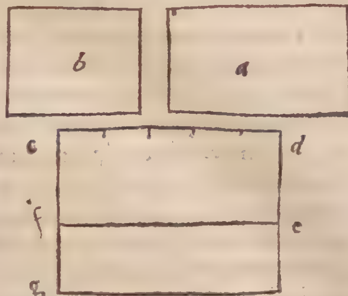
Omnis linea communicans mediali, eſt medialis. 21

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in lōgitudine, cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineę b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſæ demonſtratione dictum eſt. Eritq́ per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſic f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypotheſin, quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales, ſequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g eſt rationalis in potentia tantum, ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem e f, eo quod ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8. quod ſi fuerint duę quantitates communicantes, unicuiq; una earum non communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis, & eius latus tetragonicum quod eſt b: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Similiter quoque omnis ſuperficies communicans ſuperficiei mediali, medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies

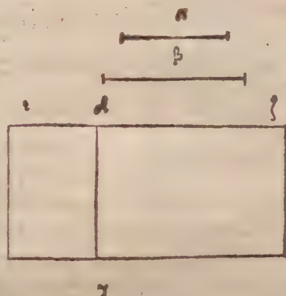
cies a medialis, cui ponatur superficies b esse communicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungatur'q; ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam sic se habeat unum ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter reperiatur, in 10 sexti dictum est, erit'q; ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Item'q; eodem modo ad lineam e f adiungatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypothesi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes, itaq; per primam sexti & per primã partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incommensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit medialis, cùm linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cùm sit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod est propositum. Et nota quòd omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non communicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g est medialis. Eodem'q; modo si sint plures.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 23.*

23 Quæ mediæ commensurabilis, media est.

THEON *ex Zamb. Sit media α, & ipsi α commensurabilis esto β. Dico quòd & β media est. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α sit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipsam ε δ. Rationalis igitur est (per præcedentem) ε δ, incommensurabilis'q; ipsi γ δ longitudine, ei autem quod est β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq; id quod ex α ad id quod est β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ est ε γ: ei autem quod ex β, æquum est γ ζ. Cõmensurabile igitur est ε γ ipsi γ ζ, est'q; sicut ε γ ad γ ζ, sic est ε δ ad δ ζ. Commẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) ε δ ipsi δ ζ longitudine. Rationalis autem est ε δ, & ipsi δ γ incõmensurabilis longitudine. Rationalis igitur est & δ ζ & ipsi δ γ longitudine incommensurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantùm commensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellatur'q; media, potens igitur id quod sub γ δ, & δ ζ, media est, potest'q; β quod sub γ δ & δ ζ sit, media igitur est β: quod erat ostendendum.*



CORREL. *Hinc igitur est manifestum, quòd mediæ areæ rationali commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus & medijs dicta sunt, sequitur ut mediæ longitudine commensurabilis, media appelletur, ei'q; commensurabilis, non tãtum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine commensurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commensurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.*

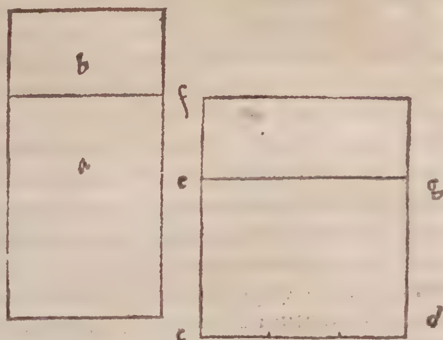
Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*



22 Omnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur. *Zamb. 26.*

CAMPANVS. Sit utraq; duarum superficierum a b & a, medialis: dico quòd superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b, & d e æqualis a, erit per conceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cùm linea e g sit rationalis in longi-

tudine sicut sua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineæ e g, per 20 autem est utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tantum rationalis, & lineæ c d incommensurabilis in longitudine, itaque e f linea est incommensurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiē quę fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secundam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incommensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incōmensurabile duplo superficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum sit rationale, est communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus compositum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommēsurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 5, ut quadratum c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neque a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium positis. Relinquitur igitur quòd superficies b, est irrationalis: quod est propositum.

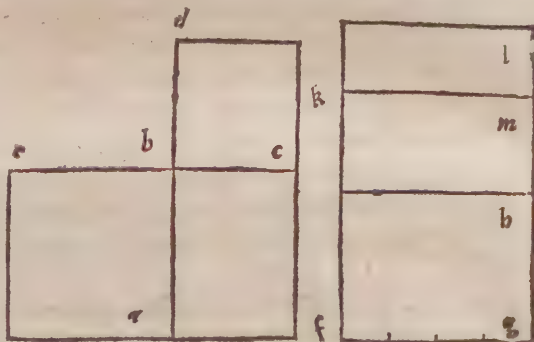


Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*



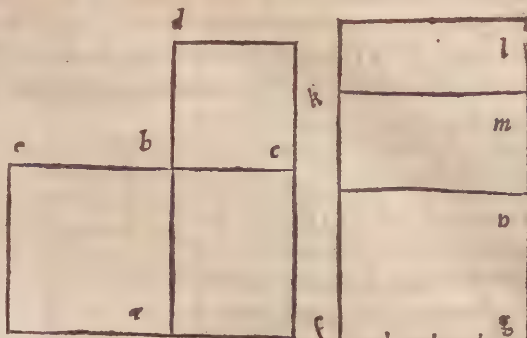
Mnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, aut rationalis est aut medialis. 23

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratū lineæ a b: eruntque ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primā sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quę sit rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies f h ęqualis quadrato a e, & h k ęqualis superficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c, eruntque hæ tres superficies f h, h K, & K l cōtinuè proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continuè proportionales. Et cum superficies f h & k l sint communicantes sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius, ut linea g h sit communicans cum l m, utraque autem earum est rationalis, in potentia per 20 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent duę lineæ rationales in potentia, cōmunicantes in longitudine, necessariò est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ sextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in longitudine sibi communicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h K rationalis, ideoque & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia, eo quod suum quadratum est rationale, erit ex 19 superficies h K medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



Zamb. 24. CAMPANI *annotatio*. Et nota quòd si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine communicans

municantes, esset superficies a c medialis tantũ, esset enim superficies a c cõmunicans utriq; duorum quadratorũ a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utriq; superficiei f h & K l, igitur per primam sexti & 10 huius linea h m esset communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potẽtia tantum, non communicãtes in longitudine lineæ f g, esset quoq; h m rationalis in potentia tantũ, non communicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tãtum, & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, superficies a c neq; esset rationalis neq; medialis: si enim sic esset, scilicet quòd duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, essent duo quadrata a e & c d incõmunicantia, itaq; & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti, & per secundam partem decimi. Et quia utraq; earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ sit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non esset superficies h K rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

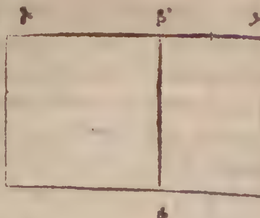


Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. nanq; ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

24 Sub medijs longitudine cõmensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

THEON ex Zamb. *Sub medijs enim longitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulũ α γ, dico quòd α γ medium est. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur est α δ. Et quoniam commensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ, commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 23 decimi) commẽsurabile est: medium autem & δ α, medium igitur & α γ: quod oportebat ostendere.*

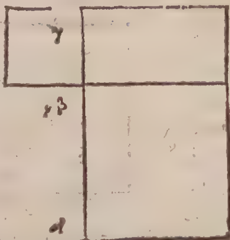


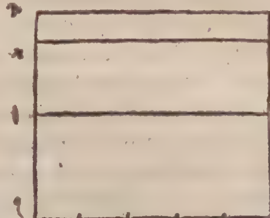
Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON ex Zamb. *Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, aut rationale, aut medium est. Describãtur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium est igitur utrunq; ipsorum α δ & β ε. Exponaturq; rationalis ζ η ipsiq; α δ æquum ad ζ η commparetur (per 43 primi) rectangulum parallelogrammum η θ, ipsam latitudinem efficiens ζ θ. Ipsi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammum μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et insuper (per eandem) β ε æquum similiter ad κ ν cõparetur ν λ, ipsam*

latitudinē efficiēs κλ. In rectas lineas igitur sunt ζθ, θκ, & κλ, & quoniā utrūq; ipsorū αδ & βε medium est, estq; æquale αδ, ipsi ηθ, & δε ipsi νλ, mediū igitur est & utrūq; ipsorū κθ, νλ, & ad rationalē ζκ comparata sunt. Rationalis igitur est (p 22 decimi) utraq; ipsarū ζθ & κλ, & incōmensurabilis ipsi ζε lōgitudine. Quoniā igitur cōmēsurabile est αδ ipsi βε, cōmēsurabile igitur est (p 11 decimi) & κθ ipsi νλ, estq; sicut ηθ ad λν, sic (p 1 sexti) est ζθ ad κλ. Cōmēsurabilis igitur est (p eandē 11) ζθ ipsi κλ lōgitudine. Ipsæ igitur ζθ, κλ, rationales sunt longitudine commensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis est quidem δβ ipsi βα, et ξδ ipsi βγ, est igitur sicut δβ ad δγ, sic est αβ ad βξ. Sed sicut quidē δδ ad βγ, sic est (per 1 sexti) & per 11 quinti) δα ad αγ, sicut autem αβ ad βξ, sic est αγ ad γξ, est igitur sicut δα ad αγ, sic est αγ ad γξ, æquū autem est αδ ipsi κθ, & αγ ipsi μκ, & γξ ipsi νλ, est igitur (per 17 sexti) sicut κθ ad μκ ad νλ, est igitur sicut & ζθ ad ipsam



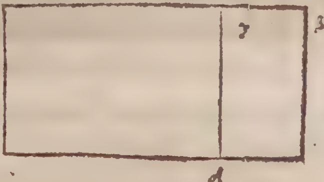


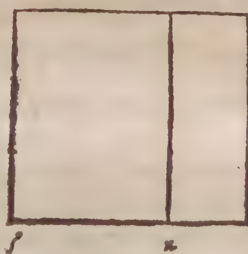
θκ, sic est θκ ad ipsam νλ. Igitur quod sub ζθ, κλ, æquū est ei quod fit sub θκ. Rationale autē est quod sub ζθ, ζλ, rationale igitur est & quod ex θκ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θκ, & siquidē cōmensurabilis est ipsi θμ, hoc est ipsi ζκ longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsum νθ. Si autē incōmensurabilis est ipsi ζν longitudine, ipsæ θκ & θμ rationales (per 22 decimi) potentia solū cōmensurabiles, mediū igitur est θν. Igitur θν aut rationale est aut mediū, æquū autē est θν ipsi αγ, igitur αγ uel rationale, uel mediū est. Sub medijs igitur potētia tantū cōmensurabilibus, & quæ sequūtur reliqua: quod erat ostēdēdum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, mediū αβ, medium αγ excedat rationali δβ, ponaturq; rationalis εζ, ipsiq; αβ æquum ad εζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ζθ, latitudinem efficiens εθ: ipsi autem αγ æquum auferatur ζε, reliquum igitur βδ (per tertiam communem sententiā) reliquo κθ est æquale. Rationale autem est δβ, rationale igitur est & κθ. Quoniam igitur mediū est utrunq; ipsorū αβ, αγ, estq; αβ ipsi ζθ æquale (per correlariū 23 decimi) at αγ ipsi ζν, medium igitur est utrūq; ipsorū ζθ, ζκ, & ad rationalē εζ cōparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarū θε & εν, & incōmensurabilis ipsi εζ longitudine (p 22 decimi.) Et quoniā rationale est δδ, estq; ipsi κθ æquale rationale igitur est & κθ, ad rationalēq; εζ cōparatū est, rationalis igitur est (per 20 decimi) κθ, & ipsi εζ longitudine cōmensurabilis. Sed εκ rationalis est, & ipsi εζ longitudine incōmensurabilis: incōmensurabilis igitur est (per 13 decimi) εν ipsi κθ lōgitudine, estq; sicut εκ ad κθ, sic quod ex εκ ad id quod εκ & κκ. Incōmensurabile igitur est (per 11 decimi & lēma 21 decimi) quod ex εκ, ei quod sub εκ & κθ. Sed ipsi quidē quod ex εν, cōmensurabilia sunt quæ ex εκ & νθ, κθ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autē qd' sub εν & κθ cōmēsurabile est (p 13 decimi) id quod bis sub εκ & νθ, duplū nāq; est illius. Incōmēsurabilia sunt (per 16 decimi) quæ ex εκ & κθ, ei quod bis sub εκ & κθ, & utraq; igitur simul quæ ex εκ & κθ, & quod bis sub εν & νθ, & quod est id quod ex εθ (per 4 secundi) incommensurabile est eis quæ ex εκ & κθ. Rationalia autem sunt quæ ex εκ & κθ (per diffinitionē.) Irrationale igitur est quod ex εθ, irrationalis igitur est εθ, sed & rationalis, quod est impoßibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat ostendendum.*





Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano respondentes habent.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

Medias inuenire potentia tantùm commensurabiles, rationale comprehendentes. 27

THEON ex Zamb. *Exponātur binæ rationales potentia tantum commensurabiles αβ, sumāturq; (per 13 sexti) ipsarū α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, ipsæ autem α, β, potentia*

tantum

tantum sunt commensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt commensurabiles, estq; γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionē) mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles. Dico q, et rationale cōprehendunt. Quoniā enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicißim igitur (p 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquū est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes: quod fecisse oportuit.

α R. 9
γ R. R. 54
β R. 6
δ R. R. 24

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 28.

28 Medias comperire potentis tantum commensurabiles, mediū comprehendentes.

THEON ex Zāb. *Exponātur enim tres rationales potentia tantū cōmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturq; (per 13 sexti) ipsarū α, β, media proportionalis δ. Fiatq; (p 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniā enim α, β, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, igitur (p 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniā β, γ, potentia solum sunt cōmensurabiles, estq; sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantum sunt cōmensurabiles, media uerò est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, ε, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles. Dico q, & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, ε, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, γ, mediū autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes: quod fecisse oportuit.*

α R. 16
δ R. R. 128
β R. 8
γ R. 6
ε R. R. 72

THEON. Lemma.

Cōperire duos quadratos numeros, ut ex eis cōpositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. *Exponātur bini numeri α β & β γ, sintq; aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, et ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α β, impar β γ auferatur, reliquuus α γ par est. Secetur α γ bifariàm in δ, sint autē ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estq; quadratus qui sub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.*

α ...... δ ..... γ .... β

CORREL. *Ac manifestū quòd inuēti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorū excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quādo ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quādo autē nō fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorū excessus qui sub α β & β γ non est quadratus.*

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cōpositus non sit quadratus. *Sint enim α β, β γ, similes plani ut qui sub α β, β γ, (p 1 noni) sit quadratus, sitq; par γ α, seceturq; γ α bifariā in δ. Manifestū iam est quòd qui sub α β, β γ, quadratus unà cū eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autē unitas δ ε. Igitur qui sub α β & β γ unà cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex β δ quadratò. Dico igitur q, qui sub α β, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex β ε, uel eo minor. *Maior autē non erit, cū qui sub α β, β γ, quadratus unà cū eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorū quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur: maior autē est eo qui sub α β, β γ, unà cū eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autē (si poßibile est) prius qui sub α β, β γ, unà cū eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitq; ipsius δ ε unitatis duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ε est duplus et reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ε γ duplus est, bifariàm igitur ipse γ η, diuisus est in ε. Igitur qui sub η β & β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex β ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui sub η β, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ε, æquus ei est qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε. Communi igitur sublato eo qui ex γ ε, *ducitur α β æqualis ipsi η β, quod est impoßibile. Qui sub α β, β γ, igitur unà cū eo qui ex γ ε, æquus non est ei qui ex β ε. Dico iam quòd neq; minor ei ex β ε. Si enim poßibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius δ ζ*

α .. η .. θ. δ. ε. ζ ... γ .... β

Græcus sic habet: Maior autē nō erit, ne scilicet secetur unitas, et ne qui sub α β, β γ unà cum eo qui γ δ, q est ipsius δ β quadratus, æquus sit ei q sub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε.

συνάγεται colligitur.

συναχθήσεται colligetur. duplus ponatur θ α. *Conducaturq; duplus rursus δ γ ipsius γ ζ, et quod ipse δ γ bifariam sectus est in ζ, & per hoc is qui sub δ β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε æqualis ei qui ex δ ϐ & β γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod absurdũ est. Igitur qui sub α ϐ, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus non est minori eo qui ex ϐ ε, patuit autem quòd neq; ei qui ex ϐ ε, neq; eo maiori. Igitur qui sub α ϐ, ϐ γ, unà cum eo qui ex γ ε, quadratus non est. Cum autem sit poßibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

α . . θ . . δ . ɗ . ε . ζ . . . γ . . . . β

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 29.

Camp. 17 Comperire binas rationales potentia tantum commensurabiles, ut maior minore maius poßsit eo quod ex cõmensurabili sibi longitudine. 29

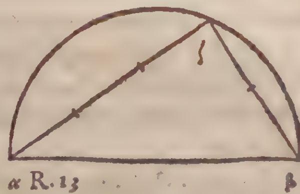
THEON ex Zamb. Exponatur enim quædã rationalis α β, & bini quadrati numeri γ ɗ, ɗ ε, ut ipsorum residuus γ ε non sit quadratus (per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi) et super α ϐ describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlariũ 6 decimi) ɗ γ ad γ ε, sic quòd ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ ϐ. Quoniã igitur est sicut quod ex β α ad id quod est α ζ, sic γ ɗ ad γ ε: igitur quod ex ϐ α ad id quod ex α ζ, eam habet rationẽ quã numerus γ ɗ ad numerũ γ ε. Cõmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autẽ quod ex α ϐ, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniã ɗ γ ad γ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incõmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potẽtia tantum commensurabiles. Et quoniã est sicut ɗ γ ad γ ε, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ ɗ ad ɗ ε, sic quod ex α β ad id quod ex ϐ ζ. At γ ɗ ad ɗ ε eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex α ϐ ad id quod ex β ζ, eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Cõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ lõgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cõmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum commensurabiles ϐ α & α ζ, ut ϐ maior ipsa α ζ maius poßit, eo quod ex ζ β sibi longitudine commensurabili: quod facere oportebat.

γ . . . . . . ε . . . . . . ɗ

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 30.

Camp. 18 Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius poßit eo quod fit à sibi longitudine incõmensurabili. 30

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ε & ε ɗ, ut ex eis cõpositus γ ɗ non sit quadratus (per lẽma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β, semicirculus α ζ β, fiatq; (p correlariũ 6 decimi) sicut ɗ γ ad γ ε, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq; ζ ϐ. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quòd ipsæ β α & α ζ rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et quoniã est sicut ɗ γ ad γ ε, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ ɗ ad ɗ ε, sic quod ex α ϐ ad id quod ex ζ β. At γ ɗ ad ɗ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationẽ habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potestq; α ϐ, quam ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β quàm ipsa α ζ maius potest quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 24.



Duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum lõgior sit potẽtior breuiore, augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, inuenire. CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes, contineant superficiẽ rationalẽ aut medialẽ, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ continent superficiẽ rationalẽ & eas quæ medialẽ. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior 24

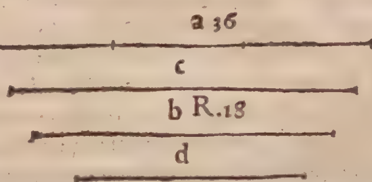
possit

possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, quæ cõtineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes, quarũ longior quæ sit a, possit amplius breuiori quę sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalem inter a & b, & ponã ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dico tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratum lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quàm b rationalis est in potẽtia, sequitur per 10 quòd c quoque communicet cum d in potentia tantum. Itaque per 21, cũ c sit linea medialis erit etiam d medialis, & per primam partem 12, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cũ sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b, igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b: est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis: quare constat propositum.

a R.36
c
b 20
d

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

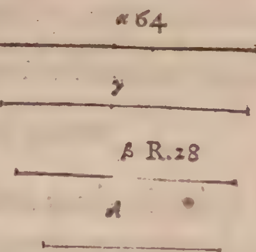
25 
Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continẽtes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in lõgitudine incommensurabilis, inuenire.



CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum lõgior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non cõmunicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisque positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.

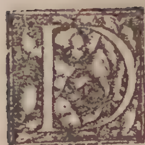
Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propositio 31.*

31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius posit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili.

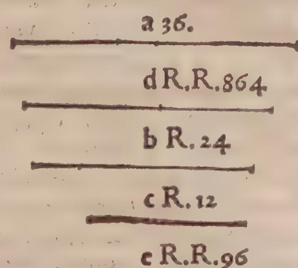


THEON *ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles α β, ut α maior existẽs, ipsa β minore maius poßit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, & ei quod sub α β, cõprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi) Ei uerò quod ex β, æquũ esto quod sub γ δ. Rationale autem est quod ex β, rationale igitur et quod sub γ δ. Et quoniã (per 1 sexti) est sicut α ad δ, sic est quod sub α β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod sub γ δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α ipsi β potentia tantum: commensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 23 decimi) et δ. Et quoniam est sicut α ad β & γ ad δ, at α ipsa β maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles γ δ, rationale comprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uerò ostẽdetur & id quod ex incommensurabili, quando β maius potuerit eo quod fit ex sibi incõmensurabili: quod facere oportuit.* Camp. 25.

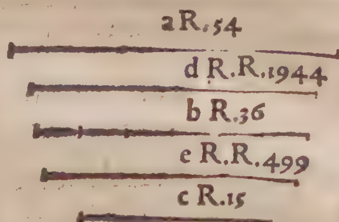
Euclid. ex Camp. Propositio 26.



Vas lineas mediales potentia tantũ communicantes superficiemq́ medialẽ continentes, quarũ longior breuiore tãto amplius possit quantũ est quadratũ alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire. 26



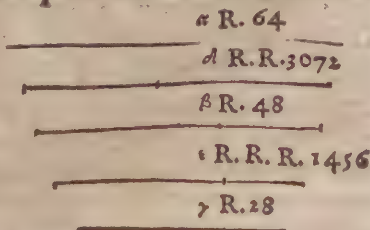
CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq́ rationalem continentes, quarum longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, & secum incommensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemq́ medialem continentes, quarum longior sit potẽtior breuiori in quadrato lineę non secum commensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis & in ea solum communicantes, sitq́ a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cùm sit enim quadratum lineę d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq́ superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantùm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potẽtia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autem continere superficiem medialem, sic habetur. Cùm sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad, d sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 12 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum cõmunicantes ex hypothesi, itaq; d & e continent superficiem medialem: quod est propositum.



Zamb. 32. CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiẽq́ medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundũ doctrinam 17, a b c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, et poneremus lineam a esse potentiorem linea c, quadrato alicuius lineę sibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, et argumentatione consimili cõcluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earũ abscisa de maiori, quæ reliqua est: dicitur residuum mediale secundum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 32.*

Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles mediũ comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili. 32



THEON ex Zamb. *Exponantur tres rationales potentia tantũ cõmensurabiles α β γ, ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi commensurabili, & ei quidem quod sub α β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autem est quod sub α β, medium igitur (per eandem) quod ex δ, & δ igitur media est. Ei autem quod sub β γ, æquum esto quod sub δ ε. Et quoniam (per 1 sexti & lẽma 21 decimi) sicut quod sub α β, ad id quod sub β γ, sic*

βγ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub αβ, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub βγ, æquum eſt id quod ſub δε, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δε. Sicut autem quod ex δ ad id quod ſub δε, ſic eſt δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ε. Commenſurabilis autem eſt α ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ε potentia tantum. Media autē eſt δ, media igitur (per 22 decimi) eſt & ε. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, & α quā γ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex ſibi cōmenſurabili (per 14 decimi). Dico inſuper quòd comprehenſum ſub δε, medium eſt. Quoniā enim æquum eſt quod ſub βγ, ei quod ſub δε, medium autem quod ſub βγ, medium igitur (per correlarium 22) & quod ſub δε. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commenſurabiles δε, medium cōprehendentes, ut maior minore maius poſſit, eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit, eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili: quod facere oportuit.

α Re.64
δ Re.R.3072
β Re. 48
ε Re.Re. Re.1456
γ Re. 28

Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

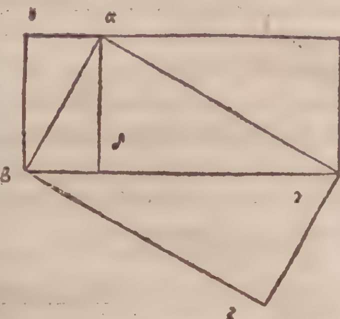
27 Vas lineas potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.

CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommenſurabiles tam in potentia quàm in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalē. Ad hęc autē ſumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cōmunicantes, quarum longior quæ ſit a b, ſit potentior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incōmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pūctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictū eſt. Et pono quòd ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq; ex prima parte 16 ſexti, quadratum c f, ęquale ſuperficiei b h. Et quia quadratum c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecūdi, & quia ſuperficiei b h deeſt ad complēdam lineā a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potentior eſt linea c d, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem ſuper lineam a b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, quæ ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primā partē correlarij 8 ſexti, ſecunda uerò per hypotheſin, propter quod quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartam ſexti proportio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autē a g & g e & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b, quare per 18 ſexti, erit quadratum lineæ a e ad quadratū lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cùm ſit igitur a g incommunicans g b, erit per ſecundam partē 10 quadratum a e incommunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratū a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b eſt rationale, cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duę lineæ continent ſuperficiem medialem, habitum eſt propoſitum. Erat autem c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e ſibi ęqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem communicans cum a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primam partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus. Et nota quòd duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineā maiorem & minori earum abſciſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.

THEON

THEON. Lemma.

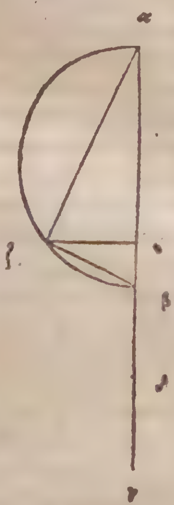
THEON ex Zamb. Eſto triangulum rectangulum αβγ, rectum habens qui ſub βαγ, exciteturq́; (per 11 primi) perpendicularis αδ. Dico quòd ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex βα: quod uerò ſub βγ, γδ, ei quòd ſub γα: quod autem ſub δβ & δγ, æquum eſt ei quod ex αδ: & inſuper id quod ſub βγ, αδ, æquũ eſt ei quod ſub βα & αγ. In primisq́;, quòd id quod ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex αβ. Quoniã enim in rectangulo triangulo βαγ, ab angulo recto in baſin, perpẽdicularis ducta eſt αδ, igitur (per 8 ſexti) triãgulum αβδ & αδγ, ſimilia ſunt toti αβγ, & ſibi inuicem. Et quoniam triangulum αβγ ſimile eſt triangulo αδβ, eſt igitur ſicut γβ ad βα, ſic eſt αβ ad βδ. Igitur quod ſub γβ & βδ, æquum eſt ei quod ex αβ. Id propterea iam quod ſub βγ & γδ, æquum eſt ei quod ex αγ. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis excitetur, excitata baſis ſegmẽtorum media proportionalis eſt (per correlarium 8 ſexti) eſt igitur ſicut βδ ad δα, ſic eſt αδ ad δγ. Igitur (per 17 ſexti) quod ſub βδ, δγ, æquum eſt ei quod ex δα. Dico autem quòd & id quod ſub βγ & αδ, æquum eſt ei quod ſub βα et αγ. Quoniã enim ut diximus αβγ ſimile eſt ipſi αγδ, eſt igitur ſicut βγ ad αγ, ſic βα ad αδ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod ſub extremis (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub medijs, quod igitur ſub βγ, αδ, æquum eſt ei quod ſub βα, αγ. Vel etiam quando deſcribimus εγ rectangulum parallelogrammum, complebimusq́; αζ, æquum erit (per 41 primi) εγ ipſi αζ, utrunq; enim eorum, ipſius αβγ trianguli duplum eſt, eſtq́; quod ex βα, αγ, id quod ſub βγ, αδ, ipſum autem αζ eſt id quod ſub βα & αγ. Quod igitur ſub βγ, αδ, æquum eſt ei quod ſub βα & αγ.

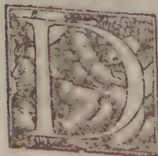


Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 33.

Inuenire binas rectas lineas potentia incõmenſurabiles, conficiẽtes cõ- 33
flatum ex quadratis quę ab ipſis rationale, quod uerò ſub ipſis mediũ.

THEON ex Zamb. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles αβ, βγ, ut maior αβ minore βγ maius poßit, eo quod ex ſibi incommenſurabili. Seceturq́; (per 10 primi) βγ bifariàm in δ, & ei quod ex altera ipſarum βδ, δγ (per 16 ſexti) æquum ad ipſam αβ comparetur parallelogrammum deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub αε, εβ. Deſcribaturq́; ſuper αβ ſemicirculus αζβ, exciteturq́; (per 11 primi) ipſi αβ ad angulos rectos εζ, cõnectanturq́; αζ & ζβ. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt inæquales αβ, βγ, & αβ ipſa βγ maius poteſt, eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipſa βγ, minore, hoc eſt ab eius dimidio, æquum ad ipſam αβ parallelogrammũ comparatum eſt deficiens forma quadrata, efficitq́; id quod ſub αε, εβ: incommenſurabilis igitur eſt (per ſecundam partem 18 decimi) αε ipſi εβ. Eſtq́; ſicut αε ad εβ ſic quod ſub αβ & βε. Ei autẽ quod ſub βα, & αε, æquũ eſt id quod ex αζ. Quod autem ſub αβ, & βε (per lemma præcedentis) ei quod ex βζ eſt æquale. Incommenſurabile igitur eſt quod ex αζ, ei quod ex βζ. Ipſe igitur αζ, ζβ, potẽtia ſunt incommenſurabiles. Et quoniam αβ rationalis eſt, rationale igitur eſt (per 7 diffinitionẽ decimi) quod ex αβ, quare & compoſitum ex eis quæ ex αζ, ζβ, rationale eſt. Et quoniam rurſus quod ſub αε, εβ, æquum eſt (per lemma præcedentis) ei quod ex εζ, ſupponitur autem id quod ſub αε, εβ, ipſi quod ex βδ æquale, æqualis igitur eſt ζε, ipſi βδ. Dupla igitur eſt βγ, ipſius ζε. Quare & quod ſub αβ, βγ, duplum eſt eius quod ſub αβ, εζ, medium autem eſt quod ſub αβ, βγ, medium igitur & id quod ſub αβ, εζ, æquum autem eſt quod ſub αβ, εζ, ei quod ſub αζ, ζβ, medium igitur et quod ſub αζ, ζβ, patuit uerò quod et rationale compoſitum ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles αζ, ζβ, efficientes cõpoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale, & quod ſub ipſis medium: quod erat agendum.





Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

Duas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiẽq; ra- 28
tionalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, inuenire.

Campa

CAMPANVS. Sit hic prorſus eadem diſpoſitio quæ prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineę a b & c d, quales proponit 25, eruntq́ſi mili argumentatione præmiſſæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 18 proponit. Cùm ſit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, ſunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiem rationalem, ſequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e ſibi æqualem, contineat ſuperficiem rationalẽ, itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire, componũt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abſciſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cũ rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 34.

34 Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes, compoſitum ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadrata mediũ, quod uerò ſub ipſis rationale, comperire.

THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commenſurabiles αβ, βγ, rationale comprehendentes quod ſub ipſis, ut αβ, ipſa εγ, maius poßit eo quod α ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq́; ſuper ipſa αβ, ſemicirculus αδβ, ſeceturq́; (per 10 primi) βγ, bifariàm in ε, comparetur q́; (per 28 ſexti) ad ipſam αβ, ei quod ex βε æquum parallelogrammum forma deficiẽs α quadrata, ſitq́; quod ſub αζ, ζβ. Incommenſurabilis igitur αζ, ipſi ζβ longitudine. Exciteturq́; (per 11 primi) ab ζ, ipſi αβ ad angulos rectos ζδ, connectanturq́; ipſæ αδ & δβ. Quoniam igitur incommenſurabilis eſt αζ ipſi ζβ, incommenſurabile eſt igitur & quod ſub βα, & αζ, ei quod ſub αβ, & εζ. Aequale autem eſt id quod ſub εα & αζ, ei quod ex αδ, quod autem ſub αβ, εζ, ei quod ex δε, incommẽſurabile igitur eſt & id quod ex αδ, ei quod ex δε. Et quoniam medium eſt quod fit ex αβ, mediũ igitur eſt et compoſitum ex eis quæ ex αδ, δε. Et quoniã dupla eſt εγ ipſius δζ, duplũ igitur eſt quod ſub αβ, βγ, eius quod ſub αβ, ζδ. Rationale autem eſt quod ſub αβ, βγ, ſupponitur enim: rationale igitur & quod ſub αβ, ζδ. Ei autem quod ſub αβ, ζδ, æquũ eſt (per lemma 32 decimi) quod ſub αδ, δβ. Quare & quod ſub αδ, δβ, rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles αδ, δβ, efficientes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, quod uerò ſub ipſis rationale: quod facere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

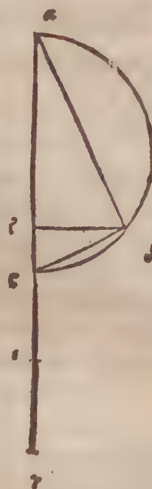
29 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiẽq́; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, inuenire. Zamb. 35.

CAMPANVS. Huius quoq; diſpoſitio, à duarum pręmiſſarum diſpoſitione nõ ſit in quoquam diuerſa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntq́; præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cùm enim a b ſit linea medialis, erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale; at cùm a b & c d contineant ſuperficiem medialem, ſequitur ut a b in e f, & ideo in e g ſibi æqualem contineat quoque ſuperficiem medialem, omnis enim ſuperficies mediali communicans, medialis eſſe conuincitur, quẽadmodũ in 21 monſtratum eſt: ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt, cùm ipſa ſit ęqualis ſuperficiei a b in g e. Quia uerò linea a b eſt incõmenſurabilis lineæ c d, erit etiã incõmenſurabilis lineæ c f, quare

quare & lineæ e g. Quare per primam partem ſexti & ſecũdam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quæ eſt æqualis ſuperficiei a e in e b, erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e et e b pariter acceptis. Quod cùm ita ſit, ſequitur quoq; ut duplum ſuperficiei a e in e b ſit incommenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonſtrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componũt lineam potẽtem in duo medialia, & minori earum abſciſſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cùm mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 35.*

Comperire binas rectas lineas potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incommenſurabile compoſito ex earum quadratis. 35



THEON *ex Zamb. Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tãtum incommenſurabiles α β, ϐ γ, medium comprehendentes, ut α β ipſa ϐ γ, maius poßit eo quòd ex ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq; ſuper α ϐ, ſemicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in ſuperioribus. Et quoniam (per ſecundam partem 18) incommenſurabilis eſt α ζ ipſi ζ β longitudine, incommenſurabilis eſt (per 11 decimi) & α δ ipſi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium eſt, medium igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod ſub α ζ, ζ β, æquũ eſt ei quod ex utraque ipſarum β ε, δ ζ, æqualis igitur eſt β ε ipſi δ ζ. Dupla igitur eſt ϐ γ ipſius ζ δ, quare & quod ſub α ϐ, β γ, duplum eſt eius quod ſub α β, ζ δ. Medium autem quod ſub α β, β γ, medium igitur & quod ſub α ϐ, ζ δ, æquumq; eſt ei quod ſub α δ, δ ϐ, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod ſub α δ, δ β. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi ϐ γ longitudine, commenſurabilis autem eſt β γ ipſi β ε, incõmenſurabilis igitur eſt (per 23 decimi) et α ϐ ipſi ϐ ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod ſub α ϐ, β ε, incommenſurabile eſt. Sed ei quidem quod ex α β æqualia ſunt quæ ex α δ, δ β (per 47 primi) ei autem quod ſub α β, ϐ ε, æquum eſt id quod ſub α ϐ, ζ δ, hoc eſt quod ſub α δ, δ β, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod ſub α δ, δ β. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitũ ex earum quadratis medium & quod ſub ipſis medium, & inſuper cõpoſito ex earũ quadratis incõmenſurabile: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*



SI duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq; binomium. 30

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directũq; coniunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compoſitam eſſe irrationalem, & ipſa uocatur binomium. Eſt enim per quartam ſecundi quadratum a c, æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius earum in alteram facit ſuperficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarũ faciũt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei unius earũ in alteram: erit igitur ex 9 quadratum a c incommenſurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant ſuperficiem rationalem, ideoq; ſuum latus tetragonicũ quod eſt a c, irrationale quoq; per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 36.*

Si binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uoceturq; ex binis nominibus. 36

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles α β, ϐ γ. Dico quòd α γ, irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α ϐ, ipſi ϐ γ longitudine, potẽtia enim*

tantum

tantum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ (per lemma 21 decimi) quod sub α β, β γ, ad id quod ex β γ. Incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, β γ, ei quod ex β γ, sed ei quod sub α β, β γ, commensurabile quidem est quod bis sub α β, β γ. Ei autē quod ex β γ, cōmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α β, β γ, incommensurabile est. Componendoq́; (per 4 secundi) quod bis sub α β, β γ, unà cum eis quæ ex α β, β γ, hoc ex quod est α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod fecisse oportuit.

α 20 β 6 γ

β γ Re. Re. 640

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

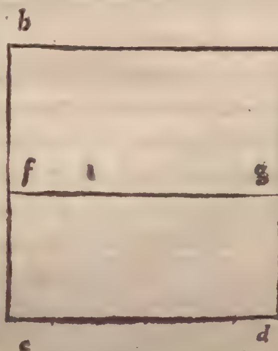
31 

Si duæ lineę mediales potētia tantū cōmunicans superficiēq́ rationalē continentes, directè coniūgantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́ bimediale primum.

Campanus. Sint duę lineæ a b & b c, in continuum directumq́ coniunctę quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq́ quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq́ quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totum ergo aggregatum ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totius a c per 4 secundi) est incommensurabile duplo superficiei unius earum in alteram per 9 huius. Cum itaq; duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq́ & linea a c: quod est propositum.

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 c

Idem *aliter.* Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarum linearū a b & b c, eritq́ superficies hæc d f medialis, cū utrunq́ quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non communicās in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g, quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine: duæ itaq; lineæ d g & g h sunt potētialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quę est d h, est binomium & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secūdi latus eius tetragonicum est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionē: quod oportuit demonstrare.



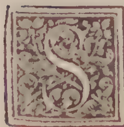
Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 37.*

37 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles cōpositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis prima medijs.

Theon ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes. Dico quòd α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incōmensurabilia ut quod bis sub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, unà cū eo quod bis sub α β, β γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α β, β γ. Supponuntur autem ipsæ α β, β γ, rationale comprehendentes: irrationale igitur est id quod ex α γ, irrationalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima, * uocauit autem eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* Græcus nō habet.

α Re. Re. 27 β Re. Re. 12 γ

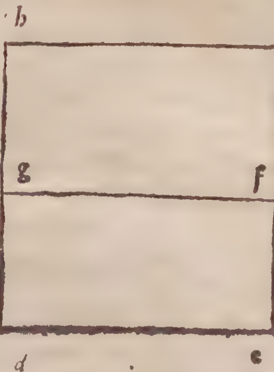
Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

32 

Si duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́ medialem continentes directè coniungantur, tota linea erit irrationalis diceturq́ bimediale secundum.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq́ coniunctæ, ut proponitur, quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compositam esse irrationalem & ipsa uocatur bimediale secundum. Esto enim linea d e rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrūq; mediale erit superficies d f medialis, quare per 20 linea d g quę est eius latus secundum, est rationalis in potentia tantum, & lineæ d e incommensurabilis in longitudine. Rursus adiungatur ad lineā g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h ęqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ etiam superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplū eius cui est æqualis f h erit mediale, partē 20 igitur est linea g h, rationalis in potentia tantum & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c sunt potentialiter tantū cōmunicantes, erit per primam sexti & per secundā partem 10 huius, superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplū eius, incommunicās duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incommunicantes: per primam itaque sexti & secundam partem 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

a Re.Re 128 b Re.Re. 72 c

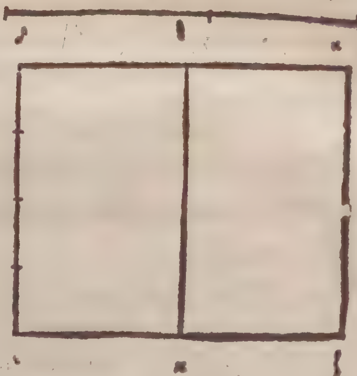


Euclid. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 38.

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles cōpositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs. 38

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis est α γ. Exponatur rationalis δ, ei autem quod ex α γ (per 44 primi) æquum ad ipsam δ ε comparetur δ ζ, latitudinem efficiens δ κ. Et quoniam quod ex α γ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ, quod autem ex α γ, æquū est ipsi δ ζ, igitur & δ ζ, æquū est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam δ ε, æquum ipsum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utraque ipsarū α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ, mediū autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ æquum est ε θ, ei uerò quod eis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, medium igitur est utrunq; ipsorum ε θ, θ ζ, & ad rationalem δ ε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraq; ipsarum δ θ, θ κ, & ipsi δ ε, longitudine, incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq; sicut α β ad β γ, sic quod ex α β, ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata, ei uerò quod sub α β, β γ, commensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum est ε θ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur ζ θ, ipsi θ ζ. Quare & δ θ, ipsi θ κ, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quòd rationales. Ipsæ igitur δ θ, θ κ, rationales sunt potentia tantum commēsurabiles. Quare δ κ, irrationalis est, rationalis autem δ ε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulum, irrationale est (per 22 decimi) Igitur area δ ζ irrationalis est, ipsamq́; potens irrationalis est, ipsum autem δ ζ, ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq́; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uerò est loco medium rationale. Quod autem sub rationali et irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet: si enim est rationale, comparatumq́; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdum. Quod igitur sub rationale est: quod ostendere oportuit.*

α Re. 8 β Re. 6 γ



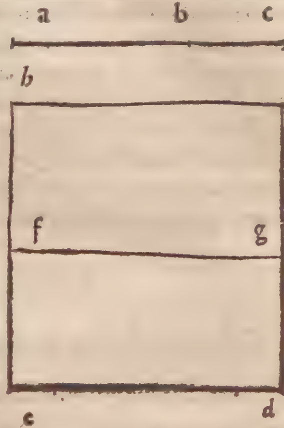
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

33 

Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmensurabiles superficiemq́ʒ medialē continentes, quarū ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ʒ linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq́ʒ coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur lineā maior. Cùm enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uerò alterius in alterā (quare & eius duplum) medialis per hypothesin erit totū ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiei unius in alteram, itaq́ʒ totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c) per 4 secundi, erit per 9 huius incommensurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionē ergo est quadratū lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis: quod est propositum.



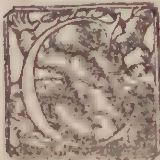
IDEM *aliter.* Sicut præmissis ad lineam d e, quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit ęqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ʒ rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius, secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicās lineæ d e. Rursus ad lineam f g adiungatur superficies f h ęqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ʒ medialis per hypothesin, quare per 20 linea g h quę est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomium & irrationalis, ideoq́ʒ per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem: quod uolumus ostendere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 39.*

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incōmensurabiles cōpositæ fuerint cōficientes compositū ex quadratis, quæ ab ipsis rationale, quod autē sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

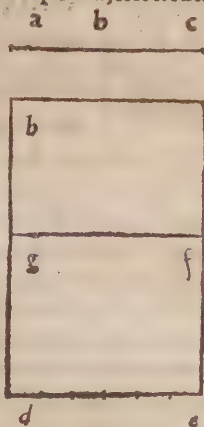
THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αβ, βγ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quòd αγ irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin) quod sub αβ, βγ, medium est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, medium est. Compositum uerò ex ijs quæ ex αβ, βγ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub αβ, βγ, cōposito ex ijs quæ ex αβ, βγ. Quare & quæ ex αβ, βγ, unà cum eo quod bis sub αβ, βγ, quod est id quod ex αγ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex αβ, βγ. Rationale autem est compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur est quod ex αγ. Quare et αγ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex αβ, βγ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex αβ, βγ, maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quòd inæquales sunt ipsæ αβ, βγ. Si enim æquales essent, æqualia quoq; essent (per 7 secundi) & quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, esset quoq; id quod sub αβ, βγ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ αβ, βγ. Supponatur maior αβ, ponaturq́; ipsi βγ, æqualis βδ. Quæ igitur ex αβ, βδ, æqualia sunt ei quod bis sub αβ, βδ, & ei quod ex αδ, æqualis autem est δβ, ipsi βγ. Quæ igitur ex αβ, βγ, æqua sunt ei quod bis sub αβ, βγ, et ei quod ex αδ. Quare quæ ex αβ, βγ, maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ, eo quod ex δα: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*

34 

Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ʒ rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ʒ potens in rationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmissis duę lineę a b & b c in continuum directumq; coniūctę quales proponitur, & ipsæ sunt ex 28 sumendæ. Dico quòd tota linea a c ex eis composita, erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cùm sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin, ideoq; & duplum eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quòd quadratum totius a c sit incommunicans duplo superficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis: quod est propositum.



IDEM *aliter.* Sit ut in præmissis linea d e rationalis in lōgitudine, superficiesq; d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq; medialis per hypothesin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non cōmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq; superficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundū, quod est g h, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h est binomium & irrationalis, et superficies e h per 16 à destructione consequētis est irrationalis. Cùm itaq; linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secundi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.

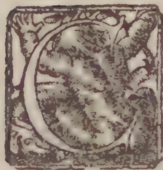
Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 40.*

Si binæ rectæ lineæ potētia incōmensurabiles compositę fuerint, efficientes compositum quidē ex earum quadratis medium: quod uerò sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autē rationale mediumq; potens. 40

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incōmensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quòd irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium est, quod uerò bis sub α β, β γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Rationale autem est quod sub α β, β γ. Irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq; potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas potest areas unam quidem rationalem, alteram uerò mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit: quod erat ostendendum.*

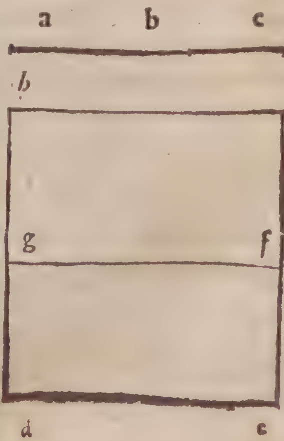
α β γ

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*



Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem cōtinentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo supficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in duo medialia. 35

CAMPANVS. Sint quoq; duæ lineæ hic a b & b c, in continuum directumq; coniunctæ ut proponitur, quæ ex 29 sumendæ sunt. Dico quòd linea a c ex eis composita est irrationalis, ac ipsa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineā d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis, eritq; medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantum, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h, quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, erit etiam ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incommensurabilis f h, quare per primam sexti, et secundam partē 10 huius, linea d g est incōmēsurabilis g h, per 30 igitur est linea d h, binomiū & irrationalis, itaq;

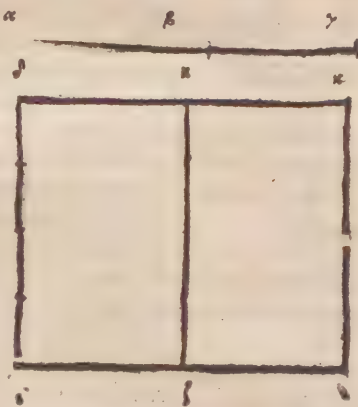


itaq; superficies e h est irrationalis, et eius latus tetragonicū quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplum superficiei a b in b c non esset incommēsurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset linea a c medialis: esset enim d f cōmunicās f h: ideoq; linea d g, lineæ g h: tota igitur d h esset rationalis in potentia tantum, incommēsurabilis in lōgitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusq; latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 41.*

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositę fuerint, efficiētes cōpositū ex earū quadratis mediū, quod uerò sub ipsis mediū, & insuper incōmensurabile cōposito ex earū quadratis, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potens media.

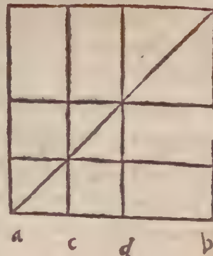
THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αβ, βγ, efficientes compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ medium, quodq; sub ipsis αβ, βγ, medium & insuper incommensurabile composito ex ijs quæ ex αβ, βγ, quadratis.* Dico quod αγ *irrationalis est.* Exponatur *rationalis* δε, *compareturq; (per 44 primi) ad ipsam* δε, *ipsis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum* δζ, *ei uerò quod bis sub αβ, βγ, æquum* κθ, *totum igitur* δθ *æquū est ei quod ex αγ quadrato.* Et *quoniā compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, medium est, ac est æquale ipsi* δζ, *medium igitur est &* δζ, *& ad ipsam* δε *rationalem comparatur, rationalis igitur est* δκ, *& ipsi* δε, *longitudine incommensurabilis.* Ac *(per 24 decimi)* κκ, *rationalis est & ipsi* κζ, *incommēsurabilis, hoc est ipsi* δε *longitudine.* Et *quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile est* δζ *ipsi* κθ, *quare &* δκ *ipsi* κκ *(per 1 sexti & 11 decimi) incommensurabilis est, suntq; rationales, ipsæ igitur* δκ, κθ, *rationales sunt, potentia tantum commensurabiles.* Irrationalis *igitur est* δκ *(per 36 decimi) appellata ex binis nominibus.* Rationalis *autem* δε, *irrationale igitur est* δθ, *& illud potens irrationalis est, potest autē ipsum* δθ, *ipsa* αγ. Irrationalis *igitur est* αγ, *uocaturq; bina potens media.* Appellat *uerò ipsam bina potentē media, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex αβ, βγ, & aliam quæ bis sub ipsis αβ, βγ: quod erat ostendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum est:

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū sectionū pariter accepta, tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quantum est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorē.

Sit enim linea a b diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq; maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarum linearum a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterā, in quadrato lineæ d b, nā quod fit ex a c in c b bis, cum quadratis duarum linearum a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraq; hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primum quidem per quartam secundi, secundum uerò per 8 eiusdē. Demptis itaq; utrinq; ęqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt residua quę sunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b, de secundo uerò quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b ęqualia, quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est quòd si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partiū pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earū in alterā. Et hoc est, propter quod istud præmisimus.



2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itemq; alia duo inæqualia diuidat̄, quadrata magis inæqualium pariter accepta, tanto sunt amplius quadratis minus inęqualiū pariter acceptis, quantū est duplum quadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplū eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ est inter punctum sectionis minus inæqualiū & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inæqualia in puncto d rursus per æqualia in e. Dico quod quadrata duarum partium magis inæqualium quæ sunt a c & c b tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ sunt a d & d b, quantum est duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 secundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta, dupla sunt quadratis duarum linearū b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum a d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplū quadrati lineæ d e, hoc autē, per 4 secundi est duplū quadrati lineæ c d, & quadruplū eius quod fit ex c d in d e, quare constat propositū. Ex hoc manifestū est quod quanto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tāto erunt earū quadrata pariter accepta, maiora & hoc est: propter quod istud præmisimus.

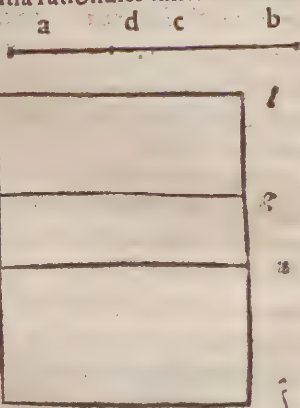
a c d e b

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*



IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctū & nominatum est binomium, diuidi impossibile est. 36

CAMPANVS. Sit a binomium, eritq; ex 30 composita ex duabus lineis in potētia tantū rationalibus cōmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eā diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione, uidelicet quod ipsi sunt potētia tantū rationales cōmunicantes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantum communicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in lōgitudine, cui adiungatur superficies e g, quæ sit æqualis quadratis duarū linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; superficies e g, rationalis, eo quod utrūq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum est rationale per hypothesin & superficies g h medialis per 19, quoniā ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f K æqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum sint diuersæ à duabus lineis a c & c b erit per secundū prædemonstratorum antecedentium superficies f k diuersa a superficie e g, earū ergo differentia sit k g, eritq; per 4 secundi excessus superficiei f h, super f k qui sit K l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiā superficies f K rationalis, & superficies k l medialis. Itaq; superficies K g cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f K, erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, nisi in rationali, & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cū ipsa sit differentia duarum superficierum medialium, quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 22, quod est impossibile.



Quod autem prædictæ irrationales sollummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON. *Lemma.*

Exponantur recta linea α β, seceturq; tota in inæqualia in utrunq; signorum γ δ, supponaturq; maior æ γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, β γ, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariàm in ε, & quoniam maior est α γ, quàm δ β, communis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior est, æqualis autē est α ε, ipsi ε β, minor igitur est δ ε, quàm ε γ, igitur γ & δ signa, non æqualiter distant à bifaria sectione. Et quoniam (per 5 secundi) quod sub α γ, γ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquū est ei quod ex ε β, at quod sub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquum est ei quod ex ε β, igitur quod sub α γ, γ β, unà cum eo quod ex ε γ, æquum est ei quod sub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, quorum quod ex δ ε, minus est eo quod ex ε γ, & reliquum igitur quod sub α γ, γ β, minus est eo quod sub α δ, δ β. Quare & quod bis sub α γ, γ β, minus est eo quod bis sub α δ, δ β, & reliquum igitur cōpositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius est composito ex ijs quæ fiunt ex α δ, δ β, siquidē utraq; æqualia sunt ei quod ex α β: quod ostendere oportuit.

α δ ε γ β

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 42.*

Quæ ex binis nominibus, ad unū dūtaxat signū diuidit in nomina. 42

THEON ex Zāb. *Sit ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, igitur ipsæ α γ, γ β, rationales sunt potentia*

potentia tãtum commensurabiles. Dico quòd ipsa $\alpha\beta$, ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ $\alpha\delta$, $\delta\beta$, sint rationales potentia tantũ cõmensurabiles, manifestũ iam quòd $\alpha\gamma$, ipsi $\beta\delta$ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & $\alpha\delta$, ipsi $\beta\gamma$ eadem, eritq; sicut $\alpha\gamma$ ad $\gamma\beta$, sic $\beta\delta$ ad $\delta\alpha$, eritq; $\alpha\beta$ in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur $\alpha\gamma$ ipsi $\delta\beta$ non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant à bifaria sectione. Quo itaq; differunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ab eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, eo etiam differt & quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ab eo quod tum quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, unà cum eo quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, tum quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, unà cum eo quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, sunt æqualia ei quod ex $\alpha\beta$. Sed quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ab eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ab eo quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, mediũ non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud et aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 Imediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam cõponi, quæ sint a c & c b. Dico quòd impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in pũcto d, assumptaq; linea rationale e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearũ a d & d b, eritq; per quartum secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoque erit utraq; duarum superficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primum superficies k g, irrationales ex 22, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

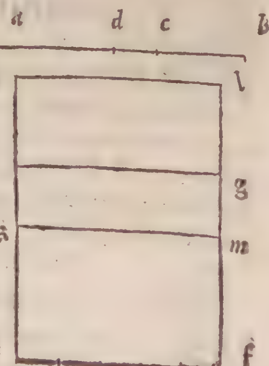
Euclid. ex Zamb. *Problema 31.* *Propositio 43.*

43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamb. Esto ex binis prima medijs $\alpha\beta$ diuisa in γ, ut ipsæ $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quòd ipsa $\alpha\beta$, ad aliud signũ non discinditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut $\alpha\delta$ & $\delta\beta$ sint potẽtia mediæ tantum commẽsurabiles rationale cõprehendentes. Quoniã igitur quo differt quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ab eo quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, differunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ab eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rationali autem differt quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ab eo quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, rationalia enim utraque. Rationali igitur differunt & quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ab eis quæ ex $\alpha\beta$, $\delta\beta$, media existentia, quod est impossibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 Imediale secundum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.



CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secundum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum communicantes, superficiemq; medialem continentes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico quòd impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineã rationalẽ e f, eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantum non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partẽ 10 huius, quod utrunq; quadra-

torum linearum a c & c b sit incommensurabile superficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata communicent ex hypothesi, sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incommensurabile superficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare superficies e g incommensurabilis est superficiei g h, & linea g f, lineæ g l per primam sexti & secundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l est binomium, diuisa secundum suum terminum in puncto g. Eodemq́ modo probabitur ipsam binomium esse, mediantibus superficiebus e m & m h diuisam, secundum suum terminum in puncto m, quod est impossibile per 36. Non enim potest dici, quòd linea f l diuisa sit ad puncta g & m in partes cõsimiles, sic enim esset linea f m æqualis g l, sed ipsa est maior linea m l, ut patet ex primo præmissorũ antecedentiũ huius & prima sexti, cum e m superficies sit maior h m superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse cõmunis 37 cæterisq́ eam sequentibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 44.*

Ex binis secunda medijs, ad unũ dũtaxat signũ diuiditur in nomina. 44

THEON *ex Zamb. Sit ex binis medijs secunda α β, diuisa in γ, ut α γ, γ β, mediæ sint potentia tantum commensurabiles mediũ cõprehendentes, manifestũ iam est quòd γ non est in diuidua sectione, quandoquidẽ non sunt longitudine cõmensurabiles. Dico quòd ipsa α β, ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ ut α γ ipsi δ β non sit eadem, sed per hypothesin sit maior α γ, manifestum quòd ea quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β, sicut suprà demonstrauimus. Et quod ipsæ α δ, δ β, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, mediũ comprehendentes. Exponaturq́ rationalis ε ζ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipsam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ β, æquũ auferatur ε θ, reliquũ igitur θ κ æquum est ei quod bis sub α γ, γ β. Rursus iã eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora sunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε λ, & reliquũ igitur μ κ, æquũ est ei quòd bis sub α δ, δ β. Et quoniam media sunt quæ ex α γ, γ β, medium igitur est & ε θ. Et ad rationalẽ ε ζ comparatur: rationalis igitur est ε θ & incõmensurabilis ipsi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiã θ ν rationalis est & ipsi ε ζ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã ipsæ α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantũ commẽsurabiles, incõmensurabilis est igitur α γ ipsi γ β longitudine, sicut autem α γ ad γ β, sic quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ β. Incõmensurabile igitur est quod ex α γ, ei quod sub α β, γ β. Sed ei quidẽ quod ex α γ commensurabilia sunt quæ ex α γ, γ β, potẽtia enim sunt cõmensurabiles ipsæ α γ, γ β, ei autem quod sub α γ, γ β, cõmensurabile est quod bis sub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ β, igitur incõmensurabilia sunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidẽ quæ ex α γ, γ β, æquum est ε θ, ei autẽ quòd bis sub α γ, γ β, æquum est θ κ. Incommensurabile igitur est ε θ ipsi θ κ, quare & ipsa ε θ ipsi θ ν, est longitudine incõmensurabilis. Et ipsæ ε θ & θ ν sunt rationales, igitur rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Si uerò binæ rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles cõpositæ fuerint, tertia irrationalis est uocaturq́ ex binis nominibus (p 36 decimi) ipsa igitur ε ν ex binis nominibus, est diuisa in θ. Per eandẽ iam ostendẽtur & ipsæ ε μ, μ ν, rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa ε ν ex binis nominibus per aliud signum & aliud diuisa est in θ & in μ, nec est ε θ ipsi μ ν eadẽ: quandoquidẽ quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eis quæ ex δ β, α δ, sed quæ ex α δ, δ β, maiora sunt eo quod bis sub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ β, hoc est ε θ, maius est eo quod bis sub α δ, δ β, hoc est μ κ. Quare et ε θ, ipsa μ ν maior est. Igitur ε θ, ipsi μ ν non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdum. Ex binis secunda medijs igitur, in alio & alio signo non diuiditur, in uno igitur tantũ signo diuiditur: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*



Inea maior, nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest. 39

CAMPANVS. Sit quoq́ hæc linea maior a b diuisa ad punctum c, in duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiemq́ medialẽ continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 33. Dico quòd impossibile est ad alium punctũ in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quòd si potest, sit hic ad d, maneantq́ sub his eadem figura eædemq́ hypotheses quæ prius, & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.

a d c b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propositio 45.*

Maior, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zã. *Sit maior α β, diuisa in γ, ut (p 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ sint cõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis ratiõale, qd'q́ sub ipsis α γ, γ β, mediũ: dico q ipsa α β, ad aliud signum*

signum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipsæ αδ, δβ, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex αδ, δβ, rationale, quodq; sub ipsis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex αγ, γβ, eis quæ ex αδ, δβ, hoc differt & quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γβ, sed quæ ex αγ, γβ, ea quæ ex αδ, δβ, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis sub αδ, δβ igitur id quod bis sub αγ, γβ, excedit rationali, media existentia. quod est impoßibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unum tantum signum: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 40.

40 

Inea potẽs in rationale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

CAMPANUS. Hęc quoq; 40, manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quòd ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam cõponi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit quàm proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 46.*

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat signũ discinditur in nomina.

THEON *ex Zamb. Esto rationale mediumq; potens αβ, diuisa in γ, ut ipsæ αγ, γβ, potentia sint incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex αγ, γβ, medium quod autem sub αγ, γβ, rationale, dico quòd ad aliud signum ipsa αβ non diuiditur. Si enim poßibile est, diuidatur et in δ, & ut αδ, δβ, potentia sint incommensurabiles efficientes cõpositum ex αδ, δβ medium, quod uerò sub ipsis αδ, δβ, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis sub αγ, γβ, ab eo quod bis sub αδ, δβ, eo differunt & quæ ex αδ, δβ, eis quæ ex αγ, γβ, quod autem sub αγ, γβ, id quod bis sub αδ, δβ, rationali excedit, & quæ ex αδ, δβ, igitur quæ ex αγ, γβ rationali excedunt, cũ media existant, quod est impoßibile. Rationale mediumq; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq; signum non diuiditur, ad unum igitur signum diuiditur: quod oportuit demonstrare.*

Euclid. ex Camp. Propositio 41.

41 

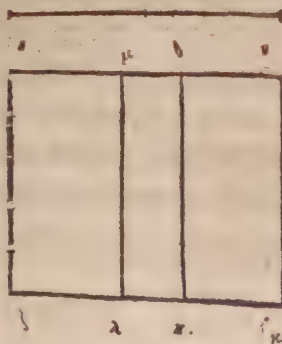
Inea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniũcta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur, est diuisibilis.

CAMPANUS. Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 asserit eam componi, cæterisq; ut suprà tam figura quàm positionibus manentibus, probatur sicut 38, nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36. quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 47.*

47 Bina potens media, ad unum dũtaxat signum diuiditur in nomina.

THEON *ex Zãb. Sit bina potens media αβ diuisa in γ, ut ipsæ αγ, γβ, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi) compositũ ex eis quæ ex αγ, γβ, mediũ, quod uerò sub αγ, γβ, mediũ, & insuper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico quòd ipsa αβ in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa αγ ipsi δβ, non sit eadẽ, sed maior per hypothesin sit αγ, ponaturq; rationalis εζ, compareturq; (per 43 primi) ad ipsam εζ, eis quæ ex αγ, γβ, æquum εκ, ei autẽ quod bis sub αγ, γβ, æquũ θλ. Totũ igitur ελ, æquũ est ei quod ex αβ quadrato. Rursus cõparetur ad ipsam εζ, eis quæ ex αδ, δβ, æquũ ελ, reliquũ igitur quod bis sub αδ δβ, reliquo μκ est æquale. At quoniam mediũ supponitur compositũ ex ijs quæ ex αγ, γβ, mediũ igitur est & εν, & ad rationalẽ εζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi) θε, & ipsi εζ lõgitudine incõmensurabilis. Id propterea etiam θν, rationalis est, & ipsi θν lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniam compositum ex ijs quæ ex αγ, γβ, incommensurabile ex eo quod bis sub αγ, γβ, igitur εν, ipsi θκ est incommensurabile. Quare & εθ ipsi θν, est incommensurabilis, suntq; rationales. Ipsæ igitur εθ, θν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur εν ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter iam demonstrabimus quòd in μ diuisa, & quòd εθ ipsi μν est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur: in uno igitur tantum signo diuiditur: quod erat ostendendum.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq́; eadem longior lineæ positæ rationali cõmunicans, ipsum uocabitur binomiũ primũ. 2 Si uerò breuior positæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ secundum. 3. Quòd si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq́; longior portionum positæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Euclid. ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili, si maius nomẽ lõgitudine fuerit cõmensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus lõgitudine cõmensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.
4 Rursus iam si maius nomẽ minore maius possit, eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali lõgitudine cõmensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.
5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existẽtibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili, secũdas ordine uerò reliquas tres similiter, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incõmensurabili, eo quia præstãtius est cõmensurabile incõmensurabili. Et insuper primã, in qua maius nomen expositæ rationali cõmensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniam rursus præstantius est maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominũ expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uerò quintam, ac tertiam sextam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 42.*



Binominum primum inuenire. 240

CAMPANVS. Sit a linea rationalis posita, sumanturq́; duo numeri quadrati b & c, quorum e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturq́; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritq́; ex secunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali positæ in longi

in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq́ proportio quadrati lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut c a d d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potentiorq́ linea g h quæ est breuior. in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorū ipsarum f g & f h sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c & d. Linea uero g h, conuincitur esse rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq́ neq́ lineæ a rationali positæ, cum sit enim quadratum lineæ f g ad quadratum lineæ f h, sicut numerus c ad numerū d, erit per euersam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratū lineæ g h, sicut numerus c ad numerum e. Cū itaq́ c sit numerus quadratus, e uerò non quadratus sequitur per ultimam partem 7, ut linea g h sit incommensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalem in potentia tantum, & a diuisione lineas f g & g h componere binomiū primum: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 48.*

48 ## Inuenire ex binis nominibus primam.

THEON *ex Zamb. Exponātur bini numeri αγ, γβ, ut compositus ex ipsis αβ ad βγ rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autem γα rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq́; quædam rationalis δ, ac ipsi δ commensurabilis esto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipsa εζ, rationalis igitur est εζ, fiatq́; (per 9 decimi) sicut βα numerus ad αγ, sic quod ex εζ ad id quod ex ζη. At αβ ad αγ rationem habet quam numerus ad numerum. Igitur & quod ex εζ ad id quod ex ζη rationē habet quam numerus ad numerū. Quare quod ex εζ, ei quod ex ζη est commensurabile. Est autem rationalis εζ, rationalis igitur est & ζη. Et quoniam αβ ad αγ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq́; quod ex εζ ad id quod ex ζη rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommensurabile igitur est εζ, ipsi ζη longitudine. Ipsæ igitur εζ, ζη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa εη. Dico quòd & prima. Quoniam enim est sicut βα numerus ad αγ, ita quod ex εζ ad id quod ex ζη, maior autem est ipse βα ipso αγ, maius igitur est & quod ex εζ eo quod ζη, esto igitur ei quod ex εζ æqualia quæ ex ζη θ. Et quoniam est sicut βα ad αγ, sic quod ex εζ ad id quod ex ζη, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex εζ ad id quod ex θ. At αβ ad βγ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex εζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Commensurabilis igitur est εζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur εζ quàm ζη, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq́; εζ, ζη, rationales sunt Commensurabilisq́; est εζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur εη ex binis nominibus prima est: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 43.*

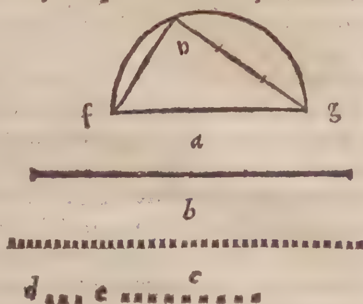


43 ## Binomium secundum reperire.

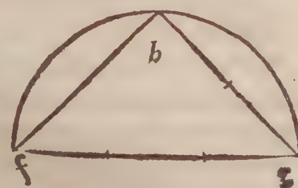
CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus nō quadratus, diuisibilis in d non quadratum & e quadratū, ita tamē quod proportio totius c qui est non quadratus ad d, qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est 12 & 48. diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, estq́ proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuisibilis est in 36 & 12.

Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq́ sit unitate minor, cuius quadratū sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq́ ex prima incidentiū noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq́ e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eò quòd uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq́ f qualem quærimus

quærimus. Eſt enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus ſit non quadratus. Si enim d numerus eſſet quadratus, eſſet quoq; b quadratus ex 2 parte eiuſdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a eſt quadratus, eſſet per 16 eiuſdem, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod eſt impoſſibile, cum ſint ſola unitate diſtantes, non eſt igitur d quadratus, quare nec f, eſt enim f æqualis d & e, quoniã cum b ſit differentia d ad c, ut patet ex præmiſſis, erit per primam incidentium noni quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, ſequitur ut d ſit differentia f ad e, & quia per 18 ſeptimi eſt f ad e ſicut d ad c, erit permutatim f ad d ſicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorum e & c ſit quadratus, manifeſtum eſt numerũ f eſſe qualẽ uolumus, eſt enim non quadratus diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d eſt ſicut



quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia ſint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium ſecundum. Cum enim ſit a quadratum f g ſicut b ad c, rurſusq; quadratum f g ad quadratum g h ſicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, ſicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b et e ſit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h communicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ: de linea uerò f g conſtat quòd ipſa ſit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine per ultimã partẽ 7, quæ cum ſit potẽtior linea g h in linea f h per 3[illegible] tertij & penultimã primi, cõmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per ſecundam partem 7, eo quòd eorum quadrata ſunt in proportione numerorũ c & d, quorum eſt proportio ſicut numerorum quadratorum per hypotheſin, conſtat propoſitum. Aliter quoq; idem. Eſto linea g h, communicans a rationali poſitæ in longitudine, quam facilè eſt inuenire, ſitq; c numerus quadratus diuiſibilis in quadratum d, & non quadratum e, ſitq; proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, ſicut numerus e ad numerum c eritq; f g incommenſurabilis lineæ g h in lõgitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primò per conuerſam deinde per euerſam proportionalitatem, & per ſecũdam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium ſecundum.



a Re. 5

d.............e.....................

Euclid. ex Zamb. *Problema 44.* *Propoſitio 49.*

Comperire ex binis nominibus ſecundam. 49

T H E O N *ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ipſis compoſitus α β, ad β γ, rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autem γ α rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; rationalis δ, ipſiq; δ cõmenſurabilis eſto lõgitudine ζ κ, ipſa igitur ζ κ rationalis eſt. Fiat etiã (per correlariũ 6 decimi) et ſicut γ α numerus ad α β, ſic quod ex κ ζ, ad id quod ex ζ ε, commẽſurabile igitur eſt id quod ex κ ζ, ei quod ex ζ ε, rationalis igitur eſt & ζ ε. Et quoniã γ α, numerus ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex κ ζ, ad id quod ex ζ ε, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt κ ζ, ipſi ζ ε longitudine. Ipſæ igitur ε ζ ζ κ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa ε κ. Oſtendendũ uerò quod & ſecunda. Quoniã rurſus eſt ſicut β α, numerus ad α γ ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ κ, maior autẽ eſt β α, ipſo α γ, maius igitur & quod ex ε ζ, eo quod ζ κ, eſto autem ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex κ ζ θ. Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut α β, ad β γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ε ζ, ipſi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ε ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commenſurabili, & ipſæ ε ζ, ζ κ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ζ κ, nomen minus commenſurabile eſt longitudine ipſi δ rationali expoſitæ, ipſa igitur ε κ, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat faciendum.*

α . . . . γ . . . β

δ

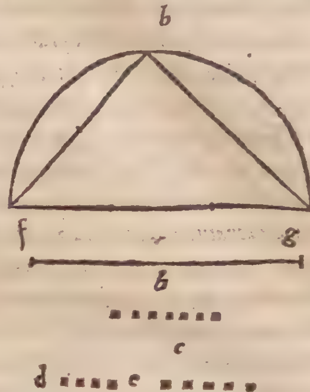
ε 12 ζ 9 κ

θ 6

Euclid. ex Camp. Propositio 44.

44 
Binomium tertium inueſtigare.

CAMPANVS. Binomium quocq; tertium ſic reperitur. Poſita ut prius linea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus, c uerò quadratus, diuiſibilis in quadratum d, & non quadratũ e, cætera omnia ſint ut prius, dico quòd duę lineę f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earum eſt commenſurabilis in longitudine lineę a rationali poſitę, ſed utracq; incommẽſurabilis, f g quidem, per ultimã partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatẽ & ultimã partem 7. Eſt enim per æquam proportionalitatẽ quadratum lineæ a ad quadratum lineę g h, ſicut numerus b ad numerum e, mediãtibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non ſunt in proportione aliquorum quadratorũ, cũ b ſit numerus primus: ſi enim eſſent in proportione numerorũ quadratorũ, neceſſe eſſet per 16 octaui & octauã eiuſdem tertiũ eis in continua proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdem numerus b ſuperficialis, quod eſt impoſſibile, cum ſit primus per hypotheſin, incõmenſurabilis eſt itacq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quę communicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 50.

50
Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis compoſitus α β, ad β γ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipſum autem α γ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Expliceturq́; aliquis etiam alius numerus non quadratus δ & ad utrunq; ipſorum β α, α γ, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq́; aliqua rationalis recta linea quæ ſit ε. Fiatq́; ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ η, Cõmenſurabile igitur eſt quod ex ε, ei quod ex ζ η. Eſt autem ε rationalis, rationalis igitur eſt & ζ η, (per diffinitionem.) Et quoniam δ ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque quod ex ε ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ η, longitudine (per 9 decimi) Fiat iam rurſus ſicut α β numerus ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Commenſurabile igitur eſt quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis autem eſt ζ η, rationalis igitur & η θ. Et quoniã β α, ad α γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ζ η ad id quod ex θ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ longitudine. Ipſæ igitur ζ η & η θ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ζ θ ex binis nominibus eſt. Aio etiã quòd et tertia. Quoniam enim eſt ſicut δ ad α β, ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex ζ η, ſicut autem β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmenſurabilis eſt igitur ε ipſi η θ longitudine. Et quoniam eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ. Eſto igitur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex ζ η igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Commenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi κ longitudine. Ipſa igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Ipſæq́; ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Ac neutra ipſarum cõmenſurabilis eſt ipſi ε longitudine: ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia eſt: quod inuenire oportebat.

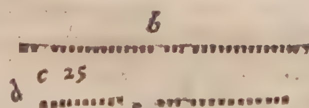
α . . . . γ . . . . . β
δ . . . .
ε
ζ 20 η 15 θ
κ 5

Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 
Binomium quartum ſcrutari.

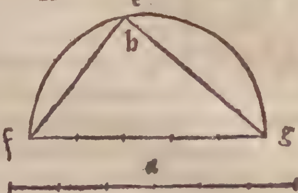
CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum eſt ſicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

non quadratos qui sunt d & e. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

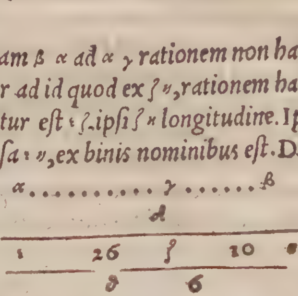


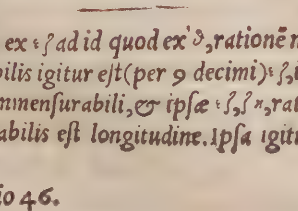
Euclid. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 51.* 51

Inuenire ex binis nominibus quartam.



THEON *ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipsorum rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, exponaturq́; rationalis δ. Ipsiq́; δ commensurabilis esto lõgitudine, ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiatq́; sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmensurabile igitur est per diffinitionẽ quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi) ε ζ. Rationalis igitur est (per 6 decimi) & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est ε ζ. ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Quare ipsa ε η, ex binis nominibus est. Dico iam quòd & quarta. Quoniã enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cõuertendo igitur (per 19 quinti) & eius correlariũ sicut α β, numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa η ζ, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ipsæ ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ commensurabilis est longitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta: quod erat inueniendum.*



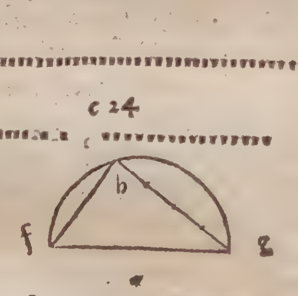


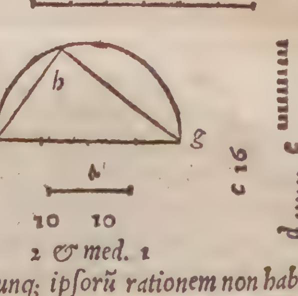
Euclid. ex Camp. *Propositio 46.* 46



Binomium quintum quærere.

CAMPANVS. Huius inuentio sic est sicut binomij secundi, excepto quòd numerus c non quadratus diuidetur in d nõ quadratum & e quadratũ, ita tamen quod proportio c ad d, non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratum. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaq; proportionẽ quadrati lineæ g a ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & conuersa & euersa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.

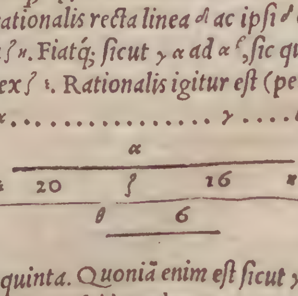


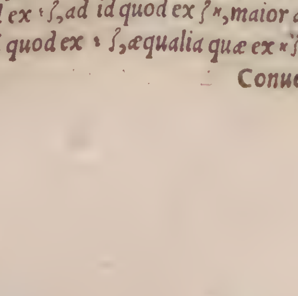


Euclid. ex Zamb. *Problema 17.* *Propositio 52.* 52

Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON *ex Zãb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq́; aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ cõmensurabilis esto (per diffinitionẽ) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiatq́; sicut γ α ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Cõmensurabile igitur est quod fit ex η ζ, ei quod ex ζ ε. Rationalis igitur est (per 6 decimi) & ζ ε. Et quoniã γ α ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) η ζ, ipsi ζ ε longitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia cõmensurabiles, tãtũ ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iã quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, *rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior aũt est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η. Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*





ἀνάπαλιν

Conuer-

Conuertẽdo igitur (per 19 quinti) & eius correlariũ, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ϑ. At α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ, ad id quod ex ϑ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε ζ, ipsi ϑ longitudine. Quare ε ζ ipsa ζ η maius potest, eo quod sibi ex incommensurabili. Suntq; rationales potentia tantũ cõmensurabiles, & ζ η nomen minus cõmensurabile, est expositæ rationali Δ longitudine. Ipsa igitur ε η, (per 48 decimi) quinta est ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 47.

47 N binomio sexto demum oportet insistere.

CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutandum est, & tamen erit hic numerus quadratus c diuisus in duos nõ quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitiõe binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomium sextum, quod est propositum inuenire.

b
c 16
d e
h
f g
a 15

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propositio 53.

35 Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipsorũ rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Sitq; etiam alius numerus δ non existẽs quadratus, quia utrunq; ipsorũ β α, α γ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq; (per diffinitionem) sicut δ ad α β, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi) ε ipsi ζ η, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniã δ ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η, longitudine. Fiat rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η ϑ. Commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η ϑ. Rationale autẽ est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η ϑ, rationalis igitur η ϑ. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η ϑ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lõgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantũ, ex binis igitur nominibus ex ζ ϑ, (per 36 decimi.) Ostendendum uerò quòd & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad α β, sic quod ex ε, ad id quod est ζ η, est autem & sicut β α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ε, ad id quod ex η ϑ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis est igitur utraq; ipsarũ ζ η, et η ϑ, ipsi ε longitudine. Et quoniã est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η ϑ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η ϑ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti et correlarium eiusdem) sicut α β ad β γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est ζ η ipsi κ longitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ η, η θ, rationales, potentia tantum commensurabiles. Ac ipsarum ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζ ϑ, ex binis nominibus est sexta: quod erat inueniendum.*

α . . . . . . γ . . . .
δ . . . .
ε 20
ζ 10 η 10
ϑ 6

Euclid. ex Camp. Propositio 48.

48 I fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest, binomium esse necesse est.

CAMPANVS. Sit superficies a c, cõtenta linea rationali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quòd latus tetragonicum superficiei a c est binomium. Si enim punctus d communis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur itẽ minor portio quæ est d c per æqualia ad pũctum e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportio-

nalis quod qualiter fiat in 13 dictum est, ducātur autē lineæ e g, d h, f k, æquidistantes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potētior linea d c in quadrato lineæ sibi cōmunicātis in lōgitudine, sequitur ex secūda parte 13 quòd duę lineæ b f & f d sint cōmunicātes, per 9. igitur est utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per diffinitionem ambæ sunt rationales in longitudine, ideoq; per 15 utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarum superficierum a f & f h, est rationalis. Describatur itaq; quadratum l m, cuius latus l r, æquale superficiei a f, cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quātitatem, quod ipsius gnomonis quadratum quod sit m n, sit ęquale superficiei f h, duoq; eius supplementa sint p m & m q, quare necesse est esse ęqualia duabus superficiebus d g & g c. Quod sic collige. Cum enim sit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco proportionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementum p m est etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti, sequitur ut p m sit æqualis d g, ideoq; m q, g c, igitur linea l p, est latus tetragonicum superficiei a c. Hanc lineam dico esse binomium. Cum sint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e: sed b f est incommensurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis simpliciter, ut probatum est, d e uerò quia communicat in longitudine d c rationali in potentia tantum, erit etiam ipsa rationalis in potentia tātum per 18, quod ex præmissis hypothesibus manifestum est. Itaq; per 2 partem 10, superficies a f, est incommensurabilis superficiei d g, igitur & quadratū l m, supplemento p m, quare per primam sexti & secūdam partem 10 linea l r, est incommensurabilis lineæ r p. Ex 30 igitur constat lineam l p esse binomium: quod erat demonstrandum.

THEON. *Lemma.*

Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq; (per 14 primi) ut δ β, ipsi β ε, sit in rectas lineas. In rectas lineas igitur est & ζ β, ipsi β η. Cōpleaturq; parallelogrammū α γ. Dico quòd α γ, quadratū est, & quod δ η, ipsorum α β, β γ, medium est proportionale, & insuper δ γ, ipsorum α γ, γ β, mediū proportiōale est. Quoniā enim δ β, ipsi β ζ est æqualis, & β ε ipsi β η: igitur δ ε toti ζ η est æqualis. Sed δ ε, utriq; ipsarū α θ, κ γ est æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrammū α γ, æquilaterū est, est quoq; & rectangulum, quadratū igitur est α γ, (per 46 primi) Et quoniā est sicut ζ β ad β η, sic δ β, ad β ε, sed sicut quidē ζ β, ad β η, sic (per 1 sexti) α β, ad δ η, sicut uerò δ β, ad β γ, sic δ η, ad β γ, & sicut igitur α β ad δ η, sic δ η ad β γ. Igitur δ η, ipsorū α β, β γ, medium proportionalitate est. Dico iam quòd & δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniā enim est sicut α δ ad δ κ, sic est κ η ad κ γ, (æqualis est enim altera alteri) & componendo (per 16 quinti) sicut α κ ad κ δ, sic κ γ, ad γ η, sed sicut α κ, ad κ δ, sic α γ, ad γ δ, sicut autem κ γ ad γ η, sic (per 1 sexti) δ γ, ad γ β, igitur δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium & proportionale est.

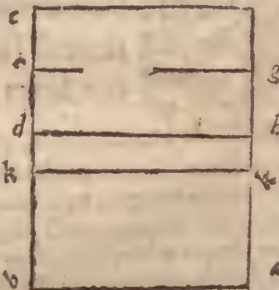
Euclid. ex Zamb. *Problema 16. Propositio 54.*

Si areola cōprehēdatur sub rationali ac ex binis nominib. prima, quæ areolā potest, irrationalis est, ex binis nominib. uocata, 54

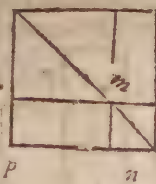
THEON ex Zāb. *Areola etenim α β γ δ, cōprehendatur sub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipsam α γ areolā potēs irrationalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniā enim ex binis nominibus est prima ipsa α δ, diuidatur (p 42 decimi) in nomina in ε, sitq; maius nomen α ε. Manifestū iā, quod ipsæ α ε, ε δ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles, & α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili & α ε, (per 48 decimi) cōmēsurabilis est expositæ rationali α β longitudine. Secetur iā (p 10 primi) ε δ, bifariàm in signo ζ. Et quoniā α ε, ipsa ε δ, maius potest*

eo quod ex ſibi cõmenſurabili, ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore, hoc eſt ei quod ex ι ζ, æquũ ad maiorẽ α ι cõparatũ fuerit deficiẽs forma quadrata, in cõmenſurabilia diſtribuit (per 17 decimi) Cõparetur (p 28 ſexti) igitur ad ipſam α ι, ei quod ex ι ζ, æquũ quod ſub α κ, κ ι, cõmenſurabilis igitur eſt α κ, ipſi κ ι lõgitudine. Excitẽturq́ (per 31 primi) per ipſa κ, ι, ζ, utriq; ipſarũ α β, δ γ, paralleli κ θ, ι λ, ζ λ. Et ipſi quidẽ α θ parallelogrãmo, æquũ (p 14 ſecũdi) quadratũ cõſtituatur σ ν, ipſi autẽ κ κ, ν π. Ponãturq́ (p 14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν, ipſi ν ξ, in rectas igitur lineas eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq́ ipſum σ π, parallelogrãmũ, quadratũ igitur eſt σ π. Et quoniã quod ſub α κ, κ ι, æquũ eſt ei quod ι ζ, eſt igitur (p cõſtructionẽ) ſicut α κ, ad ι ζ, ſic ζ ι, ad ι κ, & ſicut igitur (per 1 ſexti) α θ ad ι λ, ſic ι λ, ad κ ν. Ipſorũ igitur α θ, κ κ, mediũ ι λ, proportionale eſt. Sed α θ quidẽ, æquum eſt ipſi σ ν & κ κ, æquũ eſt ipſi ν π. Ipſorũ igitur α θ, κ λ, mediũ ι λ proportionale eſt. Eſt autẽ ipſorũ σ ν, ν π, mediũ μ ρ proportionale, (p oſtẽſum lẽma) æquũ eſt igitur μ ρ, ipſi ι λ. Sed μ ρ, quidẽ, ipſi ο ξ, æquũ eſt, & ι λ, ipſi ζ γ, totũ igitur ι γ, ipſis μ ρ, ο ξ, eſt æquale. Sũt autẽ et ipſa α θ, κ κ, ipſis σ ν, ν π, æqualia, (p 44 primi) totũ igitur α γ, æquũ eſt toti σ π, hoc eſt ei qd' ex μ ξ, quadrato, igitur ipſa μ ξ, ipſum poteſt α γ. Dico iã q, et ipſa μ ξ, ex binis nominibus eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt (p 17 decimi) α κ ipſi ι κ, cõmẽſurabilis igitur eſt (p 12 decimi) & diffinitionẽ, & α ι, utriq; ipſarũ α κ, κ ι. Supponatur autẽ (p diffinitionẽ primæ) α ι ipſi α β, cõmẽſurabilis, & ipſæ igitur α κ, κ ι, ipſi α β, ſunt cõmẽſurabiles. Rationalis uerò eſt α β, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarũ α κ, κ ι. Rationale igitur eſt & utrũq; ipſorũ α θ, κ κ. Cõmẽſurabile autẽ eſt (per 1 ſexti et 11 decimi) α θ ipſi κ κ. Sed α θ, ipſi quidẽ σ ν eſt æquale, ipſum uerò κ λ, ipſi ν π, & ipſa igitur σ ν, ν π, hoc eſt qd' ex μ ν, ν ξ, rationalia ſunt & cõmenſurabilia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι, ipſi ι δ longitudine, ſed ipſa qdẽ α ι ipſi α κ, eſt cõmenſurabilis, ipſa autẽ δ ι ipſi ι ζ cõmenſurabilis (per 13 decimi) incõmenſurabilis igitur eſt & α κ, ipſi ι ζ. Quare & α θ, ipſi ι λ, incõmenſurabile eſt. Sed α θ, quidem ipſi σ ν, eſt æquale, ipſum uero ι λ, ipſi μ ρ, & σ ν, igitur ipſi μ ρ. incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ρ, ſic & ο ν ad ν ρ. incõmenſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ρ. Aequalis autem eſt ο ν ipſi μ ν, & ν ρ ipſi ν ξ, incõmenſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν, commẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ, & utrunq; rationale. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ipſa igitur μ ξ, ex binis nominibus eſt, ipſumq́ α γ, poteſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 49.

49 I fuerit ſuperficies linea rationali binomioq́ ſecundo cõtenta, latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

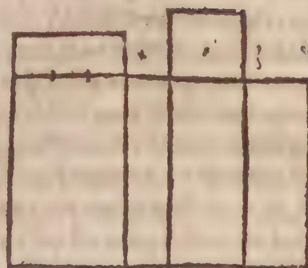


CAMP. Sit eadẽ figura eædẽq́ hypotheſes quę in pręmiſſa, eritq́ ex diffinitiõe binomij ſecũdi, linea d c, rationalis in lõgitudine, quare per 15 utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c, (ideoq́ & duo ſupplemẽta p m, m q) erit rationalis, linea uerò b d erit rationalis in potẽtia tantũ, & diuiſa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f, ex diffinitione binomij ſecũdi & præmiſſis hypotheſibus, & ſecunda parte 13 per 19 igitur erit utraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h, (ideoq́ & utrunq; quadratorũ l m & m n) medialis, itaq; ambæ lineæ l r & r p, ſunt mediales in potẽtia quoq; cõmunicantes, nã cũ linea b f cõmunicet lineæ f d, ſequitur ut a f cõmunicet f h, quare quadratũ l m, quadrato m n, ideoq́ & linea l r, lineæ r p in potẽtia, in lõgitudine autẽ non cõmunicãt, quoniã per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero rationalis uidelicet m p, ſequitur ut l r nõ cõmunicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipſæ cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ quæ eſt m p, conſtat lineam l p ex 31 huius, eſſe bimediale primum. Euclid. ex Zamb. Theorema 37. Prop. 51.

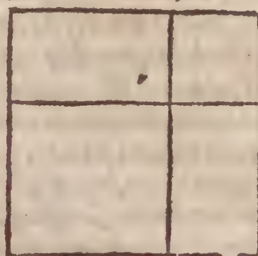


51 Si areola comprehẽſa fuerit ſub rationali, & ex binis nominibus ſecunda, areolam potens irrationalis eſt, uocaturq́ ex binis medijs prima.

THEON ex Zã. Cõprehẽdatur areola α β γ δ, ſub rationali α β, ac ex binis nominibus ſecũda α δ. Dico q α γ areã potẽs, ex binis medijs eſt prima. Quoniã enim ex binis nominib. ſecũda eſt α δ, diuidatur in nomina in ſigno ι, ut maius nomẽ ſit α ι, ipſæ igitur α ι, ι δ, (p 49 decimi) ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, & α ι, ipſa ι δ maius poteſt eo qd' ex ſibi cõmẽſurabili, ac nomẽ minus ι δ cõmẽſurabile eſt ipſi α β lõgitudine. Secetur (p 10 primi) ipſa ι δ bifariã in ſigno ζ, & ei qd' ex ι ζ, æquũ ad ipſam α ι cõparetur (p 28 ſexti) deficiẽs forma quadrata qd' ſub α κ, κ ι, cõmẽſurabilis igitur eſt (p 27 decimi) α κ, ipſi κ ι lõgitudine. Et p ipſa κ ι, ζ, ſigna excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipſis α β, γ δ, ſintq́ κ θ, ι κ, ζ λ. Ac ei quidẽ qd' eſt α θ, parallelogrãmo cõſtruatur (per 14 ſecũdi) æquũ quadratũ σ ν, ipſi aũt κ κ, æquũ quadratũ ν π. Ponaturq́ (p 14 primi) ſic in rectas lineas, μ ν, ipſi ν ξ, in rectas lineas: igitur eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq́ σ π quadratũ. Manifeſtum iã eſt ex præoſtẽſo lẽmate qd' μ ρ mediũ proportionalitate eſt ipſorũ σ ν, ν π, & per præcedens theorema æquũ ipſi ι λ, & qd' α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã quod μ ξ, ex binis medijs eſt prima. Quoniã α ι, ipſi ι δ eſt incõmẽſurabilis lõgitudine, cõmẽſurabilis autẽ eſt (per 49 decimi) ι δ, ipſi α β, incõmẽſurabilis igitur per



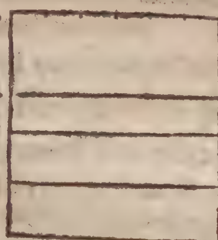
13 decimi, est ακ, ipsi αζ, lõgitudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est αν, ipsi κν, cõmensurabilis est et ακ utriq; ipsarũ αν, νκ. Et ακ, rationalis est, ratiõalis igitur & utraq; ipsarũ αν, νκ, p cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est ακ, ipsi αζ, cõmensurabilis autẽ est ακ, utriq; ipsarũ αν, νκ, & ipsæ αν, νκ, igitur incõmensurabiles sunt ipsi αβ. Ipsæ ζ α, αν, νκ, igitur (p 13 decimi) ratiõales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipsorũ αθ, νκ, medium est, quare & utrũq; ipsorũ σμ, νπ, mediũ est, & ipsæ μν, νξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽsurabilis est αν ipsi νκ lõgitudine, cõmẽsurabile est & αθ ipsi νκ, hoc est σν ipsi νπ, hoc est qđ ex μν ei qđ νξ. quare & ipsæ μν, νξ, potẽtia sũt cõmẽsurabiles. Et quoniã incõmẽsurabilis est ακ, ipsi κδ, lõgitudine, sed ipsa quidẽ ακ cõmẽsurabilis est ipsi αν, & κδ, ipsi κζ, incõmensurabilis igitur est (p 13 decimi) λν ipsi κζ.

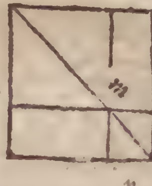


Quare (p 1 sexti) & 11 decimi & αν, ipsi κλ incõmẽsurabile est, hoc σν, ipsi μρ, hoc est σν, ipsi νξ, hoc est μν, ipsi νξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostẽsum autẽ est qđ ipsæ μν, νξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmẽsurabiles. Ipsæ igitur μν, νξ, mediæ sunt potẽtia tantũ commẽsurabiles. Dico iã q & rõnale cõprehẽdũt. Quoniã enim δκ supponitur utriq; ipsarũ αβ, κζ cõmẽsurabilis, cõmẽsurabilis igitur (p 12 decimi) est & ζκ ipsi κν. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur κλ, hoc est μρ. Sed μρ, est qđ sub μν, & νξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles, cõpositæ fuerint rationale cõprehendẽtes tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μξ, ex binis est prima medijs: quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp. Prop. 50. 50







SI binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eã potens erit bimediale secundũ. CAMP. Dispositio & hypotheses maneãt ut suprà. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utraque supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo quòd duæ lineæ b f & f d sint cõicãtes. p secũdã partẽ 13 erũt duæ lineæ l r & r p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uero nõ, quia superficies l m nõ cõicat cũ superficie m p, eo quod neq; a f cõicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõicat cũ d e, cũ igitur ipsæ cõtineãt superficiem quæ est p m, constat ex 32 linea l p esse mediale secundum: quod est propositum.



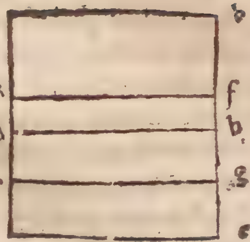
Euclid. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 56. 56

[d]Si superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehensa fuerit, superficiem potens irrationalis est, appellaturq; ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. Areola nãq; αβγδ, cõprehendatur sub rationali αβ, ac ex binis nominibus tertia βδ diuisa in nomina in κ, quorũ maius sit ακ. Dico q areolã αγ, potẽs irrationalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Cõstruantur nanq; eadẽ quæ prius. Et quoniã αδ, ex binis est tertia nominibus, ipsæ igitur ακ, κδ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles, & ipsæ ακ, ipsa κδ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, et ipsarũ ακ, κδ, neutra ipsi αζ, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demõstrabimus, quod ipsæ μν, νξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare μξ, ex binis est medijs. Ostẽdendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (p 50 decimi) δκ, ipsi αβ, lõgitudine, hoc est ipsi κζ, atqui δκ cõmensurabilis est ipsi κζ, incõmensurabilis igitur est (p 13 decimi) κζ, ipsi κν lõgitudine. Sũtq; rationales, ipsæ ζκ, κν, igitur rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Mediũ igitur (p 21 decimi) est κλ, hoc est μρ, cõprehenditurq; sub μν, νξ, mediũ igitur est quod sub μν, νξ. Ipsa igitur μξ, ex binis est secunda medijs: quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Prop. 51.

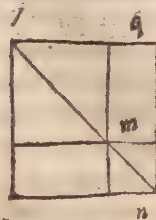


SI linea rationali binomioq; quarto superficies contineatur, quæ in eã superficiem potest, est linea maior. 51



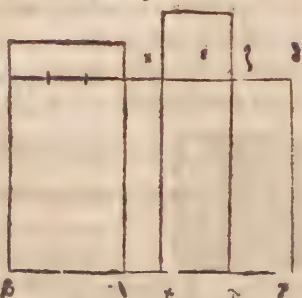
CAMPANVS. Cūctis ut in præmissis manētibus erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarū superficierū d g & g c (quare & utraq; duarū p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eò quòd superficies a d est rationalis per diffinitionem binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pūcto f n duo incōmunicātia per secūdā partē 14, erit superficies a f incōmēsurabilis superficiei f h, ideoq; & quadratū l m, in quadrato m n. Duę igitur lineę l r et r p, sunt incōmēsurabiles in potētia quę cū cōtineāt superficiē mediale p m & earū quadrata ambo pariter accepta sint rationale, cōstat per 33 lineam l p esse lineam maiorem: quod erat demonstrandum.

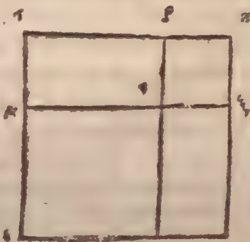
Euclid. ex Zamb. Theorema 39. Propositio 57.



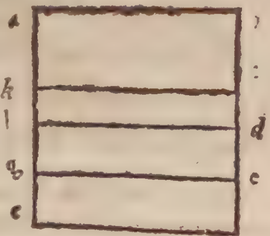
57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noībus cōprehēsa fuerit ipsam areolā potēs irrationalis est, uocatq; maior.

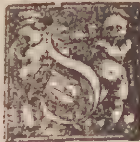
THEON ex Zāb. Areola nāq; αγ, cōprehēdatur sub rationali αβ, et ex binis quarta nominibus αδ diuisa in nomina in ε, quorū maius esto αε. Dico quòd areolā αγ, potēs irrationalis est appellata maior. Quoniā enim αδ ex binis est quarta nominibus, ipsæ igitur αε, εδ, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, et αε ipsa εδ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & αε, ipsi αβ, longitudine cōmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δε, bifariàm in ζ, & ei quod ex εζ, æquum ad αε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod sub αη, ηε. Incōmensurabilis igitur est (per 18 decimi) αη, ipsi εη lōgitudine excitētur (per 31 primi) paralleli ipsi αβ, sintq; ηθ, εκ, ζλ. Fiantq; reliqua eadē sicut in præcedēti. Manifestū iā est quod μξ, est potēs ipsam αγ. Ostendendū uerò quod μξ irrationalis est, appellata maior. Quoniam incōmensurabilis est αη ipsi εη lōgitudine, incōmensurabile (per 1 sexti & 11 decimi) est & αθ ipsi ηκ, hoc est σν ipsi νπ. Ipsæ igitur μν, νξ, potētia sunt incōmensurabiles. Et quoniā cōmensurabilis est αε, ipsi αβ lōgitudine, rationale est ακ. Et æquū est eis quæ ex μν, νξ, rationale est ακ, est, conflatū ex ijs quæ ex μν, νξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmensurabilis est δε ipsi αβ longitudine, hoc est ipsi εκ, sed (per 13 decimi) δε cōmensurabilis est ipsi εζ, incōmensurabilis igitur est εζ, ipsi εκ lōgitudine. Ipsæ igitur εκ, εζ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur est λε hoc est μξ. Cōprehenditurq; sub μν, νξ, mediū igitur est quod sub μν, νξ. Et compositū ex ijs, quæ ex μν, νξ, rationale & μν, ipsi νξ potentia incōmensurabilis est. Si autē (per 39 decim) duæ lineæ potentia incōmensurabiles cōpositæ fuerint efficientes cōpositum ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis rationale, quod uerò sub ipsis mediū, tota irrationalis est, appellatur autē maior. Ipsa igitur μξ irrationalis est, uocata maior ipsamq; αγ areolā potest: quod erat ostendendum.



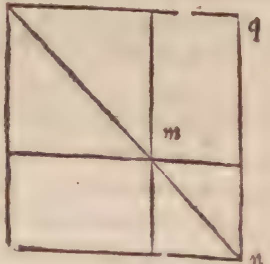


Euclid. ex Camp. Propositio 52.



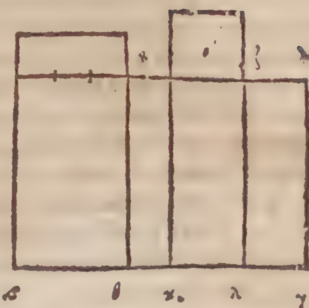
52 I fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto cōtēta, quæcunq; in eam lineā potest, potens in rationale & mediale esse, ex necessitate conuincitur.

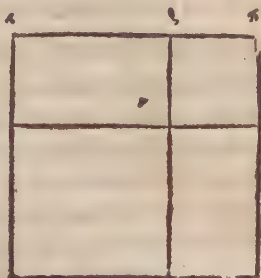
CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorū dispositiōe & positionibus mutādū, eis enim manētibus erit ex ijs quę posita sunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraq; duarū superficierū d g & g e quare utraq; duarū p m & m q, rationalis totaq; a d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūq; ex secūda parte 14 sit linea f b incōmēsurabilis lineę f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incōmēsurabilis in potētia lineę r p. At quia ipsę cōtinēt superficiē rationalē p m, et earū quadrata ābo pariter accepta sunt mediale, cōclude ex 34 lineā l p esse potētē in rōnale & mediale: qd' est propositū. Euc. ex Zāb. Theor. 40. Prop. 58.

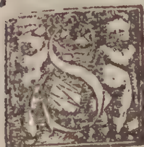


58 Si areola cōprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolā potens irrationalis est, appellata rationale mediūq; potens.

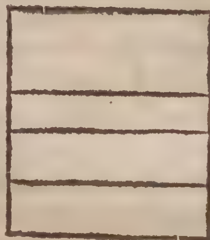
THEON ex Zāb. Areola etenim α γ, cōprehēdatur sub ratiōali α β, ac ex binis quinta noībus α δ, disiūcta in nomina in ε, ut maius nomē sit α ε. Dico q, ipsam α γ, areolā potēs irrationalis est, appellata ratiōale mediūq; potēs. Cōstruātur enim ea quæ superius demōstrata sunt. Nō dubiū quod α γ areolā potēs, est μ ξ. Ostēdēdū iā, quod μ ξ est rationale mediūq; potēs. Quoniā enim incōmēsurabilis est α ε ipsi ε δ, incōmēsurabile igitur est (p 1 sexti, et 11 decimi) et α θ, ipsi θ ε, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potētia sunt incōmēsurabiles. Et quoniā α δ, ex binis est quinta nominibus, ac eius minus segmētū est ε δ, cōmēsurabilis igitur est ε δ ipsi α β lōgitudine. Sed α ε, ipsi ε δ, est incōmēsurabilis, & α β, igitur (per 13 decimi) ipsi α ε, est incōmēsurabilis lōgitudine. Ipsæ igitur α β, α ε, ratiōales sunt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū igitur est (p 21 decimi) α κ, hoc est cōflatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā cōmēsurabilis est δ ε, ipsi α β lōgitudine hoc est ε κ, sed δ ε, ipsi ε ζ, cōmēsurabilis est, et ε ζ igitur (p 12 decimi) ipsi ε κ cōmēsurabilis est. Rationalis aūt ε κ, rationale igitur (p 19 decimi) et ε λ, hoc est μ ς, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ (per 40 decimi) potētia incōmensurabiles sunt, efficiētes cōflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis rationale, ipsa igitur μ ξ, est ratiōale mediūq; potēs, ipsamq; potest areā α γ. Quod fuerat demōstrandū. Euclid. ex Camp. Propositio 53.

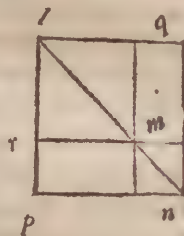





SI binomio sexto lineaq; rationali superficies cōtineatur, linea quæ in eam potest, in duo medialia potens esse probatur. 53

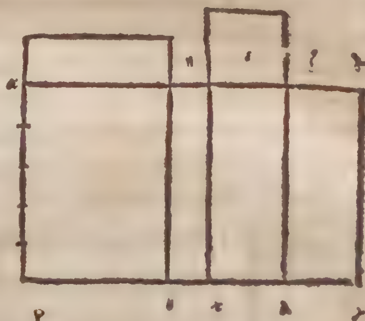
CAMPANVS. Hæc 53, adhuc te sustinet ociari à pingēdis figuris, cōtēta enim est præmissis dispositione & positionibus. Quibus stātibus, necesse est ex ipsis positis & dispositione, id est diffinitiōe binomij postremi & 19, quālibet ex superficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialē. Cūq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) sint incōmēsurabiles erūt duæ lineæ b c & r p incōmensurabiles in potētia. At quia ipsę continēt superficiē medialē p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale, quod est duplo superficiei uni⁹ in alterā incōmēsurabile, quod ex eo probatur quòd superficies b h est incōmēsurabilis superficiei h c, propter hoc quod linea d b ex incōmensurabilis lineę d c, sequitur ex 35 lineā l p esse, quæ potest in duo medialia.

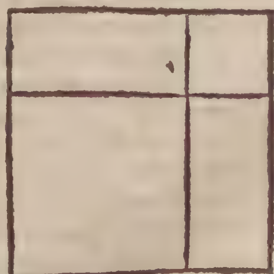




Euclid. ex Zamb. Theorema 41. Propositio 59.

Si areola cōprehēdat sub rationali, & ex binis sexta nominibus areolā potēs irrationalis est, appellata bina potens media. 59





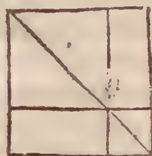
THEON ex Zāb. Areola nāq; α β γ δ, cōprehēdatur sub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuisa in nomina in ε, ut maius nomē sit α ε. Dico q, ipsam α γ potēs, irrationalis est, appellata bina potēs in media. Cōstruātur enim quæ et præostēsis. Nō dubiū quod μ ξ est potēs ipsam α γ, & q, incōmēsurabilis est μ ν, ipsi ν ξ, potētia. Et quoniā incōmensurabilis est α ε, ipsi α β lōgitudine, ipsæ igitur α ε, α β, rationales sunt potentia tātū cōmensurabiles, mediū igitur est (p 21 decimi) α κ, hoc est cōpositū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rursus quoniā incōmēsurabilis est ε δ, ipsi α β lōgitudine, incōmēsurabilis igitur est & ε ζ, ipsi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potentia tātū commensurabiles, mediū igitur est (p eādem) ε λ, hoc est μ ς, hoc est, conflatū sub μ ν, ν ξ. Et quoniam incommensurabilis est α ε ipsi ε ζ, & α κ ipsi ε λ incommensurabile est. Sed

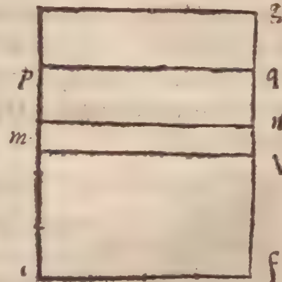
est. Sed α κ quidem est conflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ι λ est quod sub μ ν, ν ξ, incommensurabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) compositum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod sub μ ν, ν ξ, & ipsorũ utrunq; medium est. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potentia sunt incommensurabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 41 decimi) & ipsam potest α γ: quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 54.*

54 I lineæ rationali æquũ quadrato binomij rectangulũ adiũgatur, latus eius secundum binomiũ primũ esse conueniet.

Campanvs. Hæ sex sequentes, conuersæ sunt sex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ est hæc intẽtio, sit linea a b binomiũ, diuisa ad pũctũ c in duas lineas a c & c b, secũdũ suã diffinitionẽ aut terminũ, eiusq; a b quadratũ sit b d, sitq; linea e f, rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus secũdũ huius superficiei est, quod & linea f g, est binomiũ primũ. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę sint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij, & in duo supplemẽta a h & h k, quorũ utrũq; continetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30, utrũq; istorũ quadratorũ rationale, & per 19 utrũq; supplementũ mediale. Ex superficie igitur e g, abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m, æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorũ supplemẽtorũ a h uel h k, eritq; p g residua, æqualis reliquo supplemento: quare per 1 sexti linea n q, est ęqualis lineæ q g. Ex præmissis autẽ manifestum est quod utraq; duarũ superficierũ e l & l m (& ideo tota superficies e n) est rationalis. Et utraq; duarum ęqualium n p & p g (& ideo tota m g) medialis, quare per 16 utraq; duarum linearum f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine, & lineę e f rationali positæ cõmensurabilis, & per 20 utraq; duarum n q & q g, & tota n g, rationalis in potentia tantũ, incõmensurabilis lineę m n (& ideo lineę e f sibi æquali, & per consequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g ut ex primo duorum antecedentiũ 35 demõstrationi subiunctorũ & prima sexti apparet, fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam f g esse binomium primũ. Hoc autẽ ita esse sic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, sit (per primã sexti) superficies a h medio loco proportionalis, conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiẽ m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primam sexti) linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, est quantum quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4 secundi quantũ quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primã partẽ 13 cũ linea f n diuidatur à superficie sibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad cõplẽdã totã lineã f n desit superficies quadrata lineę sibi cõmunicãtia ad punctũ l, erit f n potẽtior n g in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in lõgitudine: cõstat ergo propositum.





THEON. *Lemma.*

Si recta linea secetur in inęqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora sunt, eo quod bis sub inæqualibus comprehensum est rectãgulum.

Sit recta linea α β, seceturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod sub α γ, γ β, secetur enim (per 10 primi) α β, bifariam in δ. Quoniã igitur recta linea secta est in æqualia in δ, et in inæqualia in γ, igitur (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ β, unà cũ eo quod ex γ δ, æquũ est ei quod ex α δ, & perinde quod ex sub α γ, γ β, minus est eo quod α δ. Quod igitur bis sub α γ, γ β, est minus quã duplũ eius quod ex α δ. Sed quæ ex α γ, γ β, dupla sunt eorum quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β: quod erat ostendendum.

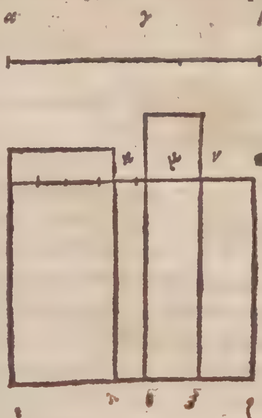
α δ γ β

Euclid. ex Zamb. *Theorema 41.* *Propositio 60.*

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatũ latitudinem efficit, ex binis nomibus primam.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ, exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, cõparetur (per 44 primi) δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad δ ε, ei quidẽ quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ β (per 4 secundi) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimam primi) ipsa μ η bifariam in ν, excitetur q; (per 31 primi) parallelus ν ξ utriq; ipsarũ μ λ, η ζ. Vtrunq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ζ, æquũ est ei quod sub α γ, γ β. Et quoniã α β, ex binis*

ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur αγ, γβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quæ igitur ex αγ, γβ, rationalia, sunt sibi inuicem commensurabilia. Quare (per 15 decimi) & cõflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, commensurabile est eis quæ ex αγ, γβ, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex αγ, γβ. Et ipsi δλ, est æquale, rationale igitur est δλ. Et ad ipsam δι, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) δμ, & ipsi δι, longitudine commensurabilis. Rursus quoniam αγ, γβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub αγ, γβ, hoc est ipsum μξ; & ad ipsum comparatur μλ, rationalem, rationalis igitur est & μκ, ipsi λμ incõmensurabilis (hoc est ipsi δι) longitudine, est autẽ & μδ rationalis, & ipsi δι longitudine cõmensurabilis. Incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) δμ, ipsi μκ, lõgitudine. Suntq; ipsæ igitur δμ, μκ rationales, potentia tantũ cõmensurabiles, ex binis nominibus igitur est (per 36 decimi) δκ. Ostendendũ quòd & prima. Quoniã enim (per lẽma præcedẽs 54 decimi) eorũ quæ ex αγ, γβ, mediũ proportionale est quod sub αγ, γβ, et ipsorũ igitur δθ, κλ, mediũ proportionale est μξ. Est igitur (per cõstructionẽ) sicut δθ ad μξ, sic μξ, ad κλ, hoc est sicut δκ ad μν, sic μν, ad μκ: quod igitur sub δκ, κμ, æquum est ei quod ex μν. Et quoniam cõmensurabile est quod ex αγ, ipsi quod ex βγ, cõmensurabile est & δθ, ipsi κλ quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δκ ipsi κμ cõmensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex αγ, γβ, eo quod bis sub αγ, γβ, maius igitur est & δλ ipso μξ. Quare (per lẽma præcedens & per primã sexti) & δμ, ipsa μκ maior est, & quale quod sub δκ, κμ, ei quod ex νκ, hoc est quartæ parti eius quod ex μκ, & cõmensurabilis est δκ, ipsi κμ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquũ, ad maiorem cõparetur deficiens forma quadrata, & in cõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quòd ex sibi cõmensurabili. Ipsa igitur δμ, ipsa μκ maius potest, eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili. Ipsa igitur δμ, ipsa μκ maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili. Suntq; rationales ipsæ δμ, μκ, & δμ nomẽ maius existens, cõmensurabilis est longitudine ipsi δι expositæ rationali, ipsa igitur δκ, ex binis nominibus est prima: quod oportuit demonstrasse.

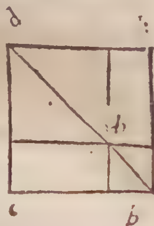


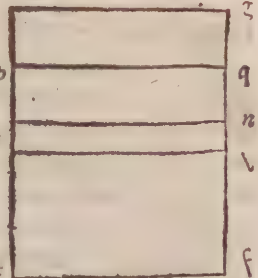
Euclid. ex Camp. *Propositio 55.*



SI lineę rationali ęqua superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquũ binomiũ secundũ esse oportebit. 55

CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primũ, diuisa ad pũctũ c secũdũ suũ terminũ, cætera autẽ sint ut prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiẽ rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cõmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum cõmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in lõgitudine, cõmensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 20 linea f n rationalis in potẽtia tantũ: quæ cũ sit maior linea n g ex primo duorũ antecedẽtiũ demonstrationi 35 adiunctorũ & 1 sexti, eaq; potentior quadrato lineę communicantis secum in longitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium secundum: quod est propositum.

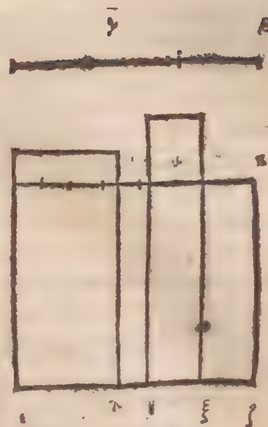




Euclid. ex Zamb. *Theorema 43.* *Propositio 61.* 61

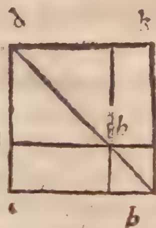
Quod ex ea quę ex binis medijs prima ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noĩbus secũdã.

THEON ex Zamb. *Esto (per 43 decimi) ex binis medijs prima αβ, diuisa in medias in γ, quarum αγ maior sit, exponaturq; rationalis δι. Cõpareturq; (per 44 primi) ad ipsam δι, ei quod ex αβ æquum parallelogrammum δζ, latitudinẽ efficiens δκ. Dico quòd ipsa δκ, ex binis est secunda nominibus. Construantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam αβ, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ αγ, γβ, igitur (per 37 decimi) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles rationale comprehẽdentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex αγ, γβ, media sunt: medium igitur (per corrolarium 23 decimi) est δλ. Et ad ipsam δι comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) μδ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub αγ, γβ, rationale est & μξ, ad ipsamq; μλ, rationalem comparatur, & rationalis igitur est (per 20 decimi) μκ, & longitudine commensurabilis ipsi μλ, hoc est ipsi δι. Incommensurabilis igitur est δμ, ipsi μκ longitudine. Suntq; rationales ipsæ, igitur δμ, μκ, rationales*

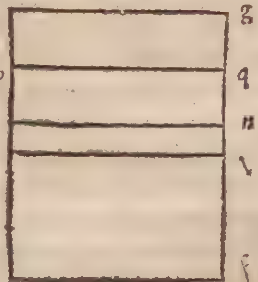


les sunt potentia tantum cōmensurabiles, ex binis igitur nominibus est(per 36 decimi) δ κ. Ostendendum iā quod & secunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, maius est igitur & δ λ ipso μ ζ, quare (per primam sexti) et δ μ ipsa μ κ. Et quoniam cōmensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ β, commensurabile est et δ θ ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est et id quod sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν κ. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ κ, ipsi δ ι longitudine cōmensurabilis est, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est secunda: quod erat ostendendū. Euclid. ex Camp. Prop. 56.

56 Vm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadrato bimedialis secūdi, latus eius secūdum binomium, tertium esse necesse est.



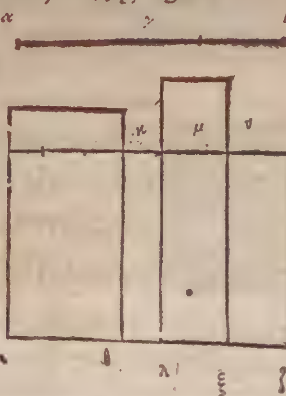
CAMPANVS. Si fuerit linea a b bimediale secundū diuisa per terminū suū ad punctū c, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiū Erit enim ex 32 & nostris positionibus utraq; superficierum e n & g m, medialis quare per 30 utraq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantū lineæ e f rationali potentia cōmensurabilis. At quia bimedialis secūdi partes sunt cōmunicantes in potentia tantū, erit superficies e l cōmunicans superficiei l m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primā partē 13 f n quàm sit n g, in quadrato lineæ sibi cōmunicantis in longitudine. Cūq; sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineę a c & c b incōmensurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis, eo quod quadrata sibi inuicē cōmunicāt ex hypothesi, supplementa quoq; cū sibi inuicē sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incōmēsurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineę n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomiū tertium: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 44.* *Propositio 62.*

62 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus tertiam.

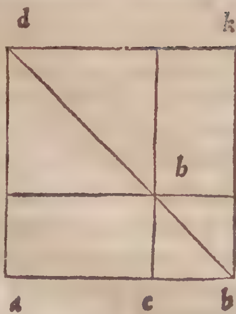
THEON *ex Zamb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α β, diuisa in medias in γ ut maius segmentū sit α γ, rationalis autem esto δ ι, & ad ipsam δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum cōparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ κ. Dico quòd δ κ est ex binis nominibus tertia. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β ex binis est secunda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β (per 38 decimi) mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles mediū cōprehēdētes, quare et cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturq; ad rationalem δ ι. Rationalis igitur est (per 22 decimi) μ δ, ipsi δ ι lōgitudine incōmensurabilis. Id propterea etiā μ κ rationalis est & ipsi μ λ incōmensurabilis (hoc est ipsi δ ι) longitudine. Rationalis igitur est utraq; ipsarū δ μ, μ κ, & ipsi δ ι lōgitudine incōmensurabilis. Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autē (per lēma præcedēs 22 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Quare et cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β, incōmensurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ζ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi) et δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est. Sūtq; rationales. Ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est.*



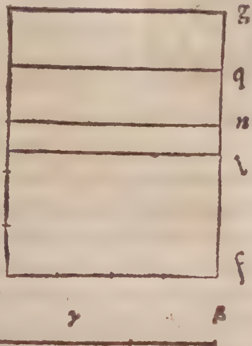
Ostendendū iā quod & tertia. Similiter iam sicut in præcedentibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ κ, & quod & δ κ ipsi κ μ cōmensurabilis est. Estq; quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ κ, cōmēsurabilis est ipsi δ ι, lōgitudine ipsa igitur δ κ, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostēdēdū. Euclid. ex Cāp. Propositio 57.

57 I lineæ rationali rectangulū ęquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterū se continentiū laterum erit binomium quartum.

Cam-



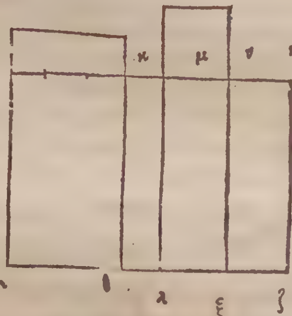
CAMPANVS. Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminũ suum ad punctũ c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent superficiem medialem, itaq; per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones prę fatæ lineę a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m, ideoq; linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartũ: quod erat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 45.* *Propositio 63.*

Quæ ex maiore ad rationalem cõparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus. 63

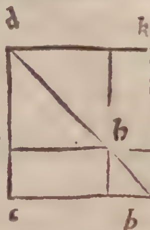
THEON ex Zamb. *Sit maior α β, diuisa in γ, ut maior sit α γ, ipsa γ β. Rationalis uerò esto δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammũ, latitudinẽ efficiens δ κ. Dico quòd δ κ, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniã (per 39 decimi) maior est α β diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, potẽtia sunt commensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiunt quadrata rationale, quod uerò sub ipsis medium. Quoniam igitur rationale est conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est δ λ, rationalis igitur est & μ δ, & δ ε, lõgitudine cõmensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub α γ, γ β, hoc est μ ζ, & ad rationalem cõparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) est & μ κ, & ipsi δ ε, lõgitudine incommensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) et δ μ, ipsi μ κ, longitudine. Ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ κ. Ostendendum iam quod et quarta. Similiter iã sicut et in præcedẽtibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ θ, et quòd quot sub δ κ κ μ, æquum est ei quod ex ν κ. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex α γ, ei quod ex γ β, incommensurabile igitur est & δ θ, ipsi κ λ. Quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ ι, ipsi κ μ incommensurabilis est. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 17 decimi) æquum comparatũ fuerit parallelogrammum ad maiorẽ forma quadrata deficiens, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quod à sibi incommensurabili in longitudine, ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili sunt & ipsæ δ μ, μ κ, rationales potentia tantũ cõmensurabiles, & δ μ: cõmensurabilis est ipsi expositæ rationali δ ε, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est quarta: quod erat ostendendum.*



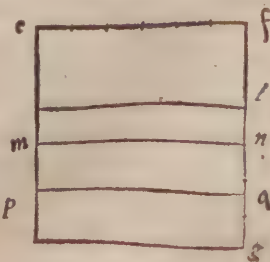
Euclid. ex Camp. *Propositio 58.*



SI lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterũ latus eius, binomium quintum esse necesse est. 58



CAMPANVS. Proposita linea a b ea quę potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctũ c nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineã f g esse binomiũ quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem superficiem, necesse est ut superficies g m, ideoq; (per 16 linea n g) sit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius lineę pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineę sunt incommensurabiles



biles in potentia, erit superficies e l incommẽsurabilis superficiei m l, ideoq́ & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti: conclude propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 46. Propositio 64.

64 Quod ex ea quę rationale mediumq́ potest ad rationalẽ comparatũ, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit rationale mediumq; potens αβ, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior αγ, exponaturq; rationalis δι, & ei quod ex αβ, æquum ad δι comparetur δζ (per 44 primi) latitudinẽ efficiens δκ. Dico quòd δκ ex binis est quinta nominibus. Construãtur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniã αβ est rationale mediũq; potens diuisa in γ, ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uerò sub ipsis rationale. Quoniam igitur conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, medium est, medium igitur est δλ. Quare rationalis est δμ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub αβ, βγ, hoc est μζ, rationalis igitur est μκ, et ipsi δι, lõgitudine cõmensurabilis. Incommẽsurabilis igitur est δμ, ipsi μν. Ipsæ igitur δμ, μν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δκ. Dico quòd & quinta. Similiter nanq; ostendetur quod sub δκ, λμ, æquum est ei quod ex νξ, et quod δκ ipsi κμ longitudine incommensurabilis est, ipsa igitur δμ, ipsa μκ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ipsæ δμ, μκ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & minor μκ, commensurabilis est ipsi δι longitudine. Ipsa igitur δμ ex binis est quinta nominibus: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 59.

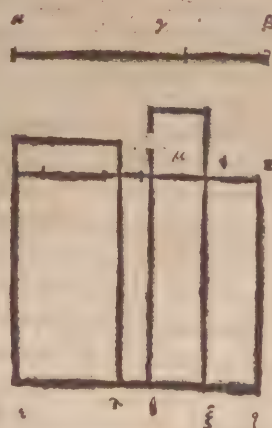
59 
Voties adiuncta fuerit lineę rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundum, binomiũ sextum esse conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b, linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut suprà maneant, & erit tunc linea f g binomium sextũ, quod ignorare non poteris, si præmissorum eiusq́ quod 35 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Euclid. ex Zamb. Theorema 47. Propositio 65.

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinẽ efficit ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Esto (per 47 decimi) bina potens media αβ, diuisa in γ, rationalis autem esto δι, & ad ipsam rationalẽ δι, ei quod ex αβ æquum comparetur (per 44 primi) δζ, latitudinem efficiens δκ. Dico quòd ipsa δκ, ex binis nomibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam αβ bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis mediũ & insuper incõmensurabile cõposito ex earũ quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrunq; ipsorum δλ, μζ. Et ad rationalem δι comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δμ, μκ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, incommensurabile est ei quod bis sub αγ, γβ, incommensurabile igitur est (per 2 partem 11 decimi) δλ ipsi μζ. Incommensurabilis igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) & δμ ipsi μκ. Ipsæ igitur δμ, μκ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δκ. Dico quòd & sexta. Similiter nãq; rursus ut prius demõstrabimus, quia quod*



sub δκ, κμ, æquum est ei quod ex νκ, & quod δκ ipsi κμ longitudine incommensurabilis est, ac id propterea δμ ipsa μκ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & neutra ipsarũ δμ, μκ, commensurabilis est expositæ rationali δε longitudine. Ipsa igitur δν (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus: quod erat ostendendum. *Euclid. ex Camp.* *Propositio 60.*



Omnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur. 60

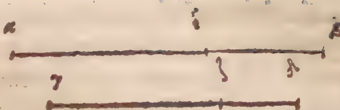
CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiusuis speciei, sitq́ linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomiũ eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq́ ambæ rationales in potentia tantum communicantes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 sexti secundum proportionem c ad d, in e & f, eritq́ per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cùm sint igitur a & b communicantes erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq́ d & f, communicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantũ, erit & e: si autẽ in longitudine & e. Eodemq́ modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in longitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 12 si potentior est c d, in quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine, uel si forte incommensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineę sibi commensurabilis uel etiam incommẽsurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorum, ut eiusdem speciei binomij sint a & b.

Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit etiã & sic linea b. Binomiũ autem eiusdem esse speciei non est necessariũ, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorum uel sub secunda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cùm enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantũ in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hę autem species sunt, prima & secunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum, aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b quid dubitas esse binomium? cùm sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantũ, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 48.* *Propositio 66.*

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commẽsurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem. 66

THEON *ex Zamb. Esto ex binis nominibus αβ & ipsi αβ longitudine commensurabilis esto γδ. Dico quòd ipsa γδ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est αβ, diuidatur in nomina in ε, sitq́ maius nomen αε. Ipsæ igitur αε, εβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Fiatq; sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ. Et reliqua igitur εβ, ad reliquam ζδ (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Commensurabilis autẽ est (per hypothesin) αβ ipsi γδ lõgitudine. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ. Suntq́; rationales ipsæ αε & εβ, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad γζ, sic est εβ ad ζδ, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Ipsæ autem αε, εβ, tãtum potentia sunt commensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, igitur potentia tantum sunt commensurabiles, suntq́; rationales: ex binis igitur nominibus est ipsa γδ. Dico iam quòd in ordine est eadem ipsi αβ. Ipsa αε, ipsa εβ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, uel eo quod ex sibi incommensurabili. Si uerò αε ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & γζ ipsa ζδ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si αε expositæ rationali commensurabilis fuerit, & γζ eidem commensurabilis erit (per 12 decimi) Idq́; propterea utraq; ipsarum αβ, γδ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uerò εβ commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζδ eidem commensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est ipsi αβ, utraq; enim ipsarum est ex binis nominibus secunda. Si uerò neutra ipsarum αε, εβ, com*



εβ, commēsurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ, eidem erit commensurabilis, & utraq; tertia est. Si autē αε ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si αε expositæ rationali commensurabilis est, & γζ eidem commēsurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem εβ, & ζδ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipsarum αε, εβ & ipsarum γζ, ζδ neutra commensurabilis, est expositæ rationali, eritq; utraq; sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus lōgitudine cōmensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine cadē: quod erat ostendendū.

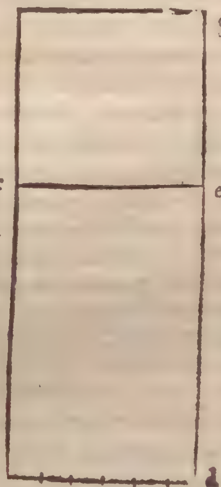
Euclid. ex Camp. *Propositio 61.*

61 
Omnis linea alterutri bimedialium cōmēsurabilis, sub eadem specie bimedialis esse, ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in lōgitudine, siue etiam in potentia tantum communicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineę communicantes a & b quouis duorum modorum prædictorum, sitq; a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primū uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediale in suas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sunt c & d, b quoq; diuisa in e & f secundum proportionem c ad d ut docet 12 sexti, positaq; g superficie contenta sub c & d, & K sub e & f, & posito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b: sicut igitur ex positione a & b sunt communicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemq; d & f, similiter erunt communicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantum cōmunicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum communicantes, cùm ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d, & K ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad K sicut h ad l. Quia igitur h est cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f communicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorū communicant, sequitur ex 10 ut g & k quoq; sibi inuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali secundo, quod portiones bimedialis primi in quas secundum suum terminum diuiditur, cōtinent superficiem rationalem, bimedialis autem secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod si a fuerit bimediale secundum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & K, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositum. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia communicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; superficies c e & e f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt communicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse communicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secundū per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primum per 49, at uerò si a fuerit bimediale secundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium per præmissam, quare & latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestū est igitur uerum esse quod proponitur.







Euclid. ex Zamb. *Theorema 49.* *Propositio 67.*

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine commēsurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.

THEON *ex Zamb. Esto ex binis medijs αβ, & ipsi αβ commensurabilis esto longitudine γδ. Dico quòd γδ ex binis est medijs, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim αβ ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsæ igitur αε, εβ (per 37 et 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Fiatq; (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquā (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ.*

Cõmensurabilis autẽ est αβ ipsi γδ longitudine, cõmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ, suntq; mediæ ipsæ αε, εβ, mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniã est sicut αε ad εβ & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantũ sunt cõmensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia tantũ cõmensurabiles. Ostensum autem quòd mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quòd & in ordine eadẽ est ipsi αβ. Quoniã enim est sicut αε, ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε ei quod ex γζ. Commensurabile igitur & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αβ in ordine eadem: quod erat ostendendũ.

Euclid. ex Camp. — Propositio 62.



OMnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior. 62

CAMPANVS. Et hęc quoq; ueritatẽ habet, si utrolibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineę maiori. Esto enim a linea maior, b uerò quouis sibi cõmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nãq; a in eas portiones ex quibus cõstat per 33 quę sunt c & d, & b secũdũ earũ proportionẽ in e & f, positoq; quod g sit superficies cõtenta sub c & e, & k sub e & f, et m & h sint quadrata c et d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundã partẽ 18 sexti, & cõiũctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cõmunicat cũ l eo quòd d cõmunicat cũ f, aut in longitudine aut in potẽtia prout cõmunicat cũ b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cõmunicẽt cũ ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per 33, erũt quoq; et duo postrema rationale per diffinitionẽ. At quia superficiẽ k necesse est esse medialẽ sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incõmẽsurabiles in potẽtia sicut c & d ex 10, cõcluditur per 33 lineã b esse lineã quę dicitur maior quod est propositũ. ¶Idẽ aliter. Cũ sit a linea maior cui b cõmunicat siue hoc fuerit in lõgitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quę sit c d, adiũgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearũ a & b sint cõmunicãtia ex hypothesi, erit superficies c e cõmunicãs superficiei f g, ideoq; per primã sexti & 10 huius linea d e lineę e g in lõgitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiũ quartũ, erit quoq; per 60 linea e g binomiũ quartũ, igitur ex 51 linea b potẽs in superficiẽ f g, est linea maior.

Euclid. ex Zamb. — Theorema 50. — Propositio 68.

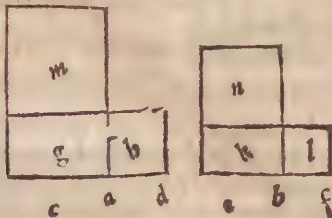
Maior commensurabilis, eadem quoq; maior. 68

THEON ex Zamb. *Esto maior αβ, & ipsi αβ cõmẽsurabilis esto γδ. Dico quòd & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potẽtia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ conflatũ ex earũ quadratis rationale, quod uerò sub ipsis mediũ. Fiantq; eadẽ quæ in præcedentibus. Et quoniã est (per 2 sextti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cõmensurabilis autẽ est αβ ipsi γδ, cõmensurabilis igitur est & utraq; ipsarũ αε, εβ, utriq; ipsarũ γζ, ζδ. Et quoniã est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicissim (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et cõponendo igitur (per 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter iã demonstrabimus quòd & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Cõmensurabile autẽ est id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cõmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq; quæ ex αε, εβ, simul rationale, & quæ ex γζ, ζδ simul, rationale. Similiter autẽ & quòd bis sub αε, εβ, cõmensurabile est ei quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est: mediũ igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex earũ quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis mediũ. Tota igitur γδ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cõmẽsurabilis, & eadẽ maior est: quod ostẽdendũ fuerat.*

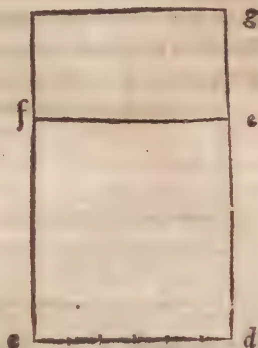
Euclid. ex Camp. Propositio 36.

63 

I qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.



CAMPANVS. Verum quoq; est, quod qualitercunq; linea aliqua sit cõmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autẽ quãtũ ad primũ modũ, quòd sicut duæ lineę c & d sunt in potentia incommensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & quòd quẽadmodum g est superficies rationalis (nã talẽ continent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionem sit K rationalis, & quẽadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b est potens in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modũ, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintũ, quare per 52 latus tetragonicum superficiei f g, quod est b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 51. Propositio 69.

69 Rationale ac medium potẽti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zamb. *Esto rationale mediũq; potens αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ rationale ac medium potẽs est. Distribuatur (per 46 decimi) αβ in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 40 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ cõpositũ ex earũ quadratis mediũ, quod uerò sub ipsis rationale, & eadẽ construãtur quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõstrabimus quòd γζ, ζδ, potẽtia sunt incõmensurabiles, et cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quod autẽ sub αε, εβ, ei quòd sub γζ, ζδ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, mediũ est, quod uerò sub γζ, ζδ, rationale. Rationale igitur est ac mediũ potens, ipsa γδ: quod erat ostendendũ.*

Euclid. ex Camp. Propositio 64.

64 

Mnis linea communicans potenti in duo medialia, ipsa quoque potens est in duo medialia.

CAMPANVS. Hæc quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine siue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quãtũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 superficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadẽ 35, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m et h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incõmensurabile duplo superficiei g, sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei K, cùm itaq; sint e & f incommensurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantum autẽ ad secundũ solitæ argumentationis modũ erit per 59 d e binomium sextum ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomiũ sextũ, quare per 53 latus tetragonicũ superficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 52. Propositio 70.

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.

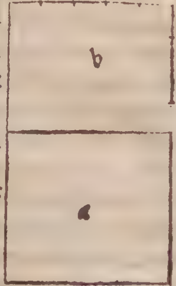
THEON ex Zamb. *Esto bina potens media αβ, & ipsi αβ cõmẽsurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ, bina potẽs est media. Quoniam enim bina potẽs est media αβ, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur αε, εβ (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & incommensurabile est conflatũ ex ipsarum αε, εβ, quadratis ei quod sub αε, εβ. Construantur eadẽ quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõstrabimus quòd & ipsæ γζ, ζδ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, & cõpositũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõposito ex ijs quæ ex γζ, ζδ, cõmensurabile est: quod autẽ sub αε, εβ, ei quòd sub γζ, ζδ, quare & conflatũ ex ipsarum γζ, ζδ, quadratis mediũ est, & quod sub ipsis γζ, ζδ, mediũ & insuper incõmensurabile est cõflatum ex ipsarum*

γζ, ζδ, quadratis ei quod sub γζ, ζδ. Ipsa igitur γδ, bina potens est media: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 65.*



SI duæ supficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis cõiũgat̃, linea potẽs totã supficiẽ inde cõpositã aliq̃ erit quatuor irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in ratiõale & mediale. 65



CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potẽs in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq́ ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicãs lineæ c d rationali positæ, ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomiũ, cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę est d e, sit rationalis in lõgitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione specierum binomij aut binomium primum, aut secundũ, aut quartum aut quintũ: tertium autẽ aut sextũ non erit ex diffinitione, itaq́ ex 44, 49, 51, & 52, linea potẽs in totã c g quæ est æqualis duab' simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale aut mediale, quod est propositũ. Bimediale uerò secũdũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secũdũ, esset ex 56 linea d g binomiũ tertiũ, quod si esset potẽs in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrum erat: unde patet nostra intentio.

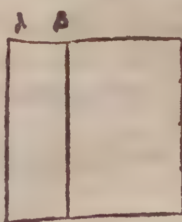


Euclid. ex Zamb. *Theorema 53.* *Propositio 71.*

Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiũt irrationales, quę ex binis noĩbus, quæ ex binis prima medijs, maior ac rationale mediumq́ potens. 71

THEON ex Zamb. *Sit rationale αβ, mediũ autem γδ. Dico quòd ipsam αδ areolã potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediũq́ potens. Ipsa etenim αβ, ipsa γδ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq́ rationalis εζ, cõpareturq́ (per 44 primi) ad ipsam εζ ipsi αβ æqua areola εη, latitudinẽ efficiẽs εθ. Ipsi autẽ δγ æquũ ad εζ, hoc est θκ, cõparetur θι latitudinẽ efficiẽs θκ. Et quoniã rationale est αβ, & æquale est ipsi εκ, rationale igitur est & εη. Et ad ipsam rationalem εζ cõparatur, latitudinẽ efficiens εθ, rationalis igitur est εθ, & cõmensurabilis est ipsi εζ lõgitudine. Rursus quoniã mediũ est γδ, & æquũ est ipsi θι, mediũ igitur est et θι. Et ad rationalẽ εζ cõparatur, hoc est ad ipsam θκ, latitudinẽ efficiens θκ, rationalis igitur est θκ, & ipsi εζ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã mediũ est γδ, rationale autem αβ, incõmensurabile igitur est αβ ipsi γδ, quare & εη incommensurabile est ipsi θι. Sicut autẽ εη ad θι sic (per 1 sexti) est εθ ad θκ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & εθ, ipsi θκ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, ex binis igitur noĩbus est εκ, diuisa in θ. Et quoniã maius est αβ ipso γδ, æquũ autẽ est αβ ipsi εκ, & γδ ipsi θι, maius igitur est εκ ipso θι, et εθ, igitur maior est ipsa θκ. Igitur εθ, ipsa θκ maius potest, aut eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili, aut eo qđ ex sibi incõmẽsurabili. Poßit prius maius eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili. Estq́ maior εθ cõmẽsurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur εκ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis aũt est εζ. Si areola uerò cõprehẽdatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolã potest, eò binis nominibus (p 54 decimi) Igitur quæ ipsum ει potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum αδ potẽs, ex binis nominibus est. Poßit uerò εθ ipsa θκ, maius eo quod ex sibi incõmẽsurabile, estq́ maior εθ, cõmẽsurabilis ipsi εζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolã potest, irratiõalis est appellata maior (p 57 decimi) Igitur quæ ipsam ει potest areolã, maior est. Quare et ipsam αδ potẽs maior est. Sed iã esto minus αβ ipso γδ, & εκ igitur ipso θι minus est, quare et εθ, minor est ipsa θκ. At θκ ipsa εθ maius potest, aut eo q ex sibi cõmẽsurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Poßit prius maius eo qđ ex sibi cõmẽsurabili lõgitudine, & minor εθ est, cõmẽsurabilis lõgitudine ipsi εζ expositæ rationali, ipsa igitur εκ, ex binis nominibus secũda. Rationalis aũt est εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur sub rationali et ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima (p 55 decimi) quæ igitur ipsam ει potest areolã, ex binis est prima medijs. Quare et quæ ipsam αδ areolã potest, ex binis medijs est prima. Atq́ θκ, ipsa εθ maius poßit, eo qđ ex sibi incõmẽsurabili, & minor εθ est, cõmẽsurabilis expositæ ratio*





ſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis autē eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ε ι areolā poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α δ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominib. quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potēs: quod demōſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 66.

66 Vm cōiūctę fuerint duæ ſuperficies mediales incōmēſurabiles linea potēs in totā ſuperficiē alter utra erit duarū irratiōaliū linearū, uidelicet aut bimediale ſecūdū aut potēs in duo medialia.

CAMP. Vt ſi a & b ſint duæ ſuperficies mediales incommenſurabiles (ſi enim eſſent cōmenſurabiles, eſſet cōpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico quod linea potens incōpoſitā ex ambabus, erit aut bimediale ſecūdū, aut potēs in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, ſuperficies uero ſibi adiuncta c e æqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cūq; ſuperficies c e & f g, ſint incommenſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima ſexti & 10 huius erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cū utraq; binomialiū portionū quæ ſunt d e & e g, ſit incōmēſurabilis lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitiōe binomiū tertiū aut ſextū. Linea ergo potens in totam c g æqualem compoſitæ ex a & b, erit ex 30 & 55, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia: quod eſt propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Propoſitio 72.* **Problema 54.**

72 Binis medijs adinuicē incōmenſurabilibus cōpoſitis, reliquæ duæ irrationales fiūt, quæ ex binis ſecūda medijs, & quæ bina potēs eſt media.

THEON ex Zamb. *Cōponātur etenim bina media adinuicē incōmēſurabilia, α β, γ δ. Dico q, α δ areolā, potēs aut ex binis eſt ſecūda medijs, aut bina potens eſt media. Ipſum nāq; α β ipſo γ δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α β ipſo γ δ, exponaturq; ratiōalis ε ζ, et ipſi α β æquū ad ipsā ε ζ (p 45 primi) cōparetur ε η latitudinē efficiēs ε θ, ipſi autē γ δ, æquū θ ι, latitudinē efficiēs θ κ. Et quoniā utrūque ipſorū α β, γ δ, mediū eſt, & utrūq; igitur ipſorū ε η, θ ι, mediū eſt. Et ad ipsā ε ζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipſas ε θ, θ κ, utraq; igitur ipſarū ε θ, θ κ, ratiōalis eſt (p 22 decimi) et ipſi ε ζ lōgitudine incōmēſurabilis. Et quoniā α β ipſi γ δ incōmēſurabile eſt, & æquū eſt α β quidē ipſi ε η, et γ δ ipſi θ ι, incōmenſurabile igitur eſt & ε η ipſi θ ι. Sicut autē (p 1 ſexti) ε η ad θ ι, ſic eſt ε θ ad θ κ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε θ ipſi θ κ lōgitudine. Ipſæ igitur ε θ, θ κ, rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Ipſa igitur ε κ, ex binis nominibus eſt. Ipſa autem ε θ ipſa θ κ aut maius poteſt eo qd' ex ſibi cōmenſurabili, aut eo qd' ex ſibi incōmenſurabili. Poßit prius maius eo quod ex ſibi incōmenſurabili lōgitudine, & neutra ipſarū ε θ, θ κ, cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi ε ζ expoſitæ rationali. Ipſa igitur ε κ (p 50 decimi) ex binis eſt tertia nominibus. Rationalis autē eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehendatur ſub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolā poteſt, ex binis eſt ſecūda medijs (per 56 decimi) Quæ areolam igitur ε ι, hoc eſt α δ poteſt, ex binis eſt ſecunda medijs. Sed iā ε θ ipſa θ κ, maius poßit eo quod ex ſibi lōgitudine incōmēſurabili. Et quoniā incōmēſurabilis eſt utraq; ipſarū ε θ, θ κ, ipſi ε ζ lōgitudine, ipſa igitur ε κ ex binis eſt ſexta nominibus (p 53 decimi.) Si uero ſub rationali & ex binis ſexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā poteſt, bina potēs eſt media (p 59 decimi) Quare & quæ α δ poteſt areolam, bina potēs eſt media. Similiter iā oſtendemus, qd' & ſi minor fuerit α β ipſa γ δ, quæ ipſam α δ areolā poteſt aut ex binis eſt ſecunda medijs, aut bina potēs eſt media. Binis igitur medijs inuicē cōmenſurabilibus cōpoſitis, reliquæ irrationales fiunt ex binis ſecūda medijs & quæ bina potens eſt media: quod erat oſtendendum.* Eucl. ex Camp. Propoſitio 67.

67 Vm poſita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales ſequentes eam, non erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quæ ſunt binomiū & eius quinq; comites, ipſa non erit aliqua aliarū. Si enim quadrato ei⁹ æqualis ſuperficies adiūgatur ad lineā ratiōalē b c, quę ſit b d, ſi quidē a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit c d ex 55 binomiū ſecūdū. Si autē bimediale ſecūdū, erit c d ex 56 binomiū tertiū. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomium quartum. At ſi potens in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarum linearum irrationalium. De linea autem mediali constat quod ipsa quoque non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neque binomium, neque aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autem superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarũ comitum, latus eius secundum, est binomium, aut primum, aut secundum, et sic de cæteris per 54 quinque eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potẽtia, nimirum impossibile lineam medialẽ esse binomialem aut aliquam ex quinque suis comitibus.

THEON.

Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ neq; inuicẽ sunt eædẽ. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinẽ efficit rationalem & ei lõgitudine incommensurabilẽ ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatum, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uerò quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. *Propositio 68.*



I linea de linea abscindatur, fuerintque ambæ potẽtialiter tãtum rationales communicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum. 68

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintque ambæ rationales tantum potentia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ sunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuum. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius, tantum sunt quantum duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumque ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoque & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incommẽsurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaque etiã ex diffinitione linea a c est irrationalis, quod est propositum. Exemplariter in figura, esto superficies duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritque rationalis, itemque sit superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritque ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cũque superficies e g sit incommensurabilis superficiei d f, eadem erit ex 9 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.

Incipiunt hexades per aphræsin, hoc est per abscisionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propositio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome. 73

THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β, rationalis inferatur β γ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incommensurabilis, estq; (per lẽma 21 decimi) sicut α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi)*

quod

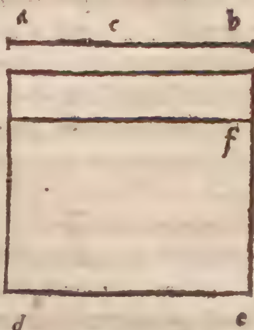
quod ex α β, ei quod sub α β, ϐ γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommensurabilia sunt quæ ex α ϐ, ϐ γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, commensurabile est quod bis sub α ϐ, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incommensurabilia sunt ei quæ ex α ϐ, α γ, quoniã (per 5 secũdi) & quæ ex α β, ϐ γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, unà cũ eo quod ex γ α. Rationalia autẽ sunt ea quæ ex α ϐ, ϐ γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autẽ ipsa, apotome.

Euclid. ex Camp. *Propositio 69.*

69 I fuerit linea de linea abscisa, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, superficiéq; rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale primum.

a c b

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ coniungunt bimediale primum. Dico quòd reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale primũ. Erunt etiam ambo earũ quadrata pariter accepta, mediale, duplũ uero superficiei unius in alterã, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterã. Quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratum lineæ a c sit incommensurabile duplo superficiei unius in alteram, quare tam ipsum quadratum quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionẽ, constat ergo propositum. Quod (quemadmodũ in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, & superficies g e, æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq́ per 7 secũdi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g, medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cũ uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h est residuum, & irrationalis: ideoq́ per 15 à destructione cõsequentis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositum.



Euclid. ex Zãb. *Theorema 56.* *Propositio 74.*

74 Si à media auferatur media potentia tãtum toti subsistens commensurabilis, cum tota uerò rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uoceturò uer mediæ apotome prima.

α γ β

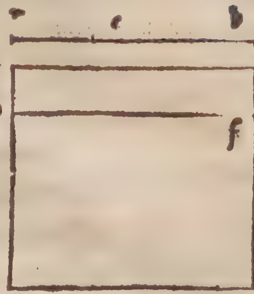
THEON ex Zãb. *A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cõprehendens quod sub α ϐ, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim α ϐ, ϐ γ mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis sub α ϐ, β γ, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, ϐ γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽsurabile est quod bis sub α α, β γ, quoniam & si tota uni earum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmensurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autem est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sanè mediæ apotome prima: quod fuerat ostendendum.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 70.*

70 I linea de linea secetur, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continẽtesq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale secundum.

a c b

CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autem a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiũtur, & sunt quæ cõponunt bimediale secũdũ. Dico quòd linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale secundũ. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplũ superficiei unius in alterã, est mediale. Cũ itaq; ex 22 mediale nõ differat à mediali nisi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 secũdi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedũt duplũ superficiei unius in alterã irratiõale, quare & linea a c, irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo superficiei unius in alteram, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differentia superficiei unius medialis e g ad superficiem medialem d f, ipsa est irrationalis per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale.



IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uerò e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantũ. Et quoniam a b & b c sunt incommensurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriusq; earum superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cõmunicent) sunt quoq; incommensurabilia duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut e g sit incommensurabilis h c, quapropter linea d g, lineę d h, igitur ex 68, linea g h est residuum, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 57.* *Propositio 75.*

Si à media media auferatur potentia tantum toti commensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehẽdens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.

THEON ex Zamb. *A media nanq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cõmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota αβ mediũ cõprehendens quod sub αβ, βγ. Dico q; reliqua αγ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δι. Et ipsis quidẽ quæ ex αβ, βγ, æquũ ad δι cõparetur (per 44 primi) δε, latitudinẽ efficiens δη, ei uero quod bis sub αβ, βγ, æquũ ad ipsam δι cõparetur (p 44 primi) δθ, latitudinẽ efficiens δζ. Reliquũ igitur ζε, æquum est ei quod ex αγ. Et quoniã ea quæ ex αβ, βγ, media sunt, mediũ igitur est & δε, & ad ipsam rationalẽ δι cõparatur, latitudinẽ efficiens δη: rationalis igitur est (per 22 decimi) δη, & ipsi δι longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub αβ, βγ, mediũ est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, mediũ est, & est æquale ipsi δθ, & δθ igitur mediũ est, & ad ipsam δι rationalẽ cõparatum est, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incõmensurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, incommensurabilis est igitur αβ ipsi βγ longitudine. Incõmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex αβ quadratũ, ei quod sub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, commensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei autem quod sub αβ, βγ, cõmensurabile est quod bis sub αβ, βγ. Incommẽsurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquũ est δε, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est δθ. Incõmensurabile igitur est δε, ipsi δθ. Sicut autem δε ad δθ, sic ηδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est ηδ, ipsi δζ longitudine. Et utræque rationales. Ipsæ igitur ηδ, δζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles.* 74 *Ipsa igitur ζη, apotome est. Rationalis autem δι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζε, potest ipsa αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autẽ mediæ secũda apotome.* Eucl. ex Cãp. Prop. 71



SI linea de linea detrahať, fuerintq; ambę potentialiter incõmensurabiles, cõtinentesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliqua linea erit irrõnalis, uocabiťq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 repe riuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici, modo ut antecedentes facile probabit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 68.* *Propositio 76.*

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, cum tota uerò efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem αβ compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, simul rationale, quod*

uero bis sub ipsis α β, β γ, simul medium. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem minor.

Euclid. ex Camp. *Propositio 72.*

72 I linea de linea dematur, fuerintq́ ambę potentialiter incommensurabiles, superficiemq́ rationalē continentes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq́ nescire non potest qui priora nouerit, nisi à memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) fit a c reliqua, irrationalis, & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 59.* *Propositio 77.*

77. Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zāb. *A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia subsistens incōmensurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipsarū α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium est, quod uerò bis sub ipsis α β, β γ, rationale, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis sub α β, β γ, & reliquū igitur quod ex α γ, incommensurabile est quod bis sub α β, β γ. Quod uerò bis sub α β, β γ, rationale est, quod igitur ex α γ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 73.*

73 I linea à linea detrahatur, fuerintq́ ambæ potentialiter incōmensurabiles, superficiemq́ medialem continētes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alterū incōmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia, eritq́ a c reliqua irrationalis dicta, quę iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut pręmissa) duplici argumentatione concludes, processum 70 moneo diligenter attendas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 60.* *Propositio 78.*

68 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potētia toti subsistens incommensurabilis, & cū tota efficiens conflatū ex ipsarū quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis mediū, insuper ipsarū quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autē cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. *A recta nāq; linea α β, recta linea auferatur β γ potētia incōmensurabilis subsistens toti, efficiens compositū ex ipsarū α β, β γ, quadratis medium, quod uerò sub ipsis α β, β γ, medium, insuper ipsarū α β, β γ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.*

Exponatur

Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipsam δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinem efficiens δκ, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens δζ, reliquũ igitur ζε, æquũ est ei quod ex αγ, quare αγ potest ipsum ζε. Et quoniam compositũ ex ipsarum αβ, βγ, quadratus medium est, & ipsi δε est æquale, ipsum igitur δε medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δκ rationalis igitur est (per 21 decimi) δκ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αβ, βγ, medium est & ipsi δθ æquale, igitur δθ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiẽs δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est & δε ipsi δθ. Sicut autem (per primam sexti) δε ad δθ, sic est & δκ ad δζ. Incommensurabilis igitur est κδ ipsi δζ, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur κδ, δζ rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζκ, rationalis autem est ζθ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi) Ipsum autem ζε, potest ipsa γα. Igitur ipsa γα irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens: quod erat ostendendum.

CAMPANVS. Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad secundam, sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

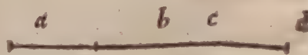
Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, et minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quòd erit a ad c sic b ad d est enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, composita est ex differentijs ipsorum ad media) differẽtia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad p, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est communis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 74.*



Nulla linea nisi una tantum residuo cõiungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem. 74

CAMPANVS. Sit linea a c residuum, quæ fuerit reliqua abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicãtes ex 68. Dico quòd ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedũt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoque quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedũt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente, ut differẽtia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differẽtia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autem sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierum rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali nisi irrationali superficie



per

per 22. Hoc autem fit manifestus in figura, sic. Sit enim superficies e f, adiŭcta, ad lineam e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq́ f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; sit K l, adiuncta ad lineam K m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq́ ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq́ etiam æqualis h f. Est itaq; differētia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad K l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraq; uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 61.* *Propositio 79.*

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantum toti subsistens commensurabilis.

THEON ex Zamb. *Sit apotome α β, cōgruens autē ei sit β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia tantum sunt cōmensurabiles. Dico quòd ipsi α β, altera non congruit rationalis potentia tantū subsistens toti commensurabilis. Si enim poßibile, congruat, sitq́; β δ. Ipsæ igitur α δ, δ β, potentia tantū sunt cōmensurabiles. Et quoniā (per 7 secundi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedunt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodem nanq; id est quod ex α β, utraq; excedunt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit, & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, β δ, ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, utraq; nanq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod est impoßibile. Vtraq; nanq; media sunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipsi igitur α β, altera non cōgruit rationalis potētia tantū cōmensurabilis existens toti. Vna igitur tantū ipsi apotomæ congruit, rationalis potentia tantum toti subsistens commensurabilis: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 75.*



75 Nulla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uero superficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius sectionis ad quadrata alterius, quæ est dupli superficiei unius ad duplū superficiei alterius, erit una & eadem superficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod est impossibile.

Euclid. ex Zāb. *Theorema 62.* *Propositio 80.*

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.

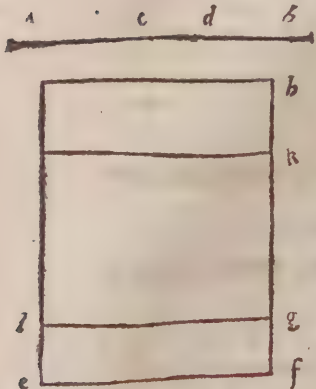
THEON ex Zamb. *Esto nanq; media apotome prima α β, & ipsi α β, congruat β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rationale cōprehendentes duo quod sub α γ, γ β. Dico quòd ipsi α β, altera non congruit media, toti potentia tantum subsistēs cōmensurabilis, & cum tota rationale cōprehendens. Si enim poßibile, congruat & δ β, ipsæ igitur α δ, δ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rationale cōprehendentes, quod sub α δ, δ β. Et quoniā (p 7 secūdi) quo excedunt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē etenim rursus excedunt, id est quod ex α β) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit et id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. At quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, utraq; nēpe rationalia. Et quæ ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod est impoßibile. Media etenim utraq; & (p 26 decimi) mediū sane mediū nō excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potētia tantū toti subsistēs cōmēsurabilis, & cū tota ratiōale cōprehēdēs: qd' oport. demonst.*

Eucl. ex Camp. Propositio 76.



Vlla linea residuo mediali secundo cõiungibilis est, ut sub termino earum fiãt, nisi tantũ quæ ab ea ante separata erat. 76

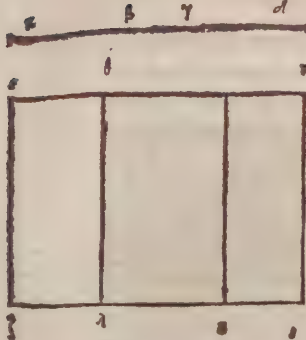
CAMPANVS. Sit enim a c residuũ mediale secundũ, quæ fuit residua, abscisa b c ex a b, eruntq́ ex 70, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continentes. Dico quòd ipsa a c, nulli lineæ alij quàm c b, sub hac diffinitione coniungi potest. Sin autẽ, cõiungatur lineæ c d. Sitq́ linea e f rationalis in longitudine, ad quam coniungatur superficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abscindatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq́ per 7 secundi superficies l h æqualis duplo superficiei a b in b c, & l K per eãdem æqualis duplo superficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ sectionis sunt mediale, & duplũ etiam superficiei mediale incommẽsurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligens Geometra non poterit, qui positiones diligẽter seruauerit) erit superficies e h medialis, cum ipsa sit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & superficies l h medialis, cùm ipsa sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, per 20 igitur est utraque duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una est incõmensurabilis alij, eo quòd superficies e h est incommensurabilis superficiei h l, sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 68 linea f g residuum. Quare linea f g quę est residuũ cõponitur lineæ g h, ut sint ambæ sub termino earũ quæ erant ante separationẽ. Similiter quoq́ probabis eãdem f g cũ linea g k cõponi eadẽ conditione, mediantibus superficiebus e k & K l, quarũ prima est æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c, pariter acceptis, & secunda duplo superficiei unius in alterã: quod est impossibile per 74. Et hic modus demonstrationis potest esse cõmunis 75 cæterisq́ quatuor eam sequentibus.



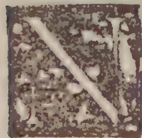
Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 81.

Mediæ apotomæ secundæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantũ toti cõmensurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. 81

THEON ex Zamb. *Esto media apotome secunda $\alpha\beta$, & ipsi $\alpha\beta$, congruens sit $\beta\gamma$. Ipsæ igitur $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, mediũ cõprehendentes quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Dico quòd ipsi $\alpha\beta$, alia non congruit recta linea media, potẽtia tantum toti subsistens cõmensurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. Si enim poßibile, cõueniat $\beta\delta$, igitur $\alpha\delta$, & $\delta\beta$, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ cõprehendentes quod sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$. Exponaturq́; rationalis $\epsilon\zeta$. Et eis quidem quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquum ad ipsam $\epsilon\zeta$ comparetur (per 44 primi) $\epsilon\eta$, latitudinem efficiens $\epsilon\mu$, ei uerò quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquũ auferatur $\theta\eta$ latitudinẽ efficiẽs $\theta\mu$. Reliquũ igitur $\epsilon\lambda$, (per 7 secũdi) æquũ est ei quod ex $\alpha\beta$. Quare $\alpha\beta$ ipsum potest $\epsilon\lambda$. Rursus iã eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, æquum ad ipsam $\epsilon\zeta$ comparetur (per 44 primi) $\epsilon\iota$, latitudinẽ efficiẽs, $\epsilon\nu$. Est autem & $\epsilon\lambda$. æquum ei quod ex $\alpha\beta$, quadrato, reliquũ igitur $\theta\kappa$, (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$. Et quoniam ipsæ $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ sunt, media igitur sunt & quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. & æqualia sunt ipsi $\epsilon\eta$, mediũ igitur (p 16 decimi & correlariũ 23) est $\epsilon\eta$. Et ad ipsam rationalẽ $\epsilon\zeta$ apponitur, latitudinem efficiẽs $\epsilon\mu$: rationalis igitur est (per 22 decimi) $\epsilon\mu$, & ipsi $\epsilon\zeta$ lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniam quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediũ est, & quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) & æquũ est ipsi $\theta\eta$, & $\theta\eta$, igitur mediũ est. Ad ipsamq́; $\epsilon\zeta$ rationalem apponitur, latitudinem efficiens $\theta\mu$, rationalis igitur est $\theta\mu$ (per 22 decimi) & ipsi $\epsilon\zeta$, longitudine incõmensurabilis. Et quoniam $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potentia tantũ sunt cõmensurabiles, incommẽsurabilis igitur est $\alpha\gamma$, ipsi $\gamma\beta$, lõgitudine. Sicut autẽ $\alpha\gamma$, ipsi $\gamma\beta$, sic est (p lẽma 21 decimi) quod ex $\alpha\gamma$, ad id quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex $\alpha\gamma$, ei quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Sed ei qđ ex $\alpha\gamma$, cõmẽsurabilia sunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Ei autẽ qđ sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, cõmẽsurabile est quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Incõmẽsurabilia igitur sunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ei quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Eis autẽ quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquũ est $\epsilon\eta$, ei uerò quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquũ est $\eta\theta$. Incõmẽsurabile igitur est $\epsilon\eta$, ipsi $\theta\eta$. Sicut autem $\epsilon\eta$, ad $\theta\eta$, sic est $\epsilon\mu$, ad $\theta\mu$. Incommensurabilis igitur est $\epsilon\mu$, ipsi $\theta\mu$ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur $\epsilon\mu$, $\mu\theta$, rõales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, apotome igitur est $\epsilon\theta$, congruens autẽ ei est $\theta\mu$. Similiter ostẽdemus quod et $\theta\nu$, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis, qđ (p 79 decimi) est impoßibile. Mediæ igitur apotomæ secũdæ una tãtũ cõgruit recta linea potẽtia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis et cũ tota mediũ cõprehẽdẽs: qđ erat ostẽdẽdũ.*



Eucl. ex Cãp. Prop. 77



Vlla linea minori cõiungibilis est, ut sub termino suo fiant nisi tãtum quæ ante sibi abscisionem coniungebatur. 77

CAMP.

CAMPANVS. Intellige quid sit linea minor: quod si oblitus es, consule 21. & sine obiectione cõcludes propositum, si (quemadmodũ in 74) processeris, poterisq; si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propositio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis medium.

THEON *ex Zamb. Esto minor $\alpha\beta$, & ipsi $\alpha\beta$ congruens esto $\beta\gamma$, ipsæ igitur $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ipsarũ quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediũ. Dico quòd ipsi $\alpha\beta$, alia recta linea non congruit efficiens eadẽ. Si enim poßibile, congruat $\beta\delta$, & igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis $\alpha\delta$, $\delta\beta$, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, eo excedit & id quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, quæ autẽ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, quadrata, ea quadrata quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, rationali excedunt, utraq; enim rationalia, & quod bis igitur sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, rationali excedit, quod (per 26 decimi) est impoßibile, utraq; nanq; media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium: quod ostendere oportebat.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 78.*

78 

Linea quæ coniuncta cum rationali facit totam mediale, nisi uni tãtum componi non potest, ut sub earũ termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in quo quam non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propositio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamb. *Sit cũ rationali mediũ totum efficiens $\alpha\beta$, & ipsi $\alpha\beta$ congruat $\beta\gamma$. Ipsæ igitur $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ex ipsarũ $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, rationale. Dico quòd ipsi $\alpha\beta$, alia non congruit eadem efficiens. Si enim poßibile, congruat $\beta\delta$, & ipsæ igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rectæ lineæ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarũ $\alpha\delta$, $\delta\beta$, quadratis mediũ, quod uerò bis sub ipsis $\alpha\delta$, $\delta\beta$, rationale. Quoniam igitur quo excedũt quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, eo excedit & quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedit, & quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ consequenter ut in præcedentibus, quod uerò bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, igitur ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedunt rationali, quod est (per 26 decimi) impoßibile, utraq; enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur $\alpha\beta$, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficiẽti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 79.*

79 

Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, nisi una linea tantum iungi nequit, ut sub earum termino fiant quę erant ante separationem.

CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magistra est 73. De qua quod hæc 79 enunciat, concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propositio 84.*

84 Efficienti cum medio mediũ totum, una tantum cõgruit recta linea

potentia incõmenſurabilis toti ſubſiſtens, & cũ tota efficiens cõflatum ex ipſarũ quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile conflatum ex ijs quæ ab ipſis, ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. *Eſto cũ medio mediũ totũ efficiẽs αβ, congruẽs autẽ illi ſit βγ: ipſæ igitur αγ, γβ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis αγ, γβ, mediũ, inſup et quæ ex αγ, γβ, quadrata, incõmẽſurabilia ei qd' bis ſub αγ, γβ. Dico q, alia ipſi αβ, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs propoſita. Quod ſi poßibile eſt, cõgruat βδ, ut et αδ, δβ, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes quæ ex αδ, δβ, quadratis ſimul mediũ, et qd' bis ſub ipſis αδ, δβ, mediũ, & inſup quæ ex αδ, δβ, incõmẽſurabilia ei qd' bis ſub αδ, δβ. Exponaturq; ratiõalis εζ. Et eis quidẽ quæ ex αγ, γβ, æquũ ad ipſam εζ cõparetur (p 45 primi) εκ, latitudinẽ efficiẽs εμ, ei autẽ qd' bis ſub αγ, γβ, æquũ auferatur (p 44 primi) θκ, latitudinẽ efficiẽs θμ. Reliquũ igitur qd' ex αβ, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ελ, ipſa igitur αβ λ poteſt. Rurſus eis quæ ex αδ, δβ, æquũ ad ipsã εζ cõparetur (p 44 primi) ει, latitudinẽ efficiẽs εν. Eſt autẽ quod ex αβ, æquũ ipſi ελ. Reliquũ igitur qd' bis ſub αδ, δβ, æquũ eſt ipſi θι. Et quoniã cõflatũ ex ijs quæ ex αγ, γβ, mediũ eſt, ac ipſi εκ, æquale, mediũ igitur eſt & εκ. Et ad rationalẽ cõparatur εζ, latitudinẽ efficiẽs εμ, rationalis igitur eſt (p 22 decimi) εμ, & ipſi εζ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub αγ, γβ, mediũ eſt & ipſi θκ æquale, mediũ igitur eſt θκ. Et ad ipſam rationẽ εζ apponitur latitudinẽ efficiens θμ, rationalis igitur eſt θμ, & ipſi εζ lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex αγ, γβ, ei quod bis ſub αγ, γβ, incõmenſurabile igitur eſt εκ, ipſi θκ, incommenſurabilis igitur eſt et εμ, ipſi μθ longitudine, & ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur εμ, μθ, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Igitur ipſa εθ, apotome eſt. Congruẽs autẽ ei, eſt θμ. Similiter iã oſtendemus quòd εθ, rurſus apotome eſt: congruẽs autẽ ei eſt θν. Apotome igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur αβ, alia recta linea non congruit. Ipſi igitur αβ, una recta linea tantum congruit, potentia tantũ toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum, et quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

Ex Campano. Reſiduorum diffinitiones.

1 Si fuerit idem totum poſitæ rationali lineæ in lõgitudine cõmenſurabile, quod poſitũ erat, dicetur reſiduum primum.

2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lõgitudine, dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in lõgitudine, nũcupabitur reſiduũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cõmunicet in lõgitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ compoſitum potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti communicantis in longitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminum, ſi fuerit totũ compoſitum potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti incõmenſurabilis in longitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apothemarum Diffinitiones.*

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cõmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò congruens commensurabilis fuerit, lõgitudine expositę rationali, secũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali lõgitudine, appellat͞ apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Supposita rationali & apotomæ, siquidẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili.

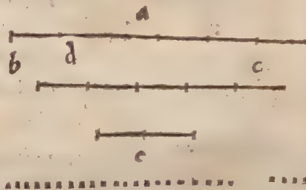
Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit congruẽte eo quod fit ex sibi longiore incommensurabili.

Euclid. ex Camp. *Propositio 80.*

80 Esiduum primum inuestigare.

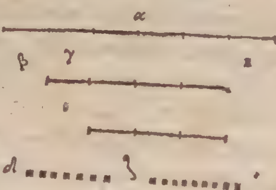
CAMPANVS. Ab inuentione omnium specierum residui, facilè nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorũ quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui cõmensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq́ʒ e numerus quadratus diuisus in f nõ quadratum & in quadratum g, sitq́ʒ proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ʒ per ultimã partẽ septimę, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaqʒ sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis in lõgitudine, quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Euclid. ex Zãb. *Problema 19.* *Propositio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto $\beta\kappa$, rationalis igitur est $\beta\kappa$. Exponanturq́; bini quadrati numeri $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, quorũ excessus $\delta\zeta$ non sit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) $\epsilon\delta$, ad $\delta\zeta$, rationẽ non habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Fiatq́; (per correlariũ 6 decimi) sicut $\epsilon\delta$, ad $\delta\zeta$, sic quod ex $\beta\kappa$ quadratũ ad id quod ex $\kappa\gamma$ quadratũ, cõmensurabile igitur est quod ex $\beta\kappa$, ei quod ex $\kappa\gamma$. Rationale autem quod ex $\beta\kappa$, rationale igitur & quod ex $\kappa\gamma$. Rationalis igitur est (per diffinitionem) & $\kappa\gamma$. Et quoniam $\epsilon\delta$ ad $\delta\zeta$ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex $\beta\kappa$, ad $\kappa\gamma$ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est $\beta\kappa$ ipsi $\kappa\gamma$ longitudine, utræq; autem sunt rationales. Ipsæ igitur $\beta\gamma$, $\kappa\gamma$, per 9 decimi) rationales sunt potẽtia commensurabiles. Igitur ipsa $\beta\gamma$, apotome est (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nãq; maius est quod ex $\beta\kappa$, eo quod ex $\kappa\gamma$, sit quod ex θ. Et quoniam sicut $\epsilon\delta$ ad $\delta\zeta$, sic est quod ex $\beta\kappa$, ad id quod ex $\kappa\gamma$, conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sicut $\delta\epsilon$, ad $\epsilon\zeta$, sic quod ex $\kappa\beta$ ad id quod ex θ. At $\delta\epsilon$ ad $\epsilon\zeta$, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus est. Quod igitur ex $\kappa\beta$, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est $\beta\kappa$ ipsi θ longitudine, & $\beta\kappa$ ipsa $\kappa\gamma$ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur $\beta\kappa$ ipsa $\kappa\gamma$ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmensurabile, estq́; tota $\beta\kappa$, ipsi α expositæ rationali cõmẽsurabilis. Igi-*

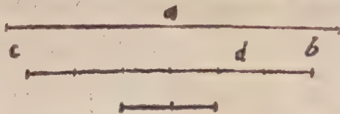


tur (per tertias diffinitiones.) β γ apotome est prima. Inuẽta igitur est prima apotome β γ: quod erat agendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 81.*

Residuum secundum patefacere. 81

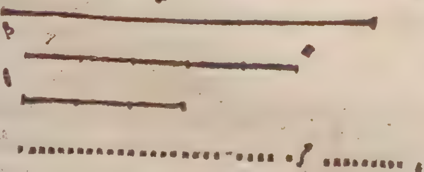
CAMPANVS. Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eiq́ communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e, eritq́ b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses aut binomij secundi repetitione indiges.



Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propositio 86.*

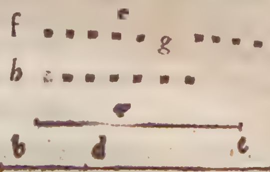
Inuenire ad secundam apotomen. 86

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine cõmensurabilis esto κ γ. Rationalis igitur est κ γ. Et exponãtur bini numeri quadrati δ ε, & ε ζ, quorũ excessus δ ζ, nõ sit quadratus. Fiatq́; (p correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi) sicut δ ζ ad δ ε, sic quadratũ qd' ex κ γ, ad quadratũ qd' ex κ β, cõmẽsurabile igitur est (p 11 decimi) qd' ex κ γ quadratũ, ei qd' ex κ β, quadrato. Ratiõale autẽ est qd' ex γ κ, rõnale igitur est qd' ex κ β. Rationalis igitur est β κ. Et quoniã quod ex κ γ quadratũ ad id qd' ex κ β, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est (p 19 decimi) γ κ, ipsi κ β lõgitudine, & ambæ sunt rõnales. Ipsæ igitur γ κ, κ β, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur (p 73 decimi) β γ apotome est. Dico q, & secũda. Quo etenim maius est qd' ex β κ, eo qd' ex κ γ, esto quod ex θ. Quoniã igitur est (p correlariũ 6 decimi) sicut qd' ex ε κ, ad id qd' ex κ γ, sic est ε δ numerus ad δ ζ, numerum, cõuertendo igitur (p correlariũ 19 quinti) est sicut qd' ex β κ, ad id quod ex θ, sic est δ ε, ad δ ζ, et uterq; ipsorũ δ ε, ε ζ, quadratus est, quod igitur ex β κ, ad id quod ex θ, (per 9 decimi) ratione habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, cõmẽsurabilis igitur est θ κ, ipsi, & β κ, ipsa κ γ, maius potest, eo quod ex θ. igitur β κ, ipsa κ γ, maius potest eo qd' ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili. Et cõgruẽs est γ κ, cõmensurabilis lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ (per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome β γ: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 82.*

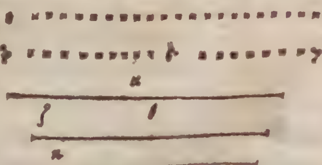
Residuum tertium perscrutari. CAMPANVS. Residuum tertiũ sic habetur. Posita ut prius a rationali numeroq́ e quadrato diuiso in f non quadratũ & g quadratũ assumptoq́ h numero primo, sit quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c, sicut h ad e, sitq́ quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium. 82



Euclid. ex Zamb. *Problema 20.* *Propositio 87.*

Inuenire tertiam apotomen.

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ε, β γ, γ δ, rationẽ adinuicẽ nõ habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Ipse autẽ β γ, ad δ β rationẽ habeat, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq́; (p correlariũ 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic qd' ex α quadratũ ad id quod ex ζ κ, quadratũ, sicut uerò β γ ad γ δ, sic qd' ex ζ κ, quadratũ ad id quod ex κ θ. Quoniã igitur est sicut ε ad β γ, sic qd' ex α, quadratũ ad id qd' ex ζ κ quadratũ, qd' igitur ex α, quadratũ ei qd' ex ζ κ quadrato est cõmẽsurabile. Quadratũ autẽ ex α, rõnale est: ratiõale igitur est & qd' ex ζ κ, ratiõalis igitur est ζ κ. Et quoniã ε, ad β γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur qd' ex α, quadratũ, ad id qd' ex ζ κ, quadratũ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ κ lõgitudine. Rursus quoniam est sicut β γ ad γ δ sic quod ex ζ κ, quadratum ad id quod ex κ θ, commensurabile igitur est quod ex ζ κ, ei quod ex κ θ. Rationale autem est quod ex ζ κ. Rationale igitur quod ex κ θ, rationalis igitur est κ θ. Et quoniam β γ, ad γ δ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est ζ κ, ipsi κ θ longitudine. Et utræq; sunt rõnales, ipsæ igitur ζ κ, κ θ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est ζ θ (per 73 decimi) Dico q, et tertia. Quoniã enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α quadratũ, ad id quod ex ζ κ* 87



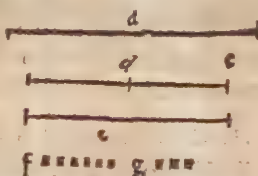
qua

quadratū, sicut autē β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex θ κ. Sed ε ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex α ad id quod κ θ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommensurabilis igitur est α ipsi κ θ longitudine. Neutra igitur ipsarū ζ κ, κ θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quòd ex ζ κ eo quod ex κ θ, esto id quod ex λ. Quoniā igitur est sicut δ γ, ad γ δ, sic est quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut β γ ad γ δ, sic est quod ex ζ κ, quadratū ad id quod ex λ. At β γ, ad β δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζ κ, igitur ad id quod ex λ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commensurabilis igitur est ζ κ, ipsi λ longitudine. Et ζ κ, ipsa κ θ, maius potest, eo quod ex λ, ipsa igitur ζ κ, ipsa κ θ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζ κ, κ θ, commensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ζ θ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. Propositio 83.



83 Residuum quartum inuenire.

CAMP. Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, communis lineæ a rationali positæ, numerus autem e quadratus, sit diuisus in f & g, quorū sit uterq; nō quadrat⁹, sitq; quadratū lineæ b c, quadratū lineæ d e, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartum, si eorum quę in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus non fueris.



Euclid. ex Zamb. Problema 21. Propositio 88.

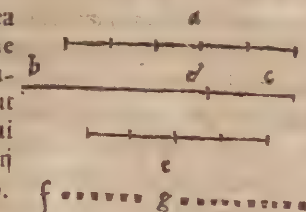
Inuenire quartam apotomen.

88 THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α, & ei lōgitudine cōmensurabilis esto β κ, rationalis igitur est & β κ. Exponatúrq; (p lēma secūdū 18 decimi) bini numeri δ ζ, ζ ε, ut totus δ ε ad utrūq; ipsorū δ ζ, ζ ε, ratione nō habeat quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Fiatq; (p correlariū 6) sicut δ ε ad ε ζ sic quod ex β κ, quadratū cōmēsurabile igitur est (per correlariū 11 decimi) quod ex β κ, ei quod ex κ γ. Rationale autē est id quod ex β κ, rationale igitur & quod ex κ γ, rationalis igitur est (per 7 diffinitionē decimi) & κ γ. Et quoniā δ ε ad ε ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex β κ, ad id quod ex κ γ rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) β κ, ipsi κ γ lōgitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur β κ, κ γ, rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est β γ. Dico q, & quarta. Quo nēpe maius est quod ex β κ, eo quod ex κ γ, esto (per lēma 13 decimi) quod ex θ. Quoniam igitur est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex β κ, ad id quod ex κ γ, et cōuertendo igitur (per correlariū 18 quinti) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex κ β, ad id quod ex θ. Sed ε δ, ad δ ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex κ β ad id quod ex θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) β κ, ipsi θ lōgitudine, & κ β, ipsa κ γ, maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β κ, ipsa κ γ maius potest, eo quod ex sibi incōmensurabili, estq; tota β κ, cōmensurabilis lōgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur β γ (per 3 diffinitiones) apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome: quod faciendum erat. Euclid. ex Camp. Propositio 84.



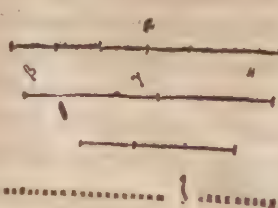
84 Residuum quintum demonstrare.

CAMP. Cū residuū quintū inuenire libuerit, erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali positę in longitudine sicut erat in inquisitione secundi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorū neuter quadratus sicut in præmissa erit quadratū lineæ c d ad quadratū b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione concludere licet (habita sufficienti notitia binomij quinti) lineā d b esse residuū quintū. Eucl. ex Zā. The. 22. Prop. 89.



Inuenire quintam apotomen.

89 THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α & ipsi α lōgitudine commensurabilis esto γ κ, rationalis igitur est γ κ. Exponatúrq; (per secundum lemma 28 decimi) bini numeri δ ζ, ζ ε, ad utrunque ipsorum δ ζ, ζ ε, rationem rursus non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ζ ε, ad ε δ, sic quod ex κ γ ad id quod ex κ β, commensurabile (per 11 decimi) igitur est quod ex γ κ, ei quod ex β κ. Rationale autem est quod ex γ κ, rationale & quod ex κ β, rationalis igitur est β κ. Et quoniā est sicut δ ε ad ε ζ, sic est quòd ex β κ ad id quod ex κ γ, at δ ε, ad ε ζ, rationem nō habet numerus quadratus ad quadratum nu-

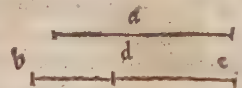


merũ, neq; igitur quod ex ϐ η ad id quod ex η γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) β η ipsi η γ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur β η, η γ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Igitur β γ, apotome est (p 73 decimi) Dico quòd et quinta. Quo nãq; maius est id quod ex ϐ η, eo quod ex η γ, esto id quod ex θ. Quoniã igitur est sicut quod ex β η, ad id quod ex η γ sic est δ ε ad ε ζ, cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) est sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex ϐ η, ad id q ex θ. At ε δ, ad δ ζ, rationẽ nõ habet quàm quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex β η, ad id quod ex θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur (p 9 decimi) ϐ η, ipsi θ, longitudine. Ipsaq; η ϐ, ipsa η γ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur η ϐ ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili, & cõgruẽs est lõgitudine cõmensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta: quod ostendendum fuerat. Euclid. ex Camp. Propositio 85.



Residuum sextum demum præsto sit reperire. 85

CAMP. Residuũ sextũ sic reperitur. Erit ut priꝰ linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g nõ quadratos, et erit h numerus primus. Et quadratũ lineę a ad quadratũ lineę b c, sicut h ad e, at uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitiõe linea d b, residuũ sextũ. Cui nõ plane animꝰ tuꝰ assenserit, exerceri te cõuenit in inuẽtione binomij sexti. Euc. ex Zãb. Prob. 23. Prop. 90.



Inuenire sextam apotomen. 90

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε β, β γ, γ δ, rationẽ nõ habentes adinuicẽ quã quadratus numerus ad quadratũ. Insuperq; & ϐ γ, ad ϐ δ rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicut autẽ β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniã igitur est sicut ε ad β γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ η cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζ η, rationale autẽ quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ η, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniã ε ad β γ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniã est sicut β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ rationale autẽ est quod ex ζ η, rationale igitur est, & quod ex η θ, rationalis igitur & η θ. Et quoniã β γ ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ζ η, ipsi η θ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iã quod et sexta. Quoniã enim est sicut ε ad ϐ γ sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicutq; ϐ γ ad γ δ sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi η θ lõgitudine, & neutra ipsarũ ζ η, η θ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζ η, eo quod ex η θ, esto quod ex κ. Quoniã enim est sicut β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) est sicut ϐ γ, ad β δ sic est quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β, ad ϐ δ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est ζ η ipsi κ lõgitudine. Et ζ η, ipsa η θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod est sibi lõgitudine incommensurabili, & utraq; ipsarũ ζ η, η θ, incõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendũ. Sit prædictarũ sex apotomarũ inuẽtionis ostensio cõcisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponaturq; ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α β, & ab ipsa quidem α β, auferatur ipsi quidem β γ, æqualis β δ. Ipsæ igitur α β, ϐ γ hoc est α β, β δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α β, ipsa β γ, hoc est ipsa β δ, maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili, & α β cõmensurabilis est expositæ rationali lõgitudine. Igitur α δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus * in numeros exponentes. Euclid. ex Camp. Propositio 86.

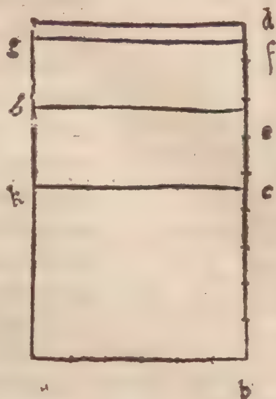
ἰσαρίθμους, pari numero, id est eiusdem ordinis.

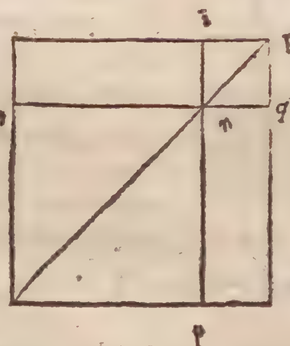


Si fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta, latus eius tetragonicum necesse est esse residuum. 86

Campa-

CAMPANVS. Sit superficies a c contẽta linea rationali a b & residuo primo b c, dico latus tetragonicũ superficiei a c, esse residuũ. Adiungatur enim ad lineã b c, linea c d, sitq́ illa cuius detractione b c fuit residuũ primũ. Eritq́ ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantum, b d quoq́ erit potentior d c, in quadrato lineæ secũ cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis, eritq́ ex secunda parte 13 b f cõmunicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq́ earũ cõmunicat cũ tota linea b d, quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq́ lineæ f g, e h, & c K, æquidistantes a b, eritq́ per 15 utraq́ duarũ superficierũ a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale superficiei a f, eritq́ rationale, & latus eius rationale in potẽtia. Intra illud quadratũ protracta diagonali linea l m, describatur quadratum l n, æquale superficiei g d, eritq́ ipsum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahantur autẽ duę lineę m p, q n, æquidistãter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c, & eius latus quod est n p est residuũ. Cũ enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq́ & inter duo quadrata l m & n l. Cumq́ ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadẽ duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratũ l n est æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq́ gnomo circũscriptus quadrato m n, est ęqualis c g. Et quia l m erat ęquale a f, relinquitur m n ęquale a c. Quòd autem n p latus quadrati m n sit residuum, sic collige. Est enim utraque duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrũq́ quadratum l m & n l est rationale, unaq́ earũ est incommẽsurabilis alij per primam sexti & 10 huius, eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei, sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quòd ipsæ sunt incommensurabiles, est enim per primam sexti una earũ ad alterã, sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantũ, ex 68 igitur linea p n, quæ potest in superficiem a c, est residuum: & hoc est quod intendimus.

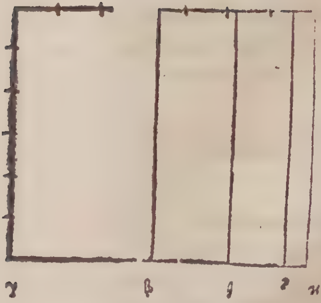


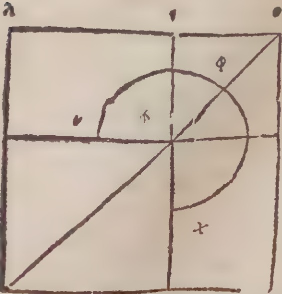


Euclid. ex Zamb. *Theorema 67.* *Propositio 91.*

91 Si areola cõprehẽdatur sub rationali & apotome prima, quę areolam potest, apotome est.

THEON ex Zãb. *Comprehendatur enim areola αβ, sub rationali αγ, & apotome prima αδ.* Dico *quòd ipsam αβ areolã potens, apotome est. Quoniã apotome est αδ, esto eidem cõgruens (per 79 decimi) δη. Ipsæ igitur αη, δη, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & tota αη (per 3 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi αγ, expositæ rationali, & αη, ipsa ηδ (per 73 decimi) maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δη æquum ad ipsam αη comparetur deficiẽs forma quadrata, incõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δη bifariàm in ε, & ei quod ex εη, æquũ ad ipsam αη cõparetur (per 28 sexti) deficiens forma quadrata, sitq́; quod sub αζ, ζη, cõmẽsurabilis igitur est αζ, ipsi ζη. Et per ε, ζ, η, signa (p 31 primi) ipsi αγ paralleli excitẽtur εθ, ζι, ηκ. Et quoniã cõmẽsurabilis est αη ipsi ζη, lõgitudine, et αη igitur utriq; ipsarũ αζ, ζη, cõmẽsurabilis est lõgitudine. Sed αη cõmẽsurabilis est ipsi αγ, & utraq; igitur ipsarũ αζ, ζη, cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi αγ, & rationalis est αγ, rationalis igitur est & utraq; ipsarum αζ, ζη, quare & utrunq; ipsorum αι, ζκ, rationale est. Et quoniam commensurabilis est δε, ipsi εη (æquales nanque) quæ uerò æqualia commensurabilia sunt longitudine: & δη, igitur utrique ipsarum δε, εη, longitudine commensurabilis est. Rationalis autem est δη, & ipsi αγ longitudine incommensurabilis, rationalis igitur est & utraque ipsarum δε, εη, & ipsi αγ, longitudine incommẽsurabilis, utrũq; igitur ipsorum δθ, εκ, mediũ est. Apponatur iam ipsi qdẽ αι, æquũ quadratũ λμ, ipsi autẽ ζκ, æquũ auferatur cõmunẽ ipsi λμ, angulũ habẽs eũ q sub λομ, sitq; νξ, circa eundẽ igitur dimetiẽtẽ sunt (per 26 sexti) ipsa λμ, νξ, quadrata, sit eorũ dimetiẽs ορ, ac describatur figura. Quoniam certè rectangulum cõprehensum sub αζ, ζη, æquum est ei quod ex εη, quadrato: est igi*





est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ι κ, sic ι κ ad ζ κ. Sed sicut quidē α ζ, ad ι κ, sic (per 1 sexti) α ι, ad α ε ν, sicut autem ι κ ad ζ κ, sic est ι κ, ad ζ λ. Ipsorū igitur α ι, λ ζ, mediū proportionale est ι κ, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at λ ζ ipsi ν ξ, & ι κ igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ι κ (per 36 primi) ipsi δ ϑ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autē & α λ æquū ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquum igitur α β (per 45 primi) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratū, ipsi α β, æquum est. Ipsa igitur λ ν ipsam α β areolam potest. Dico quòd & λ ν apotome est. Quoniam enim rationalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrūq; igitur ipsorū λ μ, ν ξ, rationale est, hoc est quod ex utraq; ipsarū λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarum λ ο, ο ν, rationalis est. Rursus quoniā δ ϑ mediū est, & ipsi λ ξ, est æquale, medium igitur est λ ξ. Et quoniam λ ξ medium est, & ν ξ rationale, incōmensurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autem λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia cōmensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) λ ν & ipsam α β areolam potest. Quæ igitur ipsam α β areolam potest, apotome est. Si areola igitur comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest, apotome est: quod erat ostendendum.

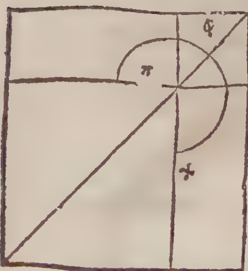
Euclid. ex Camp. Propositio 87.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum. 87

CAMPANVS. In hac quoq; argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secūdi & secunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest, mediæ apotome est prima. 92





THEON ex Zamb. Areola nāq; α β, cōprehendatur sub rationali α γ, & secūda apotome α δ. Dico quòd quæ α β, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ ν. Ipsæ igitur α ν, ν δ, rationales sunt potētia tantū commēsurabiles (per 3 diffinitiones) & ipsa δ ν, cōgruēs commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa cōmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uerò α ν tota ipsa cōgruente ν δ maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. Quoniam igitur ipsa α ν plus quā ν δ potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex ν δ, æquum ad ipsam α ν, comparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in cōmensurabilia (per 17 decimi) Secetur (per 10 primi) nēpe δ ν, bifariam in ι, & ei quod ex ι ν, æquū ad ipsam α ν, comparetur forma deficiens à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ν, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ ν, longitudine. Et per ipsa ι ζ ν, signa (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ι ϑ, ζ ι, ν κ. Et quoniam (per 15 decimi) α ζ ipsi ζ ν, longitudine cōmensurabilis est, & α ν igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ ν, lōgitudine cōmensurabilis est. Rationalis autem est α ν, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraq; igitur ipsarū α ζ, ζ ν, rationalis est, & ipsi α γ longitudine incommensurabilis, utrunq; igitur ipsorum α ι, ζ λ, medium est. Rursus quoniā cōmēsurabilis est δ ι ipsi ι ν & δ γ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utriq; ipsarū δ ι, ι ν, cōmensurabilis est. Sed δ γ, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraq; ipsarum δ ι, ι ν, & ipsi α γ longitudine commensurabilis, igitur & utrunq; ipsorum δ ϑ, ι κ (per 19 decimi) rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidem α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autem ζ κ æquum auferatur ν ξ, circa eundem existens angulum ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eundem igitur demetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura. Quoniam nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & adinuicem commensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ ν, æquum est ei quod ex ι ν, est igitur sicut α ζ, ad ι ν, sic ι ν, ad ζ ν. Sed sicut quidem α ζ ad ι ν, sic α ι, ad ι κ

ad ι λ, sicut autẽ ι κ, ad ζ κ, sic ι κ, ad ζ κ. Ipsorum igitur α ι, ζ κ, mediũ proportionale est ι κ. Sed ipsorum λ μ, ν ξ, quadratorũ, mediũ proportionale est (per lẽma 53 decimi) μ ν, & α ι, quidem æquum est ipsi λ μ, & ζ λ ipsi ν ξ. Igitur μ ν ipsi ι κ, æquum est. Sed ipsi quidem ι κ, æquũ est δ θ, at μ ν, ipsi λ ξ (per 36 primi) est æquale. Totũ igitur δ λ, æquum est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Quoniam ergo totum α κ, æquum est ipsis λ μ ν ξ, quorum δ κ æquum est ipsi υ φ χ gnomoni & ipsi ν ξ, reliquum igitur α β ipsi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν, quod igitur ex λ ν, ipsi α β, areolæ æquũ est, ipsam igitur α β areolã, ipsa λ ν potest. Dico quòd λ ν, mediæ apotomæ est prima. Quoniã enim ι κ rationale est, & ipsi ν μ æquale, hoc est ipsi λ ξ, rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod sub λ ο, ο ν (per cõstructionẽ) Ostẽsum autẽ est, quòd ν ξ mediũ est. Igitur λ ξ, ipsi ν ξ, est incõmẽsurabile. Sicut autẽ λ ξ, ad ν ξ sic λ ο, ad ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν lõgitudine sunt incõmẽsurabiles. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, rationale cõprehẽdentes. Ipsa igitur λ ν, mediæ apotomæ est prima (per 74 decimi) Et ipsam α β potest areolã. Igitur quæ ipsam α β areolã potest, mediæ apotomæ est prima.. Si areola igitur cõprehensa fuerit, et quæ sequũtur reliqua: quod erat ostẽdendũ.

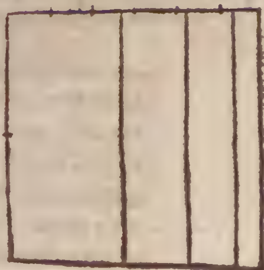
Euclid. ex Camp. Propositio 88.

88 I linea rationali residuoq; tertio superficies cõtineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMP. Priori demõstrationi insiste, & facile cõcludes propositũ ex diffinitiõe residui tertij & secũda parte 13 & 9 & 19 & 70. Eucl. ex Zã. Theor. 69. Prop. 33.

93 Si areola cõprehẽdatur sub rationali & apotome tertia, quæ areolam potest, mediæ apotomæ est secunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α β, comprehendatur sub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quòd quæ ipsam α β, areolã potest, mediæ apotomæ est secunda. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & neutra ipsarum α η, η δ, ipsi α γ, expositæ rationali cõmensurabilis est longitudine. At (per 87 decimi) tota α η, ipsa δ η, cõgruente maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquum ad ipsam α η, apponatur forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi) ipsam diuiserit, secetur (per 10 primi) nempe δ η bifariã in ε, & (per 18 sexti) ei quod ex ε η, æquum ad ipsam α η, comparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η. Excitenturq; (per 31 primi) per ε ζ η, signa ipsi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, η κ cõmensurabiles igitur sunt α ζ, ζ η, cõmensurabile igitur est & α ι ipsi ζ λ. Et quoniã α ζ, ζ η, commẽsurabiles sunt longitudine, & α η, igitur (per parabolẽ) utriq; ipsarũ α ζ, ζ η, cõmensurabilis est longitudine. Rationalis autẽ est α η, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraq; igitur ipsarũ α ζ, ζ η, rationalis est, & ipsi α γ, longitudine incõmensurabilis, & utrunq; igitur ipsorum α ι, ζ κ (per 21 decimi) mediũ est. Rursus quoniã cõmensurabilis est δ ε, ipsi ε η, longitudine & δ η, igitur utriq; ipsarũ δ ε, ε η, longitudine commensurabilis est (per 16 decimi) Rationalis autẽ est γ δ, & ipsi α γ, lõgitudine incõmensurabilis, rationalis igitur est & utraq; ipsarũ δ ε, ε η, & α γ, longitudine incõmensurabilis. Vtrũq; igitur ipsorũ δ θ, ε κ (per 21 decimi) mediũ est. Et quoniam α η, η δ potentia tantũ sunt cõmensurabiles, incommensurabilis igitur est longitudine α η, ipsi η δ. Sed α η, ipsi quidẽ α ζ lõgitudine cõmẽsurabilis est: & δ η, ipsi ε η, incõmensurabilis igitur est α ζ ipsi ε η longitudine. Sicut autem α ζ, ad ε η, sic α ι ad ε λ, incommensurabile igitur est α ι, ipsi ε κ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi aũt ζ κ, æquũ auferatur ν ξ, circa eundem existens angulũ cũ μ λ. Circa igitur eundem dimetientẽ, sunt λ μ, & ν ξ, esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub α ζ, ζ η, æquum est ei quod ex ε η, est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η sic ε η ad ζ η. Sed sicut quidẽ α ζ ad ε η, sic est α ι ad ζ κ, sicut autẽ ε η ad ζ η, sic est ε κ, ad ζ λ, & sicut igitur α ι ad ε κ, ita ε κ ad ζ κ. Ipsorum igitur α ι, ζ κ, mediũ proportionale est ε κ, est autem (per lemma 53 decimi) ipsorũ λ μ, ν ξ, quadratorũ medium proportionale μ ν, & α ι, æquum est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ. Et ε κ igitur æquum est ipsi μ ν. Sed μ ν ipsi λ ξ, est æquale, & ε λ, ipsi δ θ æquum est (p 26 primi) & totũ igitur δ κ æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Est autẽ & α κ æquum ipsis λ μ, ν ξ, reliquũ igitur α β, æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipsa λ ν, ipsam α β, areolã potest. Dico iã quòd λ ν mediæ apotomæ est secunda. Quoniam enim ostẽsum est quòd α ι, ζ κ, media sunt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ igitur est (p correlariũ 23 decimi) & utrunq; ipsorũ quæ ex λ ο, ο ν, media igitur est utraq; ipsarum λ ο, ο ν. Et quoniã α ι ipsi ζ λ, cõmẽsurabile est, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, cõmẽsurabile est. Rursus quoniã ostẽsum est quod α ι, ipsi ε κ incõmẽsurabile est: incõmẽsurabile igitur est λ μ ipsi μ ν, hoc est quod ex λ ο, ei quod ex sub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incõmensurabilis est lõgitudine ipsi ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tãtũ cõmẽsurabiles. Dico iã q, & mediũ cõprehendũt. Quoniã patuit quòd ε λ, mediũ est, & ei est æquale quod sub λ ο, ο ν, medium igitur (p correlarium 23 decimi) est & quod sub λ ο, ο ν. Quare ipsæ λ ο, λ ν, mediæ sunt potentia tãtum cõmensurabiles medium cõprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi) & ipsam potest α β. Quæ igitur ipsam α β, areolam potest, mediæ apotomæ est secunda: quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 89.*



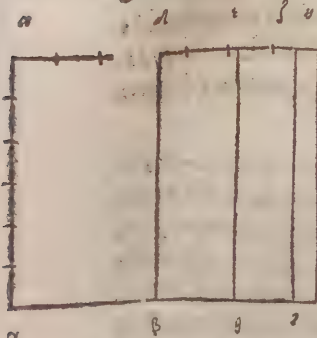
SI fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto cōtēta, linea super eam potens erit linea minor. 89

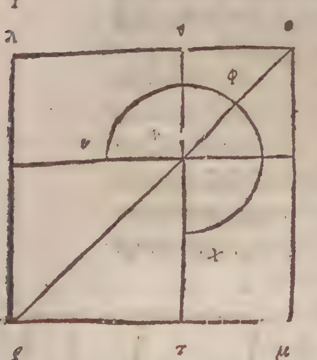
CAMPANVS. In hac quoq; non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propositū cōcludere, si præmissam non despicis, ex diffinitione residui quarti & secūda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 70.* *Propositio 94.*

Si areola cōprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolā potest, minor est. 94

THEON *ex Zamb. Areola nāq; $\alpha\beta$, cōprehendatur sub rationali $\alpha\gamma$, & quarta apotome $\alpha\delta$.* Dico *quòd quæ $\alpha\beta$ areolā potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi) ipsi $\alpha\delta$ congruens $\delta\eta$, ipsæ igitur $\alpha\eta$, $\eta\delta$, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & $\alpha\eta$, ipsi $\alpha\gamma$, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota $\alpha\eta$, ipsa $\delta\eta$ congruente maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) $\alpha\eta$ ipsa $\eta\delta$ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incōmensurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex $\delta\eta$, æquum ad ipsam $\alpha\eta$, comparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, in incōmensurabili (per 18 decimi) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur $\delta\eta$, bifariàm in ε, & ei quod ex $\varepsilon\eta$ (per 28 sexti) æquum ad ipsam $\alpha\eta$ cōparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub $\alpha\zeta$, $\zeta\eta$. Incommensurabilis igitur est longitudine $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\eta$. Excitentur igitur (per 31 primi) per $\varepsilon\zeta\eta$ signa paralleli ipsis $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, sintq; $\varepsilon\theta$, $\zeta\iota$, $\eta\kappa$. Quoniam igitur rationalis est $\alpha\eta$, & ipsi $\alpha\gamma$, longitudine cōmensurabilis, rationale igitur est totum $\alpha\kappa$. Rursus quoniam cōmensurabilis est $\delta\eta$ ipsi $\alpha\gamma$ longitudine, & utræq; sunt rationales, mediū igitur est $\delta\kappa$ (per 21 decimi) Rursus quoniā incōmensurabilis est $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\eta$ longitudine, incōmensurabile igitur est (per 9 decimi) & $\alpha\iota$ ipsi $\zeta\kappa$. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem $\alpha\iota$ æquum quadratū $\lambda\mu$, ipsi autem $\zeta\kappa$, æquum auferatur $\nu\xi$. ad eundem existens ipsi $\lambda\mu$, angulū qui sub $\lambda o \mu$, circa igitur eundem dimetientem sunt (per 26 sexti) ipsa $\lambda\mu$ $\nu\xi$ quadrata. Sit ipsorum dimetiens $o\varrho$, describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub $\alpha\zeta$, $\zeta\eta$, æquū est ei quod ex $\varepsilon\eta$, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut $\alpha\zeta$, ad $\varepsilon\eta$, sic $\varepsilon\eta$, ad $\zeta\eta$. Sed sicut quidem $\alpha\zeta$ ad $\varepsilon\eta$, sic $\alpha\iota$ ad $\varepsilon\kappa$, sicut autem (per 1 sexti) $\varepsilon\eta$ ad $\zeta\eta$, sic $\varepsilon\kappa$, ad $\zeta\kappa$. Ipsorum igitur $\alpha\iota$, $\zeta\kappa$, mediū proportionale est $\varepsilon\kappa$. Ipsorum autē $\lambda\mu$, $\nu\xi$, quadratorum (per lēma 53 decimi) medium proportionale est $\mu\nu$, & $\alpha\iota$, æquum est ipsi $\lambda\mu$, & $\zeta\kappa$, ipsi $\nu\xi$, & $\varepsilon\kappa$, igitur ipsi $\mu\nu$ est æquale. Sed ipsi quidē $\varepsilon\kappa$, æquum est $\delta\theta$, ipsi autem $\mu\nu$, æquum est $\lambda\xi$. Totū igitur $\delta\kappa$, æquum est ipsi $\upsilon\varphi\chi$, gnomoni, & ipsi $\nu\xi$. Quoniam igitur $\alpha\kappa$, totum æquum est ipsis $\lambda\mu$, $\nu\xi$, quadratis, quorū $\delta\kappa$, æquū est ipsi $\upsilon\varphi\chi$, gnomoni & ipsi $\nu\xi$ quadrato, reliquum igitur $\alpha\beta$ (per 2 cōmunē sententiā) æquum est ipsi $\sigma\tau$,*





hoc est ei quod ex $\lambda\nu$, quadrato. Igitur $\lambda\nu$, ipsam $\alpha\beta$, areolam potest. Dico quòd $\lambda\nu$ irrationalis est, appellata minor. Quoniam enim $\alpha\kappa$ rationale est, & eis est æquale quæ ex λo, $o\nu$, sunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λo, $o\nu$, rationale est (per diffinitionem) Rursus quoniam $\delta\kappa$ medium est, & $\delta\theta$, æquum est ei quod bis sub λo, $o\nu$, quod igitur bis sub λo, $o\nu$, medium est. Et quoniam patuit quod $\alpha\iota$, ipsi $\zeta\kappa$, est incommensurabile: incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λo, ei quod ex $o\nu$ quadrato. Ipsæ igitur λo, $o\nu$ (per 76 decimi(potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem earū quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis medium. Ipsa igitur $\lambda\nu$, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam $\alpha\beta$ potest. Quæ igitur ipsam $\alpha\beta$ areolam potest, minor est: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 90.*



SI fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies cōtēta, latus eius tetragonicū erit cū rationali componēs mediale. 90

CAMPANVS. Nitere præmissa argumentatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72. quod propositum est concludere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 71.* *Propositio 95.*

Si areola cōprehendatur sub rationale et quinta apotome, quę areolā potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. 95

THEON *ex Zāb. Areola etenim $\alpha\beta$, cōprehēdatur sub rationali $\alpha\gamma$, & quinta apotome $\alpha\delta$.* Dico *quòd*

quæ

quæ ipsam areolã αβ, poteſt, eſt quæ cũ rationali mediũ totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipſi αδ congruens δκ, ipſæ igitur ακ, κδ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tantũ cõmẽſurabiles, & congruens κδ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi αγ, expoſitæ rationali. Et tota ακ congruens δκ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δκ, æquum ad ipſam ακ (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommẽſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi, δκ, bifariàm in ε ſigno, & ei quod ex εκ (per 18 decimi) æquũ ad ακ cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub αζ, ζκ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 & 34 decimi) αζ, ipſi ζκ longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per εζκ, ſigna ipſi αγ paralleli εθ, ζι, κλ. Et quoniã ακ ipſi κγ longitudine eſt incõmẽſurabilis, & utræq; ſunt rationales, medium igitur eſt ακ. Rurſus quoniam δκ eſt rationalis et ipſi αγ longitudine cõmenſurabilis, rationale igitur eſt δκ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidẽ αι æquũ quadratũ λμ, ipſi autẽ ζλ, æquum quadratum auferatur νξ. Ad eundẽ angulum qui ſub λομ ſunt ipſa λμ, & νξ, ad eandem igitur diametrum ſunt λμ, νξ quadrata. Sit (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ορ deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quòd λν, poteſt ipſam αβ areolam, dico quòd ipſa λν, eſt quæ cum rationali medium totũ conficit. Quoniã enim oſtẽſum quod ακ mediũ eſt, et ei ſunt æqua quæ ex λο, ον, conflatum, igitur ex eis quæ ex λο, ολ, medium eſt (per correlariũ 23 decimi) Rurſus quoniam δκ rationale eſt, & ei eſt æquum quod bis ſub λο, ον, & quod bis igitur ſub λο, ον, rationale eſt. Et quoniã incommenſurabile eſt αι ipſi ζλ, incommenſurabile igitur eſt quod ex λο, ei quod ex ογ. Ipſæ igitur λο, ον, potentia incommenſurabiles efficientes conflatum ex ipſarum quadratus medium, quod autem bis ſub ipſis rationales, reliqua igitur λγ (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cũ rationali medium totã efficiens. Et ipſam αβ, areolam poteſt, quæ igitur ipſam αβ, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totũ efficit: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 91.

91 SI linea ratiõali reſiduoq; ſexto ſuperficies cõtineatur, latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt cum mediali conſtituẽs, totũ mediale eſſe comprobatur.

CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicitur præmiſſo modo ſatage concludere ex diffinitione reſidui ſexti, & ſecũda parte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuũ nihil offendere poterit, ſi primã earũ et perfecte didiceris et memoriter tenueris, et quid quoque ſupponet ſoleriter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit, ad ſuum æquale in ſuperficie a d tibi recurrendum erit, & patebunt tuo ingenio.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 62.* *Propoſitio 96.*

96 Si areola cõprehẽdatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolã poteſt, eſt quæ cum medio mediũ totum efficit.

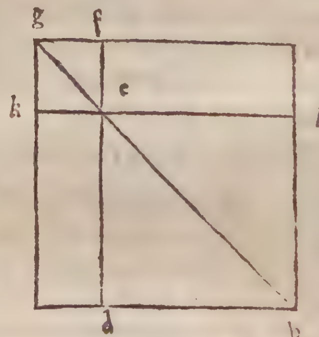
THEON ex Zamb. *Areola nanq; αβ comprehendatur ſub rationali αγ & apotome ſexta αδ. Dico quòd quæ αβ areolã poteſt, eſt quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi αδ cõgruens δκ, ipſæ igitur ακ, κδ (per 90 decimi) rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles. Et neutra ipſarum ακ, κδ (per 3 diffinitiones) cõmenſurabilis eſt ipſi αγ expoſitæ rationali longitudine, & tota ακ ipſa δκ congrente maius poteſt eo quod ex longitudine incõmenſurabili. Quoniam igitur ακ ipſa κδ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incõmẽſurabili, ſi igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δκ, æquũ ad ipſam ακ cõparetur forma deficiens quadrata in incõmenſurabilia ipſam (p 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (p 10 primi)*

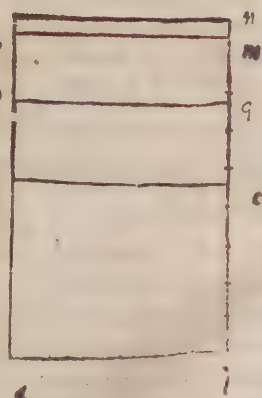
α κ, bifariàm in signo ι, & ei quod ex ι κ (per 28 sexti) æquũ ad ipsam α κ, comparetur forma deficiens quadrata, sitq́; quod sub α ζ, ζ κ. Incommensurabilis igitur est (per 18 decimi) α ζ, ipsi ζ κ, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ κ, sic α ι ad ζ κ, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) α ι ipsi ζ κ. Et quoniã ipsæ α κ, γ δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, medium est α λ. Et quoniam ipsæ α γ, δ κ, rationales sunt longitudine incõmensurabiles, mediũ est & δ κ (per 21 decimi) Quoniam igitur ipsæ α ν, κ δ, potẽtia tantũ sunt commensurabiles, igitur α ν, ipsi δ ν longitudine est incõmensurabilis. Sicut autem α κ ad ν δ sic est α κ ad κ δ sic est α κ, ad δ κ, incommensurabile igitur est α κ, ipsi κ δ. Cõstituatur igitur (per 14 secundi) ipsi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ κ, æquũ auferatur ν ξ, ad eundẽ angulũ ipsi λ μ, circa eũdẽ dimetientẽ igitur (p 20 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata esto ipsorũ dimetiẽs ο ς, describaturq́; figura. Similiter iã ex præcedẽtibus ostẽdemus, q̃ λ ν, potest ipsam α β areolã. Dico q̃ ipsa λ ν est quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Quoniã nãq; patuit quod α κ mediũ est & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν: cõflatũ igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, mediũ est (p correlariũ 23 decimi) Rursus quoniã patuit qd' δ κ mediũ est, et ei æquale qd' bis sub λ ο, ο ν, & qd' igitur bis sub λ ο, ο ν, mediũ est. Et quoniã patuit qd' α κ, ipsi δ λ est incõmẽsurabile, incõmẽsurabilia igitur sunt et quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniã α ι, ipsi ζ κ, est incõmẽsurabile, incõmensurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ο, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 92.*


SI ad lineã rationalẽ superficies ęqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est. 92

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, sunt cõuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hęc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam rationalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundũ quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuũ, sitq́; ei adiuncta e f, eritq́; ex 68 utraq; duarum linearũ d f & f e, rationalis in potẽtia, & una earũ incõmẽsurabilis alij. Describatur ergo quadratũ lineę f e, quod sit e g, & quadratũ d e quæ posita est esse residuũ, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq́; quadratum g h, tanquam quadratũ lineæ d f, et quadratũ e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrunq; quadratorũ g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineã a b, ęqualis quadrato g h, eritq́; ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n est rationalis, in longitudine, superficies uero p n sit ęqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rationalis, & per 16 linea m n rationalis in longitudine, itaq; tota linea b n est ratiõalis per 9. Diuidatur autẽ c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq́; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestũ uerò est quod cũ tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarũ linearũ d f & f e, & superficies a c sit ęqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secundi superficies residua ex a n quæ est c s æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cũq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiõalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq́; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq́; sit q n dimidium lineæ n c, et linea b n diuisa per pũctum m in duo cõmunicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 13 quod linea b n sit potẽtior linea n c in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine.





Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantũ per 20, ideoq́; etiã duplũ eius quod est linea n c est rationalis tantũ in potentia, quia ergo b n est rationalis in lõgitudine cõmunicantis lineæ a b positæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ sibi incommunicantis in longitudine, sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum: quod est propositum.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 73.* *Propositio 97.*

97 Quod ex apotome ad rationalē comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. *Sit apotome αϐ, rationalis autē sit γδ, & ei quod ex αβ, æquū ad ipsam γδ, cōparetur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico q, γζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi αϐ congruens βν, ipsæ igitur αν, νβ (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Et ei quidem quod ex αν (per 44 primi) æquū, ad ipsam γδ, cōparetur γθ, ei autē quod ex ϐν, comparetur κλ. Totū igitur γλ, æquū est eis quæ ex αν, νβ, quorū γε æquū est ei quod ex αϐ, reliquū igitur ζλ, æquū est ei quod bis sub αν, νβ. Secetur (per 10 primi) ζμ bifariā in signo ν, et excitetur (per 31 primi) per ν ipsi γδ parallelus νξ. Vtrūq; igitur ipsorū, ζξ, λν, æquum est ei quod sub αν, νβ. Et quoniā quæ ex αν, νϐ, rationalia sunt, & eis quæ ex αν, νβ, æquū est δμ, rationale igitur est (per diffinitionē decimi) δμ. Et ad rationalē apponitur γδ, latitudinem efficiens γμ, rationalis igitur est γμ (per 20 decimi) & ipsi γδ longitudine cōmensurabilis. Rursus quoniā quod bis sub αν, νβ, medium est (per 21 decimi) & ei quod bis sub αν, νβ, æquum est ζλ mediū igitur est ζλ. Et ad ipsam γδ rationalem apponitur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est ζμ, & ipsi γδ longitudine incōmensurabilis. Et quoniam quæ ex αν, νβ, rationalia sunt, quod autē bis sub αν, νϐ, medium est, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex αν, νϐ, ei quod bis sub αν, νβ. Et eis quidem quæ ex αν νβ, æquum est γλ, ei autē quod bis sub αν, νβ, æquum est ζλ, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) δμ ipsi ζλ. Sicut autē (per 1 sexti) δμ, ad ζλ, sic est γμ, ad ζμ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) γμ ipsi ζμ, lōgitudine. Et utraq; sunt rationales, igitur γμ, μζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantū commensurabiles. Igitur γζ apotome est. Dico insuper q, & prima. Quoniam nēpe eorū quæ ex αν, νβ, medium proportionale est quod sub αν, νβ, & quod ex αν, æquum est ipsi γθ, ipsi autem quod sub αν, νβ, est νλ, ei autem quod ex βν, æquū est κλ, & ipsorum igitur γθ, κλ, medium proportionale est νλ. Est igitur (per 1 sexti) sicut γθ ad νλ, sic est νλ, ad κλ. Sed sicut quidē γθ ad νλ, sic est γκ ad νμ, sicut autē νλ ad κλ, sic est νμ ad κμ, & sicut igitur (per 11 quinti) γκ ad νμ, sic νμ, ad κμ. Quod igitur sub γκ, κμ (per 17 decimi) æquum est ei quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex αν, ei quod ex νϐ est incommensurabile, commensurabile est γθ ipsi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, sic γκ, ad κμ, commensurabilis est igitur (per 11 decimi) γκ ipsi κμ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ æquū ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γκ, κμ, & γκ ipsi κμ commensurabilis est, ipsa igitur μγ, ipsa μζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabilis. Et γμ, cōmensurabilis est ipsi γδ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γζ (per 85 decimi) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primā apotomē: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 93.*

93 
Vm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineā rationalē, alterū latus eius erit residuum secundum.

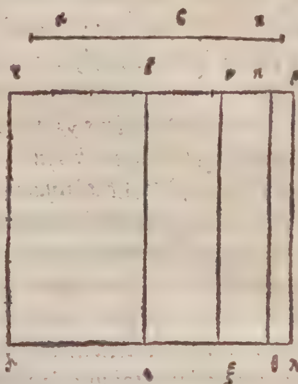
CAMP. Hic erit linea d e residuū mediale primū, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionē d e fuerat residuū mediale primū. Dico quod b c erit residuū secundū. Quod nescire nō poteris, si demonstrationi præmissæ (quousq; eam solido amplectaris habitu) institeris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis: de quo si dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 74.* *Propositio 98.*

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatū latitudinem, secundam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotomæ prima αϐ, rationalis autē esto γδ, & ei quod ex αϐ (p 44 primi) æquum ad ipsam γδ, apponatur γε, latitudinē efficiens γζ. Dico q, γζ apotome est secunda, esto nanq; ipsi αβ congruens ϐν, ipsæ igitur αν, νβ, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex αν æquum ad ipsam γδ comparetur (per 44 primi) γθ, latitudinē efficiens γκ, ei autem quod ex νϐ, æquum ad ipsam κθ comparetur κλ latitudinē efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquū est eis quæ ex αν, νβ, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ rationalem comparatur, latitudinē efficiens γμ, rationalis igitur est & γμ, & ipsi γδ in longitudine incōmensurabilis (per 22 decimi) Et quoniam γλ æquū est eis quæ ex αν, νϐ quadratis, quorū quod ex αβ, æquum est ipsi γε, reliquum igitur quod bis sub α*

κν, νβ, æquũ est ipsi ζλ. Rationale autē est quod bis sub ακ, κβ, cōprehenditur: rationale igitur et ζλ. Et ad ζε rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 20 decimi) & ζμ, & ipsi γδ lōgitudine cōmensurabilis. Quoniam igitur quæ ex ακ, κβ, hoc est ipsum γλ, medium est, quod autem bis sub ακ, κβ, hoc est ipsum ζλ rationale, incommēsurabile igitur est (per 9 decimi) γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ, ad ζλ sic est γμ, ad ζμ, incommensurabilis igitur γμ, ipsi ζμ lōgitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potentia tātū cōmensurabiles, ipsa igitur γζ, apotome est (per 73 decimi) Dico etiā q. & secūda. Secetur nāq; (per 10 primi) ζμ bifariàm in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipsi γδ, parellelus νξ, utrunq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquū est ei quod sub ακ, κβ. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipsorum quæ ex ακ, κβ, quadratorum medium proportionale est quod sub ακ, κβ, & quod ex ακ, æquū est ipsi γθ, quod verò sub ακ, κβ, ipsi νλ qd' autē ex βκ ipsi κλ, & ipsorū igitur γθ, κλ, medium proportionale est νλ (per idem lēma) Est igitur sicut γθ ad νλ, sic νλ, ad κλ, sed sicut quidē γθ ad νλ, sic est γκ ad νμ, sicut aūt νλ ad κλ, sic est νμ ad μκ. Sicut igitur (p 11 quinti) γκ ad νμ, sic est νμ, ad κμ. Igitur quod sub γκ, κμ (per 17 decimi) ei est æquum quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniā quod ex ακ, cōmensurabile est ei quod ex βκ, cōmensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γθ ipsi κλ, hoc est γκ, ipsi κμ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, & μζ, quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) æquum ad maiorē γμ apponitur deficiens forma quadrata, quod scilicet sub γκ, κμ, & ipsam in commensurabilia dispescit, ipsa igitur γμ ipsa μζ (per eandem) maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Et congruens ζμ (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γδ expositæ rationali. Ipsa igitur γζ, apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, secundam efficit apotomen: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 94.



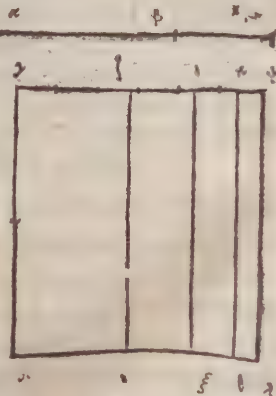
SI superficies æqualis quadrato residui medialis secūdi applicata fuerit ad lineam rationalē, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet. 94

CAMPANVS, Hic etiam erit d e residuū mediale secundū, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primæ demonstrationi insistas: & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propositio 99.

Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cōparatum latitudinem tertiam apotomen conficit. 99

THEON ex Zamb. *Esto mediæ apotomæ secunda αβ, rationalis autem esto γδ, & ei quod ex αβ (p 44 primi) æquum ad ipsam γδ apponatur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico q. γζ est apotome tertia. Sit nāq; αβ, congruens βν, ipsæ igitur αν, νβ (per 81 decimi) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium cōprehendentes. Et ei quidem quod ex αν (per 44 primi) æquum ad ipsam γδ, comparetur γθ, latitudinem efficiens γκ, ei autē quod ex βν (per eandem) æquum ad ipsam κθ comparetur κλ, latitudinem efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquū est eis quæ ex αν, νβ. Et ea quæ ex αν, νβ, media sunt, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ apponitur, latitudinem efficiens γμ. Rationalis igitur est γμ, & ipsi γδ longitudine incommensurabilis. Et quoniā totū γλ, æquum est eis quæ ex αν, νβ, quorū γε æquum est ei quod ex αβ, reliquum igitur λζ (per 7 secundi) æquū est ei quod bis sub αν, νβ. Secetur igitur (per 10 primi) ζμ, bifariàm in ν, signo & ipsi γδ (p 31 primi) parallelus excitetur νξ, utrunq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquū est ei quod sub αν, νβ. Medium autem est quod sub αν, νβ, medium igitur est & λζ. Et ad ipsam ες rationalem cōparetur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ, et ipsi γδ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ αν, νβ, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) αν, ipsi νβ longitudine. Incōmensurabile igitur est & quod ex αν, ei quod sub αν, νβ. Sed ei quidē quod ex αν, cōmēsurabilia sunt quæ ex αν, νβ, ei autem quod sub αν, νβ, cōmensurabile est quod bis sub αν, νβ. Incōmensurabilia igitur sunt quæ ex αν, νβ, ei quod bis sub αν, νβ. Sed eis quidē quæ ex αν, νβ, æquū est γλ ei autē quod bis sub αν, νβ, æquū est ζλ. Incōmensurabile igitur est γλ, ipsi ζλ. Sicut autē γλ ad ζλ, sic est*



(per 1

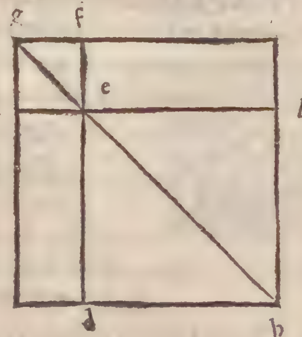
(per 1 sexti, & 11 decimi) $\gamma\mu$ ad $\zeta\mu$, incommensurabilis igitur est $\gamma\mu$, ipsi $\zeta\mu$ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur $\gamma\mu$, $\mu\zeta$, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Apotome igitur est $\gamma\zeta$. Dico q, & tertia. Quoniam enim quod ex $\alpha\kappa$ commensurabile est ei quod ex $\beta\nu$, commensurabile igitur est $\gamma\theta$ ipsi $\kappa\lambda$, quare & $\gamma\kappa$, ipsi $\kappa\mu$. Et quoniam eorum quæ ex $\alpha\nu$, $\nu\theta$ (per lemma 53 decimi) mediũ proportionale est quod sub $\alpha\kappa$, $\nu\beta$, & ei quidẽ quod ex $\alpha\nu$ æquũ est $\gamma\theta$, ei autem quod ex $\kappa\beta$ æquũ est $\kappa\lambda$ ei: autẽ quod sub $\alpha\nu$, $\nu\beta$, æquum est $\gamma\lambda$, & ipsorum $\gamma\theta$, $\kappa\lambda$, igitur (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est $\gamma\lambda$. Est igitur sicut $\gamma\theta$ ad $\nu\lambda$, sic est $\nu\lambda$ ad $\kappa\lambda$. Sed sicut $\gamma\theta$ ad $\nu\lambda$, sic (per 1 sexti) est $\gamma\kappa$ ad $\nu\mu$, sicut autem $\nu\lambda$, ad $\kappa\lambda$, sic est $\nu\mu$, ad $\kappa\mu$. Sicut igitur $\gamma\kappa$, ad $\nu\mu$, sic est $\nu\mu$ ad $\kappa\mu$: quod igitur sub $\alpha\kappa$, $\kappa\mu$, æquũ est ei quod ex $\mu\nu$ hoc est quartæ parti eius quod ex $\zeta\mu$. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt $\gamma\mu$, $\mu\zeta$, & quartæ parti eius quod ex $\zeta\mu$ (per 17 decimi) æquũ ad ipsam $\gamma\mu$ apponitur forma deficiens quadrata, & incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur $\gamma\mu$ ipsa $\mu\zeta$ maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili. Et ipsarũ $\gamma\mu$, $\mu\zeta$, neutra cõmensurabilis est longitudine ipsi $\gamma\delta$ expositæ rationali. Ipsa igitur $\gamma\zeta$ (per 95 decimi) apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem, efficit tertiã apotomen: quod erat ostendendum.

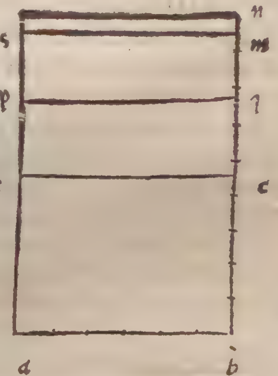
Euclid. ex Camp. Propositio 95.

95 

CVm adiuncta fuerit lineę rationali superficies ęqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum, erit residuũ quartum.

CAMP. Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 quòd b c erit residuũ quartum. Est autẽ sumendum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum pręmisso modo, excepto quòd in hac & duabus sequentibus necesse est lineã b n diuidi ad punctum m in duo incommẽsurabilia, quæ in trib⁹ præmissis diuidebatur necessariò duo cõmensurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicãtes in potentia tantũ, & ideo earũ quadrata cõmunicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicãtes, quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n, ideoq́ fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineę secum communicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autẽ & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmensurabiles, propter quod & duæ lineę b m & m n incõmẽsurabiles: ideoq́ per primã partẽ 14 tã in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineã b n esse potentiorẽ linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.

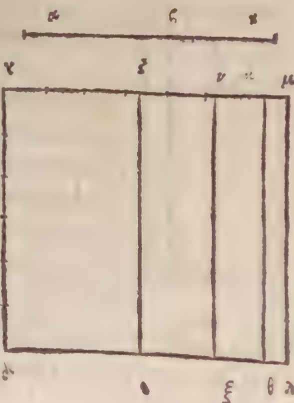




Euclid. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

100 Quod ex minori ad rationalem comparatũ latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor $\alpha\beta$, rationalis autẽ esto $\gamma\delta$, & ei qd' ex $\alpha\beta$ (per 44 primi) æquum ad ipsam $\gamma\delta$ cõparetur $\gamma\epsilon$, latitudinẽ efficiens $\gamma\zeta$. Dico q, $\gamma\zeta$ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi $\alpha\beta$, cõgruens $\beta\kappa$. Ipsæ igitur $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$ (per 80 decimi) potentia sunt incõmẽsurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex ijs quæ ex $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, quadrata rationale, qd' autẽ bis sub $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, mediũ. Et ei quidẽ quod ex $\alpha\kappa$ (per 28 sexti) æquũ ad ipsam $\gamma\delta$ cõparetur $\gamma\theta$, latitudinẽ efficiẽs $\gamma\kappa$, ei autẽ quod ex $\beta\kappa$ æquũ ad ipsam $\kappa\theta$ cõparetur $\kappa\lambda$ latitudinẽ efficiẽs $\kappa\mu$. Totũ igitur $\gamma\lambda$, æquũ est eis quod ex $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, & conflatũ ex ijs quæ ex $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, rationale est: rationale igitur est & $\gamma\lambda$, & ad rationalẽ $\gamma\delta$ comparatur, latitudinem efficiens $\gamma\mu$, rationalis igitur est (per 20 decimi) $\gamma\mu$, & ipsi $\gamma\delta$ longitudine commensurabilis. Et quoniã totum $\gamma\lambda$ æquum est eis quæ ex $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, quorum $\gamma\epsilon$, æquum est ei quod ex $\alpha\beta$, reliquũ igitur $\zeta\lambda$ (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$. Secetur (per 10 primi) $\zeta\mu$, bifariàm in ν signo. Exciteturq; (per 31 primi) per ν signum, utriq; ipsarũ $\gamma\delta$, $\mu\lambda$, parallelus $\nu\xi$: utrunq; igitur ipsorũ $\zeta\xi$, $\nu\lambda$, æquũ est ei quod sub $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$. Et quoniam quod bis sub $\alpha\kappa$, $\kappa\beta$, medium est & ipsi $\zeta\lambda$ æquale: medium igitur est &



ζλ. Et ad ipsam ζε rationalẽ comparetur: latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est ζμ, & ipsi γδ, longitudine incõmensurabilis. Et quoniã conflatũ quidem ex ijs quæ ex αν, νβ, rationale est, quod aũt bis sub αν νβ, mediũ: incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αν, νβ, ei quod bis sub αν, νβ. At γλ, æquum est eis quæ ex ακ, κβ, ei autẽ quod bis sub ακ, κβ, æquũ est ζλ. Incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi) γλ, ipsi ζλ. Sicut autẽ γλ, ad ζλ (p 1 sexti & 11 decimi) sic est γμ, ad μζ. Incõmensurabilis igitur est γμ, ipsi ζμ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γζ. Dico q, & quarta. Quoniã enim ipsæ ακ, κβ, potentia sunt incõmensurabiles, incõmensurabile est igitur & quod ex ακ, ei quod ex κβ. Et ei quidẽ quod ex ακ, æquũ est γθ, ei autem quod ex κβ, æquũ est & κλ. Incõmensurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autẽ γθ ad κλ, sic est γκ ad κμ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γκ ipsi κμ longitudine. Et quoniã ipsorum quæ ex ακ, κβ, mediũ proportionale est (per lẽma 53 decimi) quod sub ακ, κβ, & id quod ex ακ, æquũ est ipsi γθ, quod autẽ ex κβ, æquum est ipsi κλ, quod uerò sub ακ, κβ, æquũ est ipsi νλ, ipsorũ igitur γθ, κλ, mediũ proportionale est (per idẽ lẽma νλ) Est igitur sicut γθ ad νλ, sic est νλ ad κλ. Sed sicut quidẽ γθ ad νλ, sic (per 1 sexti) est γκ ad κμ, sicut autẽ νλ ad κλ, sic est νμ ad κμ, & sicut igitur (p 11 qnti) γκ ad μν, sic est μν ad κμ. Quod igitur sub γκ, κμ, æquũ est ei quod ex μν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ & μζ, & quartæ parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) ad ipsam γμ, apponitur forma deficiẽs quadrata, qđ scilicet sub γκ, κμ, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γμ, ipsa μζ, maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota γμ, ipsi γδ, expositæ rationali cõmẽsurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur γζ apotome est quarta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalẽ igitur cõparatũ latitudinẽ, quartã efficit apotomẽ: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 96.



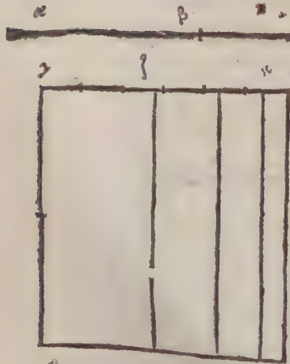
I ad lineã rõnalẽ quadrato lineę cũ rõnali cõstituẽtis mediale 96
ęqualis supficies adiũgat̃, latus eius secũdũ, erit residuũ qntũ

Camp. Pone similiter hic lineã d e esse illam quæ iũcta cũ rationali cõponat totũ mediale, & attẽde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cõcludes sine offendiculo, si prius habitæ demonstrationi oportune institeris, lineam b c esse residuum quintum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 77. Propositio 101.

Quod ex ea quæ cũ rationali medium totũ efficit, ad rationalẽ comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen. 101

THEON ex Zãb. Sit cũ rationali mediũ totũ efficiẽs αβ, rationalis autẽ esto γδ, & ei quod ex αβ (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ, cõparetur γε, latitudinẽ efficiẽs γζ. Dico q, ζγ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi αβ, cõgruẽs βκ. Ipsæ igitur ακ, κβ, rectæ lineæ potentia tãtũ, sunt incõmẽsurabiles, efficiẽtes conflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis medium, quod autẽ bis sub ipsis rationale. Et ei quidẽ qđ ex ακ (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ comparetur γθ, ei autẽ quod ex κβ, æquũ esto κλ. Totũ igitur γλ æquũ est eis quæ ex ακ, κβ. Quod autẽ conflatũ ex ijs quæ ex ακ, κβ, simul mediũ est, mediũ igitur est (per 22 decimi γλ) Et ad ipsam rationalẽ γδ, apponitur, latitudinẽ efficiens γμ, rationalis igitur est γμ, & ipsi γδ, incõmensurabilis. Et quoniã totũ γλ, æquũ est ijs quæ ex ακ, κβ, quorũ γε, æquũ est ei quod ex αβ, reliquũ igitur ζλ, æquũ est ei quod bis sub ακ, κβ. Secetur inquã (per 10 primi) ζμ, bifariam in ν, excitetur q; per ν (per 31 primi) utriq; ipsarum γδ, μλ, parallelus νξ. Vtrũq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquum est ei quod sub ακ, κβ. Et quoniã quod bis sub ακ, κβ, rationale est & ipsi ζλ est æquale, ratiõale igitur est ζλ. Et ad rationalẽ εζ, cõparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζμ, & ipsi γδ lõgitudine commensurabilis. Et quoniã γλ quidem medium est, at ζλ rationale, igitur γλ ipsi ζλ est incommensurabile. Sicut autem γλ ad ζλ, sic γμ, ad μζ, incommensurabilis igitur est γμ, ipsi μζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γζ, apotome est. Dico q, & quinta. Similiter nãq; ostendemus quòd sub γκ, κμ, æquum est ei quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniã quod ex ακ ei quod ex κβ est incommensurabile, quod uerò ex ακ æquum est ipsi γθ, quod autem ex κβ ipsi κλ, incõmẽnsurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, sic est γκ, ad κμ. Igitur γκ, ipsi κμ longitudine est incõmensurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (p 17 decimi) æquum ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur (p 85 decimi) γμ, ipsa μζ, maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incõmensurabili. Et cõgruens ζμ, ipsi γδ rationali expositæ est cõmensurabilis. Igitur γζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ sequuntur: quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 97.





I ad lineã rationalẽ superficies æqualis quadrato lineæ cũ mediali compo- 97
nẽtis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineã d e esse illã, quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale, cui adiũcta linea e f (quę uidelicet sit illa per cuius abscisionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris, priorẽq; argumentationẽ firma mẽte tenueris, sine obice quoquã lineam b c esse residuum sextum cõcludere poteris. Si autem fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualẽ superficiẽ a n conferendum erit: & sic patebit propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 78.* *Propositio 101.*

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalẽ comparatum latitudinem, efficit sextam apotomen.

THEON *ex Zãb. Sit cũ medio medium totũ efficiẽs α β, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiens γ ζ. Dico q, γ ζ sexta est apotome. Sit inquã (per 84 decimi) ipsi α β congruens β η, ipsæ igitur α η, η β, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α η, η β medium, insuper incommẽsurabilia quæ ex α η, η β, ei quod bis sub α η, η β. Comparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidem quod ex α η, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex β η, sit κ λ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalẽ γ δ, cõparatur, latitudinẽ efficiens γ μ: rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ lõgitudine incõmensurabilis. Quoniã igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α η, η β, quorũ γ ε æquum est ei quod ex α β, reliquũ igitur ζ λ æquũ est ei quod bis sub α η, η β. Et quod bis sub α η, η β, medium est et ζ λ igitur medium est. Et ad ipsam ζ ε, cõparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniã quæ ex α η, η β, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α η, η β, & eis quidem quæ ex α η, η β, æquum est γ λ, ei uerò quod bis sub α η, η β, æquũ est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autẽ γ λ ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ μ ipsi μ ζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi) Dico q, & sexta. Quoniã ζ λ, æquum est ei quod bis sub α η, η β, secetur (per 10 primi) in ν ipsã ζ μ, bifariàm, excitetur q; (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod bis sub α η, η β. Et quoniã ipsæ α η, η β, potẽtia sunt incommensurabiles, incommẽsurabile igitur est quod ex α η, ei quod ex η β. Sed ei quidẽ quod ex α η, æquum est γ θ, ei autem quod ex η β æquum est κ λ: incõmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ: incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ κ, ipsi κ μ. Et quoniã eorũ quæ ex α η, η β, medium proportionale est (per lẽma 53 decimi) quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex η β, æquũ est κ λ, ei uerò quod sub α η, η β, æquũ est ν λ, ipsorum igitur γ θ, κ λ, medium est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest, eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsarũ neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est cõmensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 98.*



98 Mnis linea residuo cõmensurabilis, ipsa quoq; in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS. Quod 60 & quatuor eã sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; proposuerũt, hæc 98 & quatuor eã sequẽtes de residuo suisq; quinq; comitibus uerũ esse proponũt, quibus qui usq; ad solitũ habitũ institerit, has ignorare nõ poterit. Quidquid autẽ in illis de cõmunicãtia in lõgitudine & potẽtia tãtũ dictũ est, in his quoq; idẽ oportet intelligi, nã omnis linea residuo cõmunicãs in longitudine, siue in potentia tantũ, ipsa etiã est residuũ. Sed si cõmunicat in lõgitudine, non solũ est ipsa residuũ, sed etiã eiusdẽ speciei residuũ, uerbi gratia, linea cõmunicãs in lõgitudine residuo primo, est residuũ primũ, & secundo communicans est secundũ, sic quoq; in cæteris. Quod autẽ linea communicat residuo in potẽtia tantũ, ipsam quoq; necesse est esse residuũ, sed non eiudẽ speciei: immo impossibile est, ut linea communicãs in potẽtia tãtũ residuo primo aut secũdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cũ eo sub eadẽ specie, sed necesse est ut ambo cadãt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exẽpli gratia, a residuum: cui

communicet b in longitudine, dico quòd b erit residuũ eiusdem speciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & c illa sit per cuius abscisionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quam sic se habeat b sicut a ad c, sitq́ꝫ composita ex a & c e: cõposita uero ex b & d, sit f, eritq́ꝫ ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaqꝫ a communicet cum b, erit per 10 c communicans cum d, et e communicans cum f. Et quia etiam est necessariò ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 12 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineæ rationali, est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erunt rationales in longitudine, uel ambę in potentia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuũ eiusdem speciei cum a. Si autem b cõmunicat in potentia tantùm cum a, ipsa quoqꝫ erit residuũ, non tamen eiusdẽ speciei necessariò, sed quemadmodũ dictum est, cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Euclid. ex Zamb. Theorema 79. Propositio 103.

Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem. 103

THEON ex Zãb. *Sit apotome αβ, & ipsi αβ, lõgitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quòd et γδ apotome est, & in ordine eadẽ. Quoniã enim αβ apotome est, sit ei cõgruẽs (per 79 decimi) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandẽ) rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, ratione eadẽ fiat ratio ipsius βε, ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ, ad γδ. Commensurabilis autẽ est αβ, ipsi γδ lõgitudine, cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & αε, ipsi γζ, & βε ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiã q in ordine eadẽ ipsi αβ. Quoniã est sicut αε, ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et siquidem cõmensurabilis est αβ ipsi expositæ rationali longitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoqꝫ, si uerò βε, & δζ etiam, si autem neutra ipsarum αε, εβ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uerò αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incõmensurabili. Et ipsi αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine, & γζ, (per 13 decimi) si autem βε, & δζ etiam, si uero neutra ipsarum αε, εβ, neutra etiam ipsarũ γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ, in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat ostendendum.*

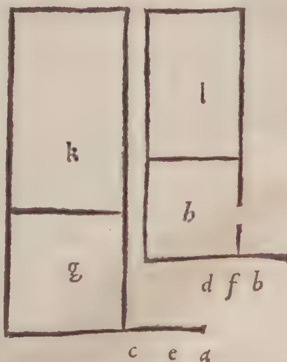
α β ε
γ δ ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 99.



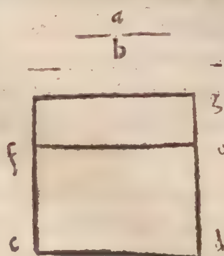
Mnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & in ordine residuum mediale. 99

CAMPANVS. Verum est quod dicitur, siue communicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuũ mediale, cui b communicet in longitudine uel potentia. Dico quòd b est etiam residuũ mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & sit c per cuius abscisionem a fuit residuum mediale. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, sitq́ꝫ b ad d, sicut a ad c, totaq́ꝫ composita ex a & c, sit e: & ex b, d, sit f. Describãtur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h, & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ e & c mediales potentia tantũ communicantes ex 69 & 70, sequitur ex 21 ut f & d eis cõmunicãtes sint etiam mediales potentia tantũ cõmunicantes. Constat autem ex prima sexti, quòd sit K ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit K ad g sicut l ad h. Et permutatim K ad l, sicut g ad h. Cũ ergo g communicet cum h, sequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiam per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam est residuum mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq́ꝫ b per 70 residuũ mediale secundũ: quare cõstat propositũ.



IDEM

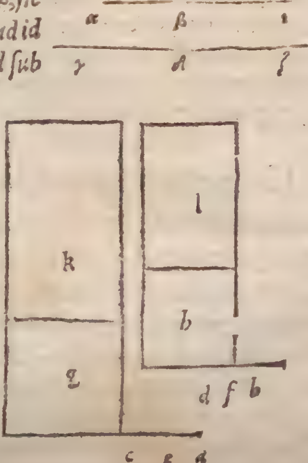
IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrumlibet residuũ mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiũcta ad lineam rationalem c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq́ ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodũ & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq́ per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt cõmunicãtes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secundum, linea e g est etiam residuum secundum, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaq́ ex 87 & 88 ut b sit residuum mediale primum aut secundum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



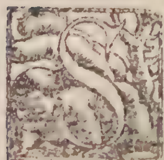
Euclid. ex Zamb. *Theorema 80.* *Propositio 104.*

104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotomæ est, & in ordine eadem.

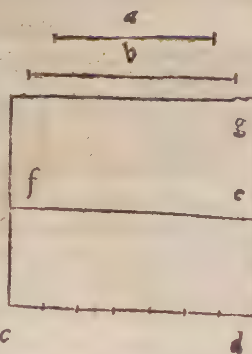
THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotomæ αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Dico q; & γδ mediæ apotomæ est, & in ordine eadem ipsi αβ. Quoniã enim mediæ apotomæ est αβ, esto ei congruens (per 80 decimi) ipsa βε, ipsæ igitur αε, εβ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, fiatq́; (per 12 sexti) sicut αβ, ad γδ, sic βε, ad δζ: cõmensurabilis igitur est (per 6 decimi) & αε, ipsi γζ, & βε, ipsi δζ. Ipsæ autẽ αε, εβ, mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles. Ipsæ igitur γζ, ζδ, mediæ sunt in potentia tantũ cõmensurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi) γδ. Ostendendũ est quòd & in ordine eadẽ est ipsi αβ. Quoniã enim est sicut αε ad εβ, sic γζ, ad ζδ sed sicut quidẽ αε, ad εβ, sic quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sicut autem γζ, ad ζδ, sic quod ex γζ, ad id quod sub γζ, ζδ, est igitur (per 11 quinti) & sicut quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ, ad id quod sub γζ, ζδ. Et uicißim (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex ζγ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Cõmensurabile autẽ est quod ex αε, ei quod ex γζ cõmensurabile igitur est & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si quidẽ igitur quod sub αε, εβ, rationale est, rationale est & quod sub γζ, ζδ. Si autem medium est quod sub αε, εβ, mediũ est & quod sub γζ, ζδ, mediæ igitur apotomæ est γδ, & ipsi αβ, in ordine eadem: quod erat ostendendum.*



Eucl. ex Camp. *Propositio 100.*

100 
SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq́ erit linea minor.

CAMPANVS. Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam, siue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modũ, quòd cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 18 sexti quadratum f ad quadratum d, sicut quadratũ e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarũ linearũ f & d ad quadratum d, sicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c, sicut quadratũ d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq́ sit superficies K medialis, erit etiam l sibi communicans medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per 95 linea d e residuũ quartũ, ideoq́ per 98 & linea e g erit etiam residuum quartum, ideoq́ etiam per 89 linea b est linea minor.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 81.* *Propositio 105.*

105 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zãb. *Sit minor αβ, & ipsi αβ, cõmẽsurabilis esto γδ. Dico q; γδ, minor est. Fiat in quã supradicta. Et quoniã ipsæ αε, εβ, potentia sunt incommensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles*

surabiles. Quoniã igitur est sicut αε, ad εβ, sic est γζ ad ζδ, est igitur (per 22 sexti) & sicut quod ex αε ad id quod ex εβ, sic qd' ex γζ ad id quod ex ζδ. Cõponendo igitur (per 18 quinti) est sicut quod ex αε, εβ, ad id qd' ex εβ, sic est quod ex γζ, ζδ, ad id quod ex ζδ, & uicißim (per 16 quinti.) Cõmensurabile autẽ est (per 6 decimi) quod ex βε ei quod ex δζ, cõmensurabile igitur est & conflatũ ex ipsarũ αε, εβ, quadratis, conflato ex ipsarũ γζ, ζδ, quadratis. Rationale autẽ est (per 22 decimi) conflatũ ex ipsarũ αε, εβ, quadratis, rationale igitur est (per correlariũ 25 decimi & 11 quinti) & cõflatũ ex ipsarũ γζ, ζδ, quadratis. Rursus quoniã est sicut quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ, ζδ, ad id qd' sub γζ, ζδ, et uicißim: cõmensurabile autẽ est (per 6 decimi) quod ex αε quadratũ ei quod ex γζ, quadrato, cõmensurabile igitur est quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Medium autem quod αε, εβ, mediũ itidem quod sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, (per 82 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur γδ, minor est. Minori cõmensurabilis igitur, & quæ sequuntur: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 101.



Mnis linea communicans lineæ cum rationali componẽti mediale, est cum rationali componens mediale. 101

CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non est difficile probare, siue de communicantia in lõgitudine siue de communicantia in potentia tantum intelligatur. Sed quantum ad primum modum, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodum sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa communicant, superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies K ex 72 cui ipsa communicat. Igitur ex 72 b est cum rationali componens mediale. Quantum ad secundum modum, erit d e residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Figura pro positionis 100

Euclid. ex Zamb. *Theorema 82.* *Propositio 106.*

Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens est. 106

THEON *ex Zamb. Esto cũ rationali mediũ totũ efficiẽs αβ, et ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Dico q; γδ est cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipsi αβ cõgruens βε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 80 decimi) potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ, quod autẽ sub ipsis rationale & eædẽ cõstruãtur. Similiter iã ostẽdemus ex præcedentibus, qd' ipsæ γζ, ζδ, in eadẽ sunt ratiõe ipsis αε, εβ, & conflatũ quidem ex ipsarũ αε, εβ, quadratis, cõmensurabile est conflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, quod autem sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Quare et ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipsarum γζ, ζδ, quadratis mediũ, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γδ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totum efficienti, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 102.*



Mnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituens mediale, est cum mediali constituens mediale. 102

CAMPANVS. Hic quoq; pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferẽter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoq; quadrata duarum linearũ f d pariter accepta mediale, sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo K ex 73, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex septuagesima tertia b est cum mediali componens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & c g ex 98. Quare b est cum mediali componens mediale ex 91.

Figura eadem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 83.* *Propositio 107.*

Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est. 107

THEON

THEON ex Zab. Esto cũ medio mediũ, totũ efficiẽs α β, & ipsi α β, cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit (p 78 decimi) ipsi α β, cõgruẽs β ε, et eadẽ cõstruãtur. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per eãdem potentiã) sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & insuper incõmensurabile conflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis ei quod sub ipsis. Suntq; sicut ostensum est, ipsæ α ε, ε β, cõmensurabiles ipsis, γ ζ, ζ δ, conflatum ex ipsarũ, α ε, ε β, quadratis cõflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β ei quod sub γ ζ, ζ δ. Et ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & insuper incõmensurabile conflatum ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γ δ, cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 103.



103 Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potens, erit alterutra duarum irrationaliũ aut residuũ, aut linea minor.

CAMPANVS. Sit enim tota superficies constans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut est residuum aut linea minor. Esto nanq; linea c d rationalis, superficiesq; c e sibi adiuncta fit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g sicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e, residuum primum aut quartum, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuũ aut linea minor. Quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 108.

108 A rationali, media ablata, reliquam areolam potẽs una duarum irrationaliũ est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rationali enim β γ, auferatur media β δ. Dico quòd quæ reliquam areolam δ γ potest, una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ η, & ipsi (per 44 primi) æquum ad ipsam ζ η, comparetur rectangulũ parallelogrammũ η θ. Ipsi autem δ β, æquũ auferatur η κ, reliquũ igitur δ γ, (per 3 communẽ sententiã) æquum est ipsi λ θ. Quoniam igitur β γ rationale est, mediũ autem β δ, æquum uero β γ ipsi η θ, & β δ, ipsi η κ, rationale igitur est η θ, mediũ autem η κ, & ad ipsam ζ η comparetur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ, & ipsi ζ η, cõmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi) ζ κ, & incõmensurabilis longitudine ipsi ζ η. Incõmensurabilis igitur est (per lẽma 12 decimi) ζ θ ipsi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζ θ, ζ κ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Apotome igitur est ζ κ, congruẽs autem ei est κ θ. At ζ θ, ipsa κ ζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Poßit prius eo quod ex sibi cõmensurabili, & tota θ ζ, commensurabilis est ipsi ζ η, expositæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima est κ θ, (p 3 diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem sub rationali & apotome prima cõprehensam potens, apotome est (per 91 decimi) Quæ igitur λ θ, hoc est δ γ potest, apotome est. Si autem θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & tota ζ θ cõmensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ η apotome quarta est κ θ. Areolã autem sub rationali & apotome quarta cõprehensam potens, minor est (per 94 decimi) A rationali media ablata igitur, reliquã, & quæ sequũtur reliqua: quod erat ostẽdẽdum.

Eucl ex Camp. Propositio 104.



104 Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potẽs erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAMP.

Campanvs. Hæc quoq; sicut præmissa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis, & tunc dico quód in a reliquum potest, aut est residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g æqualis sit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cum sit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, residuum secundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale: quod est propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 85.* *Propositio 109.*

A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficens. 109

THEON ex Zãb. *A medio β γ, rationale auferatur β δ. Dico q, quæ reliquũ potest ε γ, una duarũ irrationaliũ est, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζ κ, & comparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidem ζ θ, & ipsi ζ κ longitudine incommensurabilis. Rationalis autem est (per 22 decimi) κ ζ, & ipsi ζ η, longitudine commensurabilis. Ipsæ igitur ζ θ, ζ κ, (per 20 decimi) rationales sunt potẽtia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ipsa κ θ. Congruẽs autẽ est ζ κ. At ζ θ, ipsa ζ κ, uel maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, uel ex eo quod ex incommensurabili. Si quidem θ ζ, ipsa ζ κ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili & est congruens (per 80 decimi) ζ κ commensurabilis ipsi ζ η expositæ rationali longitudine, ipsa κ θ apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Rationalis autem est ζ κ. Quæ autem potest quod sub rationali & apotome secunda, mediæ est prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc est γ ε, potẽs, mediæ apotomæ est prima. Si autem θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ζ κ congruens est commensurabilis longitudine ipsi ζ κ, expositæ rationali, apotome quinta est κ θ. Quare ipsam ε γ potens, (per 95 decimi) cum rationali mediũ totum efficiens est. A medio igitur, rationali sublato, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 105.*



I superficies medialis de superficie mediali detrahať, fueritq; reliqua toti incommẽsurabilis, quæ in ipsam reliquã potest alterutra erit duarum irrationaliũ, uidelicet aut residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale. 105

Campanvs. Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias, concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a b & b mediales, & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim esset a medialis ex 21, & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quód linea potens in a, est residuum mediale secundũ, aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoq; cum sit f g ęqualis b, erit etiam e g rationalis in potentia tantum, & cum sit a incommensurabilis toti a b, erit etiam f g incõmensurabilis c g, ideoq; per primam sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit residuum tertium, aut sextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 86.* *Propositio 110.*

A medio, medio ablato incõmensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ secunda, uel cum medio mediũ efficiens. 110

THEON

in potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratũ, cuius ad quadratum prioris nõ sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ, hac eadem uia egrediũtur: hoc quoq; sic constat. Sint a & b rationales in potẽtia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum à numeris non quadratis: sitq; ut illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, sint c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicat in longitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h, cum enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non est possibile ut aliqua ex c d e, communicet cum sua compari ex f g h, uel longitudine uel potẽtia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, sequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod est contra hypothesin. Vniuersaliter autem uerum est dicere quamlibet harum esse utroq; modo incõmensurabilem cuilibet. Dato nanq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, sequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod non est possibile. Attendere autem oportet, quòd cum dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ a, uoco lineam illam quæ potest in superficiem dictam a linea a, talis autem superficies est quam continet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, sit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicum latus a: idẽ enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unum ducto producitur, ab eo quod unum multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor.

THEON *ex Zamb. Apotome & quæ post eam irrationales, neq; mediæ, neq; adinuicem sunt eædem. Quod ex media nanq; ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incõmensurabilem (per 22 decimi) Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatũ latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi) Quod autem ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appositũ latitudinem, secundã efficit apotomen (per 98 decimi) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalem appositũ latitudinem, tertiã efficit apotomen (per 99 decimi) Quod ex minori ad rationalem appositũ latitudinem, quartã efficit apotomen (per 100 decimi) Quod ex efficiẽte cum rationali medium totum ad rationalem appositũ latitudinem, efficit quintã apotomen (per 101 decimi)*

Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalẽ comparatum latitudinẽ, sextam efficit apotomen (per 102 decimi) Quoniã igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicẽ differunt (à prima quidem quoniã rationalis est, adinuicẽ uerò quia in ordine nõ sunt eædem) patet quòd & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam ostensum est (per 111 decimi) quòd apotome nõ est eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appositæ latitudinẽ efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter unaquæq; quæ in ordine circa eandem: quæ uerò post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine cõsequenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen, & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim, hæ uidelicet:

1 Media. 2 Ex binis nominibus. 3 Ex binis prima medijs. 4 Ex binis secunda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediumq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secunda apotome. 11 Minor. 12 Cum rationali medium totũ efficiens. 13 Cum medio mediũ totum efficiens. Eucl. ex Zã. Theor. 88. Propos. 112.

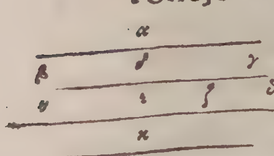
112 Quod ex rationali ad irrationalẽ, eã quæ ex binis nominib. appositũ latitudinẽ efficit apotomẽ, cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt noĩb. eius quę ex binis noĩb. est, & in eadẽ rõne, & insuper apotome quæ gignit̃, eundẽ habebit ordinẽ ei quæ ex binis noĩbus est.

α β δ γ θ ε ζ κ

THEON *ex Zãb. Sit rõnalis quidẽ α, ex binis nominibus sit βγ, cuius maius nomẽ esto δγ, et ei quod ex α æquũ esto id quod sub βγ, εζ. Dico q, ipsa εζ apotome est, cuius noĩa cõmensurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, et insuper εζ eundẽ ordinẽ habet ipsi βγ. Sit enim rursus ei quod ex α, æquũ id quod sub βδ, κ. Quoniã igitur quod sub βγ, εζ, æquũ est ei quod sub βδ, δκ, est igitur (p 14 qnti) sicut γβ, & βδ, sic est κ ad εζ, maior aũt est γβ, ipsa βδ, maior igitur et κ ipsa εζ. Esto ipsi κ æqualis εθ. Est igitur (p 7 & 11 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est θε ad ζε, diuidẽdo igitur est (p 17 qnti) quod sicut γδ, ad βδ, sic est θζ ad ζε. Fiat sicut θζ ad ζε sic ζκ, ad κε, & tota igitur θκ (per 12 quinti) ad totã κζ, est sicut ζκ ad κε. Sicut enim unũ antecedẽtium ad unũ cõsequentium, sic omnia antecedẽtia ad omnia sequentia. Sicut autem (per 12 quinti) ζκ ad κε, sic est γδ*

ad δβ,& sicut igitur (per 11 quinti) θκ, ad κζ, sic γδ, ad δβ, cōmensurabile aūt est (per 11 decimi) quod ex γδ, ei quod ex βδ, cōmensurabile igitur est et quod ex θκ, ei quod ex ζκ. Et est sicut (per 22 sexti) quod ex θκ, ad id quod ex κζ, sic est θκ, ad κι. Et quoniā ipsæ tres θκ, λζ, κι, sunt proportionales: cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) θκ, ipsi κζ lōgitudine, quare & θι, ipsi ιλ longitudine est cōmensurabilis. Et quoniā (per correlariū 20 sexti) quod ex α æquū est ei quod sub ιθ, βδ, rōnale autē est id quod ex α, rōnale igitur est et id quod sub θι, ζδ. Et ad ipsam βδ, rōnalem apponitur, rōnalis igitur est & ιθ, & ipsi βδ lōgitudine cōmensurabilis, quare & ei cōmensurabilis ιλ, rōnalis est, & ipsi βδ, longitudine cōmensurabilis. Quoniā igitur est sicut γδ, ad δβ, sic ζλ ad λι, ipse aūt γδ, δβ, potentia tantū cōmensurabiles, & ipsæ igitur ζλ, λι (p 11 decimi) potētia tantū sunt cōmensurabiles. Rōnalis aūt est κι, & ipsi βδ lōgitudine commēsurabilis. Rōnalis igitur est & ζκ, & ipsi γδ lōgitudine cōmensurabilis. Ipsæ igitur ζκ, κι, rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles (p 11 decimi) igitur ζι apotome est. Verū γδ, ipsa δβ, aut maius pōt eo quod ex sibi cōmensurabili, aut quod ex sibi incōmensurabili. Si quidē γδ, ipsa δβ, maius pōt eo quod ex sibi cōmēsurabili, & ζλ (p 13 decimi) ipsa κι maius pōt eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et si γδ, ipsi expositæ rōnali cōmensurabilis est longitudine, & ζκ, si aūt δβ, & κι, si uero neutra ipsarū γδ, δβ, & neutra ipsarū ζκ, κι. Si aūt γδ, ipsa βδ maius pōt eo quod ex sibi incōmensurabili, & ζκ, ipsa κι, maius pōt eo quod ex sibi incōmensurabili. Et si quidē γδ cōmensurabilis est ipsi expositæ rōnali lōgitudine, & ζκ, si aūt βδ, et κι, si uero neutra ipsarū γδ, δβ, & neutra ipsarū ζκ, κι. Quare ipsa ζι apotome est, cuius nomina ζκ, κι, cōmēsurabilia sunt eis noibus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominib. hoc est ipsis γδ, βδ, & in eadē rōne, eūdē habet ordinē ipsi βγ. A rōnali igitur et reliqua: qd' erat ostēdēdū. Eucl. ex Zā. Theor. 89. Prop. 113

Quod ex rōnali ad apotomē cōparatū latitudinē efficit eā quę ex binis noīb. cuius noīa cōmēsurabilia sunt ipsius apotomes noībus, et in eadē rōne, & īsuper q̄ gignit ex binis noīb. ipsi apotomę eūdē obtīet ordinē. 113



THEON ex Zā. Esto rōnalis quidē α, apotome aūt sit βδ, & ei quidē quod ex α, æquum esto quod sub βδ, λθ, ut quod ex α rōnali ad ipsam βδ apotomen cōparatū latitudinē efficiat ipsam κθ. Dico q̄, κθ ex binis nominib. est, cuius noīa cōmensurabilia sunt eis quæ ipsius βδ, sunt nominibus, & in eadē rōne, & q̄, ipsa λθ, eundē habebit ordinē ipsi βδ. Sit, inquā (p 80 decimi) ipsi βδ cōgruens δγ. Ipsæ igitur βγ, γδ (p 80 decimi) rōnales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et ei qd' ex α, æquū esto id qd' sub βγκ, rōnale aūt est qd' ex α, rōnale igitur & qd' sub βγκ, & ad rationalē βγ comparatū, rōnalis igitur est (p diffinitionē decimi) ipsi κ, & ipsi βγ lōgitudine cōmensurabilis. Quoniā igitur (p 20 decimi) qd' sub βγκ, æquū ei qd' sub βδ, κθ, proportionaliter igitur est (p 16 sexti) sicut βγ, ad βδ, sic est κθ ad κ, maior autē βγ, ipsa βδ, maior igitur est & κθ, q̄ κ. Ponatur (p 2 primi) ipsi κ, æqualis κι. Cōmensurabilis (p 12 decimi) igitur est κι ipsi βγ, longitudine. Et quoniam est sicut γβ ad βδ, sic est θκ, ad λι, cōuertendo igitur est (p correlarium 18 qnti) sicut βγ ad γδ, sic est λθ ad θι. Fiat (per 12 quinti) sicut λθ, ad θι, sic θζ, ad ζι, & reliqua igitur κζ, ad θζ, est sicut λθ, ad θι, hoc est sicut βγ, ad γδ. Ipsæ autē βγ, γδ, potētia tātum sunt cōmensurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ (p 11 decimi) potentia tantum sunt cōmensurabiles. Et quoniā est sicut κθ ad θι, sic κζ, ad ζθ, sed sicut κθ, ad θι, sic θζ, ζι, & sicut igitur (p 11 quinti) κζ ad ζθ, sic θζ ad ζι. Quare (p correlarium 19 sexti) & sicut prima ad tertiā, sic qd' ex prima ad id qd' ex secunda, & sicut igitur (p 11 qnti) κζ, ad ζι, sic qd' ex κζ, ad id qd' ex ζθ, cōmensurabile autē est (p 9 decimi) qd' ex κζ, ei quod ex ζθ. Ipsæ λζ, ζθ, potētia sunt cōmensurabiles: igitur est κζ, ipsi ζι, lōgitudine, quare & ικ, ipsi ζι, lōgitudine cōmensurabilis est. Rōnalis autē est κι, & ipsi βγ lōgitudine commensurabilis: rōnalis igitur est (per 12 decimi) κζ, & ipsi βγ lōgitudine cōmensurabilis. Et quoniā est sicut βγ ad γδ sic λζ, ad ζθ, uicißim quoq; (per 16 qnti) & sicut βγ ad κζ, sic δγ, ad ζθ, cōmensurabilis autē est βγ ipsi κζ: cōmensurabilis igitur est & ζθ, ipsi γδ. Ipsæ autē βγ, γδ, rōnales sunt potentia tātum cōmensurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, rationales sunt potētia cōmensurabiles. Ex binis igitur nominibus est κθ. Siquidem igitur βγ, ipsa γδ, maius potest eo qd' ex sibi cōmensurabili, & κζ, ipsa ζθ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et si βγ, cōmensurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali, et κζ quoq;. Si aūt γδ cōmensurabilis est longitudine ipsi expositæ rationali, & ζθ quoq;: si aūt neutra ipsarū βγ, γδ, & neutra ipsarum κζ, ζθ. Si uero βγ, ipsa γδ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & λζ, ipsa ζθ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si βγ ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine, & κζ, si autem γδ, & ζθ, si uero neutra ipsarum βγ, γδ, & neutra ipsarum κζ, ζθ. Ex binis nominibus igitur est κθ, cuius nomina κζ, ζθ, cōmensurabilia sunt ipsis βγ, γδ nominibus ipsius apotomes & in eadem ratione, et insuper λθ, ipsi βγ eundē habebit ordinē: qd' erat ostendendū. Euclid. ex Zāb. Theorema 90. Propositio 114.

Si areola comprehēdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest, rationalis est. 114

THEON ex Zamb. *Comprehendatur areola sub apotome αβ, & ea quæ ex binis nominibus γδ, cuius maius nomen γε, sintq; eius quæ ex binis nominibus nomina γε, εδ (per 113 decimi) commensurabilia ipsius apotomes nominibus αζ, ζβ, & in eadem ratione. Sitq; potens id quod sub αβ, γδ, ipsa κ. Dico q. ipsa κ rationalis est. Exponatur enim rationalis θ, & ei quod ex θ, æquum ad ipsam γδ comparetur, latitudinem efficiens κλ, igitur ipsa κλ, apotome est (per 113 decimi) cuius nomina sint κμ, μλ, commensurabilia nominibus eius quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γε, εδ, & in eadem ratione. Iam & ipsæ γε, εδ (per 12 decimi) commensurabiles sunt ipsis αζ, ζβ, & in eadem ratione, est igitur sicut αζ, ad ζβ, sic est κμ, ad μλ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut αζ, ad κμ, sic est ζβ ad λμ, & reliqua igitur αβ (per 12 quinti) ad reliquam κλ est, sicut αζ, ad κμ. Commensurabilis autem est αζ, ipsi κμ, commensurabilis igitur est (per 9 decimi) & αβ ipsi κλ. Estq; (per constructionem) sicut αβ ad κλ, sic est quod sub γδ, αβ, ad id quod sub γδ, κλ. Commensurabile igitur est & quod sub γδ, αβ, ei quod sub γδ, κλ. Aequum autem est id quod sub γδ, κλ, ei quod ex θ, commensurabile igitur est quod sub γδ, αβ, ei quod ex θ. Quod autem sub γδ, αβ, æquum est ei quod ex κ, commensurabile igitur est & quod κ, ei quod ex θ. Rationale autem est id quod ex θ, rationale igitur est & id quod ex κ. Rationalis igitur est (per diffinitionem decimi) κ, & ipsam potest areolam quæ sub γδ, αβ. Si areola igitur comprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendũ.* CORREL. *Fitq; nobis & id propterea manifestum, qđ poßibile est rationalẽ areolã sub irrationalibus rectis lineis cõtineri.* Euclid. ex Zãb. Theorema 91. Propositio 115.

115 A media infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem.

THEON ex Zamb. *Esto media α. Dico quòd ab α infinitæ irrationales fiunt neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem. Exponatur rationalis β, et ei quod sub βα (per 14 secundi) æquum esto id quod ex γ. Igitur γ irrationalis est. Quod enim sub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale est, & nulli earum quæ prius est eadem. Nõ enim quòd ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit mediam. Rursus iam ei quod sub βγ, æquum esto id quod ex δ. Irrationale igitur est id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadem est. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitũ extendas, manifestum est igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem.* ALITER. *Esto media αγ. Dico quòd ab αγ, infinitæ sunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem. Excitetur (per 11 primi) ipsi αγ ad angulos rectos αβ, sit rationalis αβ, compleaturq; βγ, irrationale igitur est (per 11 decimi) et ipsum potens irrationalis est. Poßit aũt (per lemma 38 decimi) ipsum γδ, igitur γδ est irrationalis & nulli earum quæ prius eadem est. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositũ latitudinem efficit mediã. Rursus compleatur εδ, irrationale igitur est εδ, & ipsum potens irrationalis est, poßit autem ipsum δζ, irrationalis igitur est δζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla ipsarum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit εδ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propositio 116.

116 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zãb. *Esto minor α, & ipsi α cõmensurabilis esto (per 11 decimi) β. Dico q. β minor est. Exponatur γδ rationalis, et ei q. ex α (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ cõparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Apotome igitur est quarta γζ. Ei autem qđ ex β (per eandem) æquũ ad ipsam ζε cõparetur ζκ, latitudinẽ efficiens ζθ. Quoniã igitur commensurabilis est α ipsi β, cõmensurabile igitur est & qđ ex α, ei qđ ex β. Sed ei quidẽ qđ ex α, æquũ γε: ei autem qđ ex β, æquũ est ζκ, cõmensurabile igitur est γε, ipsi ζκ. Sicut autem γε, ipsi ζκ, sic est γζ, ad ζθ. Cõmensurabilis igitur est γζ, ipsi ζθ longitudine. Apotome aũt quarta est (per 100 decimi) ipsa γζ. Igitur & ζθ, quarta est apotome. Rõnalis aũt est ζε. Si uero areola cõprehendatur sub rationali et quarta apotome, quæ areolã põt minor est (per 64 decimi) ipsam aũt ζκ areolã, ipsa β potest, ergo α minor est: qđ erat ostendendũ.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propositio 117.

117 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zã. *Sit cũ rationali mediũ totum efficiens α, cõmensurabilis autem esto β. Dico q. β cũ rationali mediũ totum efficiẽs est. Exponatur rõnalis γδ, & ei quidẽ qđ ex α æquum ad ipsam γδ comparetur γε, latitudinẽ efficiẽs γζ.*

Apotome igitur est quinta ipsa γζ (per 102 decimi) Ei autem quod ex β (per 44 primi) æquum ad ipsam ζε cõparetur ζη, latitudinẽ efficiens ζθ. Quoniam igitur cõmẽsurabilis est α ipsi β, commẽsurabile igitur est id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquũ est γε, ei uerò quod ex β, æquũ est ζη. Igitur γε, ipsi ζη, est cõmẽsurabile. Cõmẽsurabilis igitur est γζ, ipsi ζθ, longitudine. Quinta autẽ apotome est γζ. Apotome igitur quinta est, & ζθ. Rationalis autẽ ζε. Si uero areola cõprehẽdatur sub rationali & apotome quinta, quæ areolã potest cũ rationali mediũ totũ efficiẽs est (per 95 decimi.) Potest aũt ipsum ζε, ipsa β. Igitur β, cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs est. qđ erat ostẽdẽdũ. Eucl. ex Zã. Theo. 94. Prop. 118

Propositũ nobis sit ostendere, quòd in quadratis figuris incõmensurabilis est dimetiens lateri longitudine. 118

THEON ex Zamberto. Esto quadratũ αβγδ, dimetiẽs uerò illius sit α,γ, Dico quòd αγ, ipsi αβ, longitudine est incõmẽsurabilis. Si enim poßibile, sit cõmẽsurabilis. Dico qđ eueniet, quòd idem nũerus erit par & impar. Manifestũ quidẽ igitur (per 47 primi) quòd id quod ex αγ duplũ est eius quod ex αβ Et quoniã αγ ipsi αβ cõmẽsurabilis est, igitur αγ, ad αβ rõnem habet quã nũerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat aũt quã εζ ad η. Sintq; εζ minimi eandẽ rõnem habentium eis. Igitur εζ nõ est unitas. Si enim εζ, est unitas, & rõnem habet ad η, quã αγ ad αβ, & maior est αγ ipsa αβ, maior igitur est εζ unitas ipso η nũero, quod est impoßibile. Igitur ζε, nõ est unitas, nũerus igitur. Et quoniã est sicut αγ ad β, sic est εζ ad η, & sicut igitur (per 15 quinti) quod ex γα, ad id quod ex αβ, sic qui ex εζ ad eũ qui ex η. Duplũ aũt est quod ex γα eius quod ex αβ. Duplus igitur est & qui ex εζ, eius qui ex η, par igitur est qui est ex εζ, quare & ipse εζ par est. Si enim impar esset, & qui ex eo quadratus impar esset (per 29 noni) quippe quoniã si quilibet nũeri impares cõpositi fuerint, multitudoq; fuerit impar, totus impar est. Igitur εζ, par est. Secetur (p 10 primi) εζ, bifariã in θ. Et quoniã ipsi εζ, η, numeri, minimi sunt eandẽ eis habentiũ rõnem, primi sunt adinuicẽ (per 24 septimi) & εζ, par est. Impar igitur est η. Si enim esset par, ipsos εζ, metiretur binarius (omnis etenim par, habet partẽ dimidiã) primos adinuicẽ existẽtes, quod est impoßibile. Igitur η non est par. Et quoniam ipsius εθ, duplus est εζ, quadruplus igitur eius qui ex εζ, eius quod ex εθ. Duplus autẽ qui ex εζ eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex εθ. Igitur qui ex η par est, & par igitur est η per ea quæ dicta sunt, sed & impar, quod est impoßibile. Igitur αγ, ipsi αβ lõgitudine nõ est cõmensurabilis, incõmensurabilis igitur. Ostendendũ & aliter, quod incõmensurabilis est quadrati dimetiẽs lateri. Sit enim pro dimetiẽte, α pro latere uero, sit β. Dico q̃ α, ipsi β lõgitudine est incõmẽsurabilis. Si enim poßibile, sit cõmensurabilis. Fiatq; rursus sicut α ad β, sic εζ, ad η, sintq; minimi eandẽ eisdẽ habentiũ rõnem, ipsi εζ η. εζ η igitur ipsi, primi sunt adinuicẽ. Dico primũ q̃ η nõ est unitas. Si enim poßibile, esto unitas. Et quoniam est sicut α ad β, sic est εζ, ad η, et sicut igitur (per 11 et 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex εζ, ad eũ qui ex η. Duplum aũt est id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex εζ, eius qui ex η. Et η unitas est. Igitur εζ binarius est quadratus. Quod est impoßibile. Igitur η nõ est unitas, numerus igitur. Et quoniã est sicut quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex εζ, ad eũ qui ex η, et rursus sicut qđ ex β ad id qđ ex α, sic q ex η ad eũ q ex εζ, metitur aũt qđ ex β, id qđ ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eũ qui ex εζ, quare & latus idẽ η ipsum εζ metitur, metitur aũt et seipsum η, igitur η ipsos εζ, η, metitur qui primi sunt adinuicem, quod est impoßibile. Igitur α, ipsi β nõ est cõmensurabilis: incõmẽsurabilis igitur, quod ostendere oportuit.

ζ . . θ . . ε
η . . .
α β δ γ

ζ . . . . θ . . . .
η . . .
α β

Priorum dilucidior explanatio.

Græcus nõ habet. Sit quadratum a b c d, dimetiens uerò ipsius sit a c. Manifestũ est quod isoceles est triangulũ c d a, æquũ habens d a ipsi d c, similiterq; triangulum isoceles est a b c. Sit igitur d a unitatũ 4 siue pedũ, sicq; & c d, quatuor, quare manifestũ est, quod ex d a quadratũ est unitatum siue pedũ 16. sic etiam et qđ ex c d, 16 est unitatũ siue pedũ. At quoniã id quod ex a c ęquũ est eis quæ sunt ex d a, c d, quẽadmodũ ex 47 primi perspicuũ est, manifestũ est quòd id quod ex a c est duplũ ei⁹ quod ex d a. At id quod ex d a, est unitatũ 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla quidem. At quoniã longitudine cõmẽsurabiles lineę sunt quas aliqua magnitudo metitur, earũq; quadrata rõnem habẽt quã nũerus quadratus ad numerũ quadratũ, at efficiẽs 32 per latus aliqua magnitudo nõ metitur, neq; quę ex eis quadrata sunt rõnẽ habẽt quã nũerus quadratus ad nũerũ quadratũ (nullũ enim quadratũ alteri⁹ quadratũ duplũ est, incõmẽsurabilis igitur est lõgitudine dimetiens lateri, efficiens enim 32 siue latus est unitatũ 5 & minutorũ 39. quę 5.39, ac 4, nullam habẽt cõmunẽ mẽsurã, quare 32 ad 16 sicut dictũ est: rõnẽ nõ habet qualẽ quadrat⁹ nũer⁹ ad quadratũ numerum.

a 4 d
32 4
b c

Inuen-

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α, β, & plures aliæ magnitudines ex binis diuisionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α, β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similem similiterq; descriptam *speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ plenæ adinuicem incōmensurabiles. Cum ostenderimus quòd ex binis interuallis diuersæ areolæ incommensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incommensurabilia adinuicem. Si enim in ijs quæ ex α, β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris constituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erunt ipsa constituta adinuicem sicut bases & siquidem bases sint cōmensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uerò incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erunt adinuicem sicut bases, hoc est, sicut ipsi circuli. Et ipsi circuli sunt commensurabiles & ipsi coni & cylindri commensurabiles erunt. Si uerò ipsi circuli erunt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles, Et nobis fit manifestum, quòd nō solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabiles & incōmēsurabiles, sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.*

διαστάσιων interuallis

εἶδος figura

α

γ

β

DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, Liber undecimus.

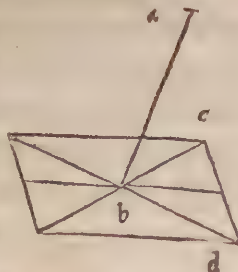
Ex Campano. Diffinitiones.



1 Corpus, est quod longitudinem & latitudinem, et altitudinē habet. Cuius termini, sunt superficies.

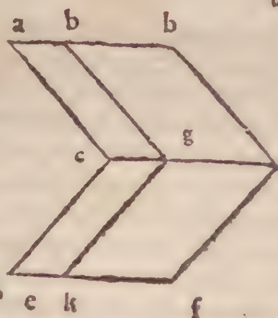
2 Linea erecta supra superficiem, est quę cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quòd punctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & à pūcto b ducātur plures lineæ in codē plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cū linea b c, & cū linea b d, & cū qualibet alia linea protracta à pūcto b in plano illo angulū rectū cōtineat, ipsa dicetur esse perpendicularis ad illam superficiē in qua protractæ sunt hę lineę, uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.



3 Superficies aūt erecta super superficiē est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est cōmunis terminus illarū superficierū duæ perpēdiculares cōterminales superstant, quæ rectū cōtinentes angulum in eisdem superficiebus sitæ sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem a b c d exurgere, superficiē uerò c d e f iacere, & intelligamus lineā c d esse cōmunē terminū ambarū. In ea itaq; signetur pūctus g à quo ad lineā c d extrahātur duę lineę perpēdiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quę sit g k & alia in sup̄ficie a b c d quę sit g h. Si igitur āgulus conti-



quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares, uidelicet g h & g k, erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.

Superficies æquidiſtãtes ſunt, quæ in utramlibet partem protractæ 4
non concurrent, etſi in infinitum producantur.

Intellectum eſt quod dicitur. Scire tamẽ debes, quòd omnes planæ ſuperficies, aut ſunt æquidiſtantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & ſuper rectam lineam ſe ſecabunt. Lineas autem rectas non eſt neceſſarium uel eſſe æquidiſtantes uel in utranque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem ſuperficie non ſunt nec æquidiſtant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

Æqua corpora ſunt atque ſimilia, quorum terminales ſuperficies nu 5
mero ac quantitate æquales unius creationis ſint atque ſimiles.

Similia corpora, ſunt quæ ſimilibus ſuperficiebus numero æquali- 6
bus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & ſimilibus, non intelligis, ad diffinitionem ſimilium ſuperficierum poſitam in principio ſexti recurre.

Corpus ſerratile dicitur, quod quinque ſuperficiebus, quarum tres 7
parallelogrammæ ſunt, duæ uerò triangulæ, continentur.

Domui quatuor parietes æquidiſtantes habenti, tectum unico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus æquali & æquidiſtanti ſuperpoſitum, ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.

Sphæra, eſt tranſitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quoties 8
ſumpto uel ſupremo ſemicirculo lineaq́ diametri fixa donec ad locum
ſuum redeat, arcus ipſe circunducitur.

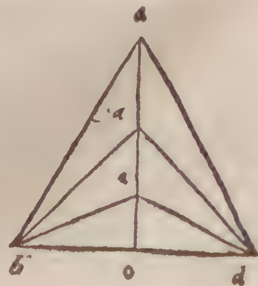
Super quamlibet lineam ſemicirculo deſcripto, ſi linea illa fixa ſemicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod deſcribitur, ſphæra nominatur. Cuius centrum, conſtat eſſe cẽtrum ſemicirculi circunducti.

Pyramis laterata, eſt figura corporea, quam continent ſuperficies à 9
quarũ una reliquæ ſunt ad unum oppoſitũ punctum ſurſum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ ſuperficies ipſam ambientes, ab ipſius baſi ad unum punctum ſubleuantur, qui conus pyramidis dicitur: ſuntq́ omnes hæ laterales ſuperficies, triangulæ, baſis uerò frequenter non eſt triangula.

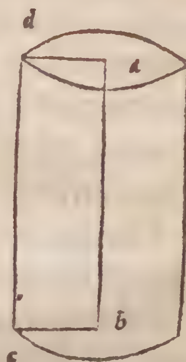
Pyramis rotunda, eſt figura ſolida, eſtq́ tranſitus trianguli rectan- 10
guli alterutro ſuorum laterum rectum angulum continẽtium fixo, donec uſq́ ad locum unde moueri cœpit, redeat, triangulo ipſo circunducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uerò breuius, obtuſi angula erit. Axis autem ipſius figuræ, eſt latus fixũ. Baſisq́ ſua, circulus. Dicitur autem figura hæc, pyramis columnæ rotundæ.

Sit trigonus a b c, rectum angulum habens qui ſit b, figaturq́ alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b, ſitq́ latus quod figitur a b, quo fixo, circũdatur trigonus quo uſq́ ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu deſcribitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres ſunt differentiæ. Alia enim eſt rectangula, alia acutiangula, tertia obtuſiangula. Et prima quidem eſt, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Eſto enim ut linea b c, quũ rotatu trigoni peruenerit ad ſitum lineæ b d, ita quòd punctus c cadat ſuper punctum d, fiat linea una: hoc eſt, ut ipſa tunc cõiungatur

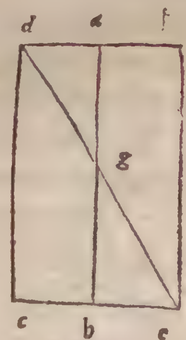


gatur situi à quo moueri cœpit secundũ rectitudinem, eritq́ linea hæc, quasi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex trigesimasecunda primi & 19) eiusdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq́ totus angulus c a d est minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiusdem) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conueniẽter tunc dicitur obtusiangula. Axis autem huius pyramidis, dicitur linea a b. Basis uerò eius, circulus quem describit linea c b super centrum b. Dicitur quoq́ hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda, cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus, & crassitudine, idest altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulũ continente fixo, ipsaq́ superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturq́ hęc figura, columna rotunda. Columnæ itaq́ rotundæ atq́ sphæræ circuliq́, unũ atque idem est centrum.



Sit parallelogrammum rectangulũ a b c d, figaturq́ latus a b, & eo fixo totum parallelogrammum, quousq́ ad locũ suum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotunda columna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum, circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b, alter uerò est, quem motu suo designat linea d a, & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd si imaginati fuerimus parallelogrãmum a b c d cũ peruenerit rotatu suo ad sitũ a b e f, coniũgi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrammum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq́ diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idem esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eademq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quòd d e est diameter istius columnæ. Sphæram igitur atq́ circulum quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrum habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet lineam a b in puncto g, eritq́ g centrũ columnę: diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 25. primi, nam & anguli qui sunt ad g sunt æquales ex 15. primi, & anguli qui sunt ad a b, recti ex hypothesi, linea quoq́ a d, est æqualis lineæ b e, itaq́ d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cũq́ anguli c & f sint recti, si super punctum g secundum spacium d g, ac super lineam d e circulus describatur, transibit ex cõuersa primę partis 30 tertij per puncta c & f, itaq́ punctum g est centrũ circuli, cuius diameter est diameter columnæ, ideoq́ & sphæræ. Quare & manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq́ columnæ rotundæ sphæram esse circũscriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit istud theorema.



12 Angulus corporeus siue solidus, est quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt: sicut nec duæ rectæ lineæ nequeũt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

Similes

Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colūnę, siue earum pyramides, quarū axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis, aut duabus columnis rotundis, si fuerit proportio axis unius earum ad diametrum suæ basis sicut alterius ad diametrum suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex translatione Zamberti *Diffinitiones.*



Olidum, est quod longitudinē, latitudinē, & crassitudinē habet. Solidi uerò terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quādo ad omnes cōtingentes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existētes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planū rectum est, quando communi segmento ipsorum planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorū planorū, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineæ ad planum inclinatio est, quādo à termino sublimi rectę lineæ in planum ducta perpendiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cōiuncta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante continetur. 4 Plani ad planum inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ĳs quæ ad angulos rectos cōmuni segmento ducunť ad idē signū in utroq; ipsorū planorū. 5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationū anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallela plana, sunt quæ contactum nō admittunt. 7 Similes solidæ figuræ sunt, quæ sub similibus planis, ęqualibus multitudine comprehēdunť. 8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cōprehēdunť. 9 Angulus solidus, est sub pluribus duabus lineis sese ad inuicē tangentibus & nō existētibus in eadē superficie ad oēs lineas inclinatio. *Aliter*

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis cōprehenditur, non existentibus in eodē plano ad unum signum constitutis.

10 Pyramis, est figura solida planis cōprehensa ab uno plano ad unum signum cōstituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorū duo quæ ex opposito æqualia & similia et parallela sunt, reliqua uerò parallelogrāma. 12 Sphæra, est quādo semicirculi manēte dimetiēte circūductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circūassumpta figura. 13 Axis sphęræ, est manēs recta linea quā circū semicirculus uertitur, 14 Centrū sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraq; parte sub ipsius sphæræ superficie. 16 Conus, est quando rectāguli, trianguli manente uno eorū quę circa rectum angulum latere, circumductum triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circumuoluitur, ea assumpta figura. Etsi manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni eſt, manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Baſis autem eſt, circulus ſub circũducta recta linea deſcriptus. 18 Cylindrus eſt, quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectũ angulũ latere circumductũ parallelogrammũ in idẽ unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura.

19 Axis cylindri, eſt manens quædam recta linea quam circũ parallelogrammũ uertitur. Baſis autẽ circuli, qui ſub ijs quæ ex oppoſito circũductis lateribus ſunt deſcripti. 20 Similes coni & cylindri, ſunt quorũ axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus eſt, figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrũ eſt, figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis.

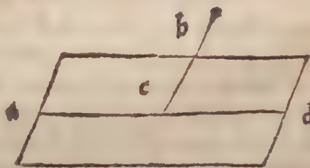
23 Dodecaedrum eſt, figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum eſt, figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



a Ineæ rectæ partem eſſe in plano & partem in ſublimi, eſt impoſſibile.

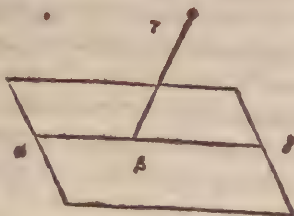
Campanvs. Sit linea a b recta. Dico quòd nõ eſt poſſibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt impoſſibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quę eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directè a c in plano, in quo ipſa ſita eſt, uſque ad d, eritq́ʒ ut uni eidemq́ʒ lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod eſt impoſſibile ex 13 primi.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Rectæ lineę partem in ſubiecto plano, partem uerò in ſublimi eſſe, eſt impoſſibile.

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, rectæ lineæ $\alpha\beta\gamma$, pars quidẽ $\alpha\beta$ eſto in plano, pars autẽ $\beta\gamma$ eſto in ſublimi, erit iam quædam ipſi $\alpha\beta$, continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit $\beta\delta$. Igitur binis datis rectis lineis $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\delta$. cõmune ſegmentum eſt $\alpha\beta$, quod eſt impoßibile. Recta linea nanq; cũ recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoßibile: quod fuerat oſtendendum.*



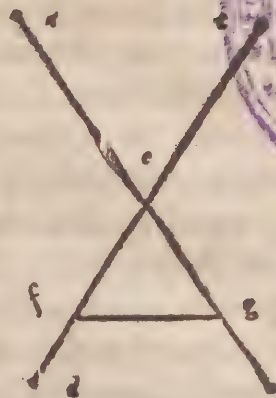
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*



a Mnes lineæ duę quarũ altera alterã ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omniſq́ʒ triangulus, in una ſuperficie totus cõſiſtit.

Campanvs. Sint duę lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicẽ ſecantes in puncto c. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulũ dico eſſe in ſuperficie una totũ. Signetur enim punctus f, in linea c d, & pũctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

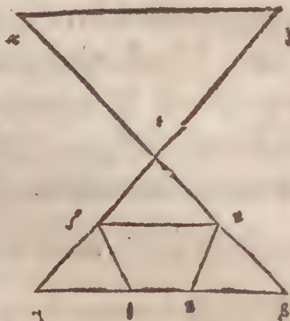
Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partē in sublimi, quinetiā suarū terminaliū linearū unius aut pluriū pars similiter sit in plano et pars similiter in sublimi, cū de lineis hoc sit impossibile per pręmissam, erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secūda parte & pręmissa, cōstat pars huius secūdæ propositionis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si binę rectę lineę se adinuicē secuerint, in uno sunt plano, & omne triāgulū in uno plano est.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquā rectæ lineæ α β, γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quòd ipsæ α β, γ δ, in uno consistunt plano & omne triangulū in uno est plano. Assumantur in ipsis ε γ, ε β, signa utcunq;, sintq; ζ η, cōnectāturq; ζ γ, ζ η, extēdaturq; ζ θ, η κ, dico primū quod triāgulū ε ζ γ in uno est plano. Si ipsius nanq; triāguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in subiecto plano est, reliquū uerò in alio, erit etiam unius ipsarū ε γ, ε β, rectarū linearū pars in subiecto plano, pars autē in alio. Si autē ipsius ε γ β triāguli, ζ γ β η, pars fuerit in subiecto plano, reliquū uerò in alio, erit & ambarū ε γ, ε β, rectarū linearū pars quidē in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impoßibile esse ostēsum est. Igitur triangulū β γ ε in uno est plano. In quo enim est triangulū β γ ε, in eo est & utraq; ipsarū ε γ, ε β. In quo autē est utraq; ipsarū ε γ, ε ζ in eodē sunt & α β, γ δ (per eandem) Ipsæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulum in uno est plano: quod erat ostēdendū.*

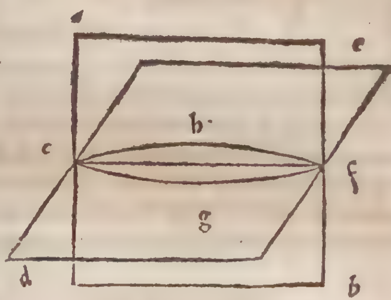


Euclid. ex Camp. Propositio 3.



Omnium duarū superficierū seinuicē secantiū, cōmunis sectio est linea recta.

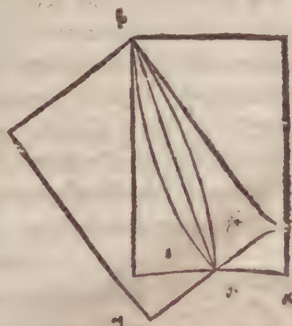
CAMPANVS. De planis superficieb9 intellige, & uerū erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planę a b & c d, seinuicē secātes. Dico quòd earū cōmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo pūcta e & f termini cōmunis sectionis earū quæ cōtineātur per lineā rectā quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraq; duarū superficierū a b & c d, cōstat propositū. At uerò si in neutra, aut si nō in altera, cū ambo pūcta e & f sint in utraq; superficierū a b & c d, in ea superficie in qua ipsa nō fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineę e f & e h f, habētes duos terminos cōmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimam primi libri.



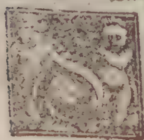
Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

Si bina plana se adinuicē secuerint, cōmunis eorū sectio recta linea est. 3

THEON ex Zāb. *Bina etenim plana α β, β γ, se adinuicē dispescant, cōmunis autē sectio sit linea δ β. Dico quòd δ β linea recta est. Si autē non, connectantur δ β ipso α β plano, recta linea δ ε β, & in ipso β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nēpe duarū rectarū linearū δ ε β, δ ζ β, ijdem fines, & perinde areolā cōprehendent, quod (per ultimā cōmunē sententiā) est impoßibile. Ipsæ igitur δ ε β, δ ζ β, rectæ lineæ non sunt. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δ β cōmunē sectionē ipsorū α β, β γ, planorū. Si bina igitur plana se adinuicē secuerint, ipsorū cōmunis sectio recta linea est: quod erat ostendendum.*

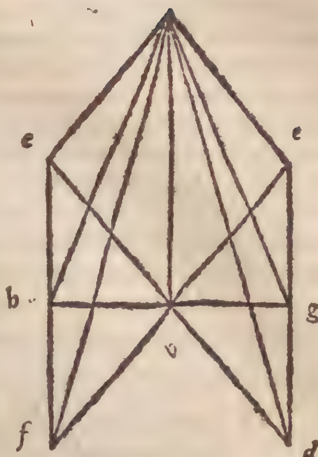


Euclid. ex Camp. Propositio 4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarū linearū erecta intersecantiū se, ipsa ad earundē superficiem perpendicularis erit. 4

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionē duarū linearū c d &



c d & e f secantium se in puncto b, de quibus cōstat per ante præmissam quòd ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico quòd linea a b, perpendicularis est ad ipsarum superficiē. Sint enim c b & b d, æquales, at uerò f b & b e æquales, & protrahātur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistantes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur à pūcto a uel quouis pūcto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e ęqualis a f. Itēq; per 8 eiusdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdem erit angulus a b g, ęqualis angulo a b h, quare ex diffinitione uterq; est rectus, et linea a b perpēdicularis ad lineā g h. Simili quoque modo probabis eandē esse perpendicularē ad omnes lineas protractas à pūcto b in superficie duarū linearū c d & e f, igitur ex diffinitione cōstat, lineā a b esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineę c d & e f se inuicē secātes: quod est propositum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 4.* *Propositio 4.*

Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicē dispescētibus in cōmuni
4 sectione ad rectos angulos steterit, & ad earūdē planū ad angulos rectos erit.

THEON *ex Zāb.* *Recta enim linea quædam εζ, duabus rectis lineis αβ, γδ seinuicē dispescētibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur.* Dico quòd *εζ etiā ad ipsarū αβ γδ planum ad angulos est rectos. Assumantur nāq; ipsæ αε, εβ, γε, εδ, sibi inuicem æquales. Extendaturq́; quædā recta linea per ε utcunq;, sitq́; κεθ, cōnectāturq́; ipsæ ζα ζκ, ζδ, ζγ, ζθ, ζβ.* Et quoniā binæ *αε, εδ, duabus γε, εβ, sunt æquales, & æquales cōprehendūt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis αδ æqualis est basi γβ, & triangulū αεδ ipsi γεβ triāgulo æquum est, quare & angulus qui sub δαε angulo qui sub εβγ est æqualis. Est autē & qui sub αεκ angulus ei, qui sub βεθ æqualis: bina igitur sunt triāgula (per 26 primi) ακε, βεθ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unū latus uni lateri æquum ad æquos angulos, αε ipsi εβ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebūt: æqualis igitur est κε ipsi εθ, & ακ ipsi βθ. Et quoniā æqualis est αε ipsi εβ, cōmunis autem & ad angulos rectos ζε, basis igitur ζα (per 7 primi) basi ζβ, est æqualis. Id propterea & ζγ ipsi ζδ est æqualis. Et quoniā æqualis est αδ ipsi γβ, est autem & ζα ipsi ζβ æqualis, duæ igitur ζα, αδ, duabus ζβ, γβ, æquales sunt altera alteri, & basis ζδ, basi ζβ est æqualis: & angulus igitur qui sub ζαδ, angulo qui sub ζβγ est æqualis. Et quoniam rursus ostensum quod ακ ipsæ βθ est æqualis, sed ζα ipsi ζβ est æqualis, binæ iā ζα, ακ, duabus ζβ, βθ, sunt æquales, & angulus qui sub ζακ, ostensus est æqualis ei qui sub ζγθ, basis igitur ζκ (per 4 primi) basi ζθ est æqualis. Et quoniā rursus æqua est ostensa κε ipsi εθ, cōmunis autem εζ, duæ igitur κε, εζ, duabus θε, εζ sunt æquales & basis ζθ, basi ζκ est æqualis: angulus igitur qui sub κεζ, angulo qui sub θεζ est æqualis, uterq; igitur ipsorū κεζ, θεζ, angulorū rectus est. Ipsa igitur ζε, ad ipsam κθ contingenter per ε ductā, recta est. Similiter iā demonstrabimus, quod ζε ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectū autem planū, est quod fit per ipsas αβ, γδ, rectas lineas. Ipsa igitur ζε ad angulos rectos est ei quod per αβ, γδ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



5 I super tres lineas conterminales cōmuni earū termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineę in una superficie sitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super communē terminum triū linearum b c, b d, b e, angulariter se contingentium in puncto b, quarū nulla alij directē applicetur, quod idē est ac si inuicem secent in puncto e, protractæ enim se secabunt. Dico quòd tres li-

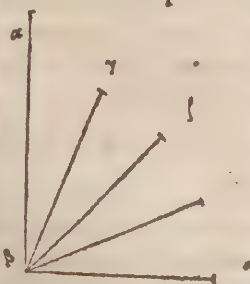
neæ b c, b d, b e sunt in una superficie sitæ. Constat autē de quibusq; earū duabus quod ipsæ sunt in una superficie sitæ, per 2 huius uel per primā partē secūdę huius. Si igitur linea b d nō fuerit in superficie duarū linearū b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autē in sublimi, erit ut hæc superficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si protrahatur & per illud quod notū est super quartā, secet illā in qua sitæ sunt b c & b e, eritq; per 3 huius cōmunis earū sectio linea recta, et ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpēdicularis ad superficiē duarū linearū b c & b e, sequitur ex diffinitione ut ipsa sit perpēdicularis ad lineā b f, quare angulus a b f, est rectus. Cūq; etiā angul⁹ a b d sit rect⁹ ex hypothesi, sequitur impossibile: uidelicet partē suo toti esse ęqualē.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 5.*

Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicē tangētibus, ad angulos rectos in cōmuni cōtactu extiterit, ipsę tres rectæ lineę in uno sunt plano. 5

THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædā α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos communi contactu β cōstituatur. Dico quòd ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Nō enim, sed si poßibile est, sint ipsæ quidem β δ, β ε, in subiecto plano ipsa autē β γ in sublimi, protendaturq; per ipsas α β, β γ, planū. Cōmunē sectionē, in quā, faciet in subiecto plano, & rectā efficiet lineam (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarū β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectū autē planū est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectum planū, quare (per 1 diffinitionē undecimi) ad omnes eā tangētes rectas lineas & in subiecto plano existētes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autē qui sub α β γ, rectus æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impoßibile. Ipsa igitur β γ recta linea in altiori plano nō est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano: quod erat ostendendum.*

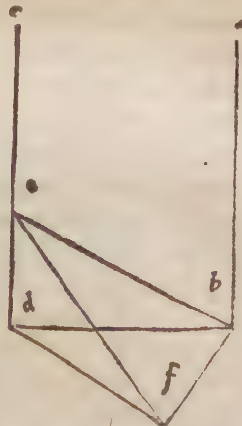


Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



Si fuerint duę lineę super unam superficiē perpendiculares, eas æquidistantes esse necesse est. 6

CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d, perpendiculares ad unam superficiem. Dico eas esse ęquidistantes. Protrahatur enim linea b d, erūtq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in superficie una, ipsę sunt æquidistātes per secūdā partē 28 primi. Ipsas aūt esse in superficie una sic collige. A puncto b super lineam b d, in plano cui perpēdiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, sume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterq; sit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq; cū duo latera e b & b f trianguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & basis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f rectus: itaq; linea f b, perpendiculariter est erecta super cōmunem terminū triū linearū b a, b d, b e, se cōtingentiū angulariter in puncto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cū igitur ex secunda parte secundæ huius linea c d sit in eadē superficie cū utraq; linearū e b & b d, sequitur a b & c d esse in superficie una: constat ergo propositū.



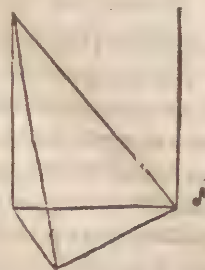
Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. 6

THEON *ex Zamb. Binæ inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidam plano sint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus est α a, ipsi γ δ. Concurrant enim in signis subiecto plano β δ, connectanturq; β δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cōnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniā recta α β linea est ad subiectū planū, & ad omnes igitur eam*

tangentes

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam α β, utraq; ipsarū β δ, β ε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterq; ipsorū angulorū α β δ, α β ε, id propterea etiā uterq; ipsorū γ δ β, γ δ ε, rectus est. Et quoniā α β ipsi δ ε est æqualis, cōmunis autē β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniā æqualis est α β ipsi δ ε, sed & α δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, sunt æquales, & ipsorū cōmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α β ε (per 8 primi) angulo qui sub ε δ α, est æqualis: rectus autē qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipsam δ α, recta est, est autē & ad utranq; ipsarū β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in cōtactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ (per 5 decimi) in uno sunt plano, et in quo sunt ipsæ β δ, δ α, in eodem & α β: omne enim triangulū in uno est plano (per 2 undecimi) Ipsæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterq; ipsorū α β δ, β δ γ, angulorū, rectus est: parallelus igitur est α β, ipsi γ δ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad āgulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipsæ rectæ lineæ: quod erat ostendendum.

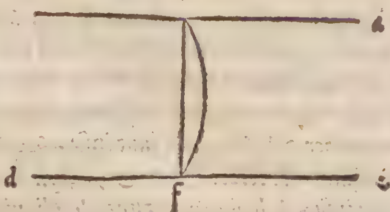


Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7 

Si in duabus lineis æquidistantibus, duobus pūctis signatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eā quoq; in eandē sitam esse necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, de quibus cōstat per diffinitionē quòd ipsæ sunt in superficie una, in eis autē signētur duo pūcta e et f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, esse sitā in superficie linearū a b & c d. Sin autē sit e f in alia superficie ut in sublimi, de eādēs quoq; superficies si protrahatur, secabit necessariò superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, communis sectio earū, linea recta eisdē punctis terminata. Quod est impossibile sic enim duæ rectæ lineæ concluderent superficiem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 Si fuerit binæ rectæ lineæ parallelæ, assumanturq; in ipsarū utraq; cōtingētia signa, ad ipsa signa cōnexa recta linea in eodē est plano cū ipsis parallelis.

THEON ex Zāb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, sumāturq; in ipsarū utraq; utcūq; signa ε ζ. Dico quod ad ipsa ε ζ, signa * adiecta recta linea, in eodē est plano cū ipsis parallelis. Nō enim, sed si possibile esto in sublimiori sicut ε η ζ, * exciteturq; per ε η ζ, planū, sectionē iā faciet in supposito plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolā cōprehendunt. Quod est impossibile (per ultimā communē sententiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nō est. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumāturq; in ipsarū utraq; utcūq; signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodē est cū ipsis parallelis plano: quod ostendere oportebat.*

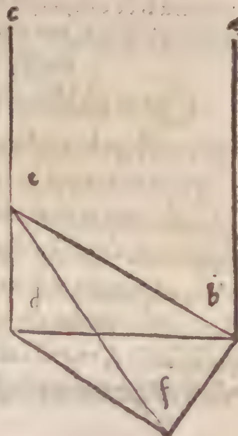
ἐπιζευγνυμένη. διήχθω.

Euclid. ex Cāp. Propositio 8.

8 

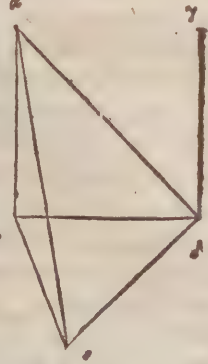
Si in idē planū duæ rectæ lineæ æquedistāter erigāt, altera uerò earū orthogonaliter sistat reliquā quoq; idem planum perpendicularē esse cōueniet.

CAMPANVS. Hæc est quasi cōuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earū altera ut c d erecta perpēdiculariter super superficiē quālibet. Dico reliquā earū quæ est a b, esse perpēdicularē ad eādē superficiē Fiat enim prorsus eadē dispositio quæ in sexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorum f b e, & f d e, rectus: primus quidē, per positionē, secūdus autē, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b est perpēdiculariter erecta super superficiē in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadē superficie cū



duabus lineis b d & b e, sequitur lineã f b esse perpendiculariter erectã supra superficiẽ in qua est linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiã angulus d b a est rectus per ultimã partẽ 29 primi, sequitur ꝑ 4 huius, lineã a b esse perpẽdicularẽ ad sᵱficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ b d & b f: quare cõstat propositum. *Euclid. ex Zãb. Theorema 2. Propositio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit. 8



THEON ex Zãb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, altera autẽ ipsarũ, hoc est αβ, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico q, reliqua γδ, eidem plano ad angulos rectos erit. Cõcurrãt enim ipsæ αβ, γδ, in subiecto plano in signis βδ, cõnectãturq; (per 1 postulatũ) βδ. Igitur ipsæ αβ, γδ, βδ, in uno sunt plano. Exciteturq; (per 11 primi) ipsi βδ ad angulos rectos in subiecto plano δε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi αβ æqualis δε, cõnectanturq; βε, αδ. Et quoniã αβ recta est ad subiectũ planũ, & ad omnes igitur eã tãgẽtes rectas lineas & in subiecto plano existẽtes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta est ipsa αβ. Igitur uterq; ipsorũ αβδ, αβε, angulorũ rectus est. Et quoniã in parallelos αβ, γδ, recta linea incidit βδ, igitur ipsi anguli αβδ, γδβ, duobus rectis sunt æquales (per 29 primi) rectus autẽ est qui sub αβδ, rectus igitur & qui sub γδβ, igitur γδ, ad βδ recta est. Et quoniã αβ ipsi δε est æqualis, cõmunis autẽ βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, sunt æquales, & angulus qui sub αβδ, angulo qui sub εδβ est æqualis, rectus enim uterq;: basis igitur αδ (per 4 primi) basi βε est æqualis. Et quoniã αβ ipsi δε est æqualis, et βε ipsi αδ, binæ igitur αβ, βε, sunt æquales altera alteri, et cõmunis ipsarũ basis αε. Angulus igitur qui sub αβε, angulo qui sub εδα est æqualis (per 8 primi) Rectus autẽ est qui sub αβε, rectus igitur & qui sub εδα. Igitur εδ, ad αδ recta est, sed recta est etiã ad ipsam δβ, igitur εδ, ad id quod per βδ, δα, planũ recta est: & ad omnes igitur eã tãgentes rectas lineas & existentes in eo quod per βδ, αβ, plano rectos efficiet angulos ipsa εδ (per 2 undecimi diffinitionẽ) In eo autẽ quod per βδ, δα, plano est ipsa δγ. Quoniã igitur in eo quod per βδ, δα, plano sunt ipsæ αβ, βδ, in quo autẽ ipsæ αβ, βδ, in eodẽ est & δγ, igitur εδ ipsi δγ ad angulos est rectos. Quare & γδ, ipsi δε ad rectos angulos est. Est autẽ et γδ ipsi δβ ad angulos rectos. Igitur ipsa γδ, duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescẽtibus δε, δβ, ab ipsa δ sectione ad angulos rectos stetit. Quare ipsa γδ, in eo quod per δε, δβ, plano ad angulos rectos est (per 4 undecimi) Subiectũ autẽ planũ est, quod per δε, δβ. Igitur ipsa γδ in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit: quod ostẽdisse oportuit. *Euclid. ex Camp. Propositio 9.*

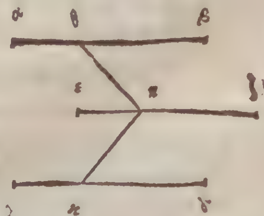


I duæ lineæ uni nõ in una superficie æquidistãt, eas quoq; sibi inuicẽ æquidistare necesse est. 9

CAMP. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d ęquidistãs lineæ e f, nec sint oẽs in superficie una. Dico quòd eædẽ quoq; sibi inuicẽ sunt æquidistãtes. De ijs quidẽ quæ sunt oẽs in superficie una, probatũ est per 30 primi. At uerò de ijs quę in una superficie nõ sunt, ut est hic e f quæ intelligatur sursũ erecta in sublimi, restat hoc loco probãdũ. Signetur itaq; in ea pũctᵘ g, à quo educãtur duę perpẽdiculares ad duas lineas a b et c d, quę sint g h et g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad superficiẽ, uidelicet illã in qua sunt sitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmissam bis assumptã utraq; illarum duarum linearũ a b & c d, perpẽdicularis est ad eandẽ superficiẽ uidelicet ad illam in qua sitæ sunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipsæ sunt sibi inuicem æquidistantes: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

Quæ eidẽ rectæ lineę parallelæ nec eidẽ in eodẽ existentes plano, adinuicẽ sunt parallelæ. 9

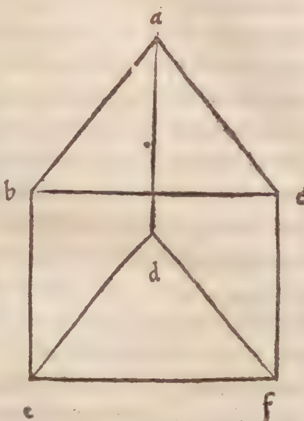


THEON ex Zãb. Sit enim utraq; ipsarũ αβ, γδ, ipsi εζ parallelus nõ existẽs eidẽ in eodẽ plano. Dico q, parallelus est αβ ipsi γδ. Sumatur enim in ipsa εζ, utcũq; signũ κ. Et ab ipso κ, ipsi εζ, in eo quod per εζ, αβ, plano ad angulos rectos excitetur κθ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζε, γδ, ipsi εζ rursus ad angulos excitetur rectos κκ. Et quoniã εζ ad utrãque ipsarũ κθ, κκ, recta est, igitur (per 4 undecimi) εζ, ad id quod per κθ, κκ, planũ ad angulos est rectos, et εζ ipsi αβ parallelus est, & αβ igitur ei quod per κθ, κκ, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa γδ, ei quod

δ, ei quod per η θ, ι κ, plano ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarum α β, γ δ, ei quod per η θ, ι κ, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidẽ plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur est α β, γ δ: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 I duæ lineæ se angulariter cõtingẽtes, duabus alijs se cõtingẽtibus eis oppositis æquidistãtes fuerint, nõ autem in superficie una, qui ab eis fiũt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingẽtes in pũcto a, æquidistãtes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter cõtingentibus in pũcto d, nec sint cũ eis in superficie una. Dico angulũ a esse æqualem angulo d. Esto enim linea d c æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistãs, & d f æqualis a c, cui etiã ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineę d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearum b e & e f, æqualis & ęquidistans lineę a d: per conceptionem igitur et pręmissam, eędem sunt ęquales & ęquidistantes sibi inuicẽ, et itaq; per 33 primi denuo repetitam duę lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

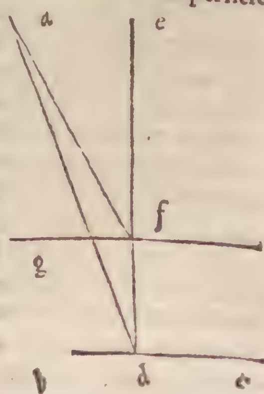
10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicẽ tãgẽtes, ad binas rectas lineas sese inuicẽ tãgẽtes parallelæ, in eodẽ nõ fuerint plano, æquales angulos cõprehẽdent.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquã, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicem tangentes parallelæ sint non tamẽ in eodẽ plano. Dico q angulus qui sub α β γ, æquus est angulo δ ε ζ.* * ἀπειλήφθωσαν.
Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicẽ æquales, cõnectãturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε, æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ, ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autẽ eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodẽ plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) et α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicẽ sese tãgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendunt: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

11 Vncto in aëre assignato, ab eo ad datã superficiẽ perpẽdicularẽ ducere.

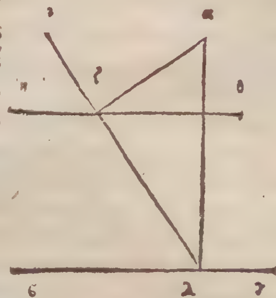
CAMP. Sit pũctus a, sursum in aëre, à quo uolumus ad superficiẽ subiacẽtẽ, perpẽdicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcũq; cõtigerit, ad quã ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secũdũ doctrinã 12 primi. Rursusq; à pũcto d, in plano illo ad quod ducenda est perpẽdicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpendicularis ad lineã b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineã d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à pũcto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eã quã intendimus. Sit enim linea f g æquidistãs lineę b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f, est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpendicularis ad superficiẽ in qua est triangulus a d f, ideoq; etiã per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eãdem superficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cũq; etiam angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineã a f esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ d f & f g: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpẽdicularẽ lineã ducere.

Διήχθω THEON ex Zamb. *Sit datum quidē signū in sublimi α, datū autē planū suppositū. Oportet iam ab ipso α signo, in subiectū planū perpendicularē rectā lineā ducere. Extendatur enim quædam in subiecto plano recta linea utcunq;, sitq́; βγ, exciteturq́; (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam βγ, perpendicularis αδ. Si igitur αδ perpendicularis est ad subiectū planū factū iam est quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi βγ in subiecto plano ad angulos rectos δε. Exciteturq́; (per 11 primi) ab ipso α, in ipsam δε, perpendicularis αζ, & per ζ signū ipsi βγ paralellus excitetur (per 31 primi) ζθ. Et quoniā βγ utriq; ipsarum δα, δε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) βγ ad id quod per εδα planū ad angulos est rectos. Et ei paralellus est ηθ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ paralellæ, altera uerò ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planū ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur ηθ ei quod per εδα, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per εδα, plano existentes, ipsa ηθ recta est (per conuersionē diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autē ipsam, ipsa αζ existens in eo quod per εδα, plano. Igitur ηθ, ad ipsam ζα recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζα, recta est ad ipsam ηθ. Est autē & αζ ad ipsam δε recta, igitur αζ utrāq; ipsarum θη, δε, recta est. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem se tangentibus in cōtactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζα ad id quod sub εδ, ηθ, planū ad angulos rectos est. Quod autē per εδ, ηθ, planū est subiectū. Ipsa igitur αζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planum perpendicularis recta linea acta est: quod facere oportebat.* Euclid. ex Zamb. Propositio 12.





Superficie proposita, punctoq́; in ea assignato, ab eo pūcto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMPANVS. Cum à pūcto quolibet in superficie proposita assignato, perpēdicularē educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aëre ad libitū posito, ad eādē superficiem perpēdicularē (quemadmodū præmissa docuit) demitte, quæ si in assignatum punctum ceciderit, ipsa est quam quæris. Sin autem, ab ipsa assignato puncto ad demissam perpendicularem, æquidistantem ducito, eamq́; per 8 huius probabis esse quam quæris.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 12.

Ad datū planū, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectā lineā constituere. THEON ex Zamb. *Sit datū planū suppositū, signū autē in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineam constituere. Intelligitur signū quoddā in sublimi, sitq́; β, & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectū planū perpendicularis excitetur βγ, exciteturq́; (per 11 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos αδ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt αδ, γβ, altera autē ipsarū βγ ad subiectum planū ad rectos est angulos, reliqua igitur αδ ad subiectū ad angulos est rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planum, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est αδ. Quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. Propositio 13.



Duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est. 13

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemq́; superficiei super punctū unum perpendiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpendiculares sitæ sunt intelligatur produci quousq; secet in superficiē, cui dictæ lineæ perpendiculariter insistunt, eritq́; per 3 huius, communis earum sectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarū duarū perpendiculariū cum cōmuni sectione continet angelum rectū, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodum autē demōstratum est, impossibile esse ab uno eodēq; puncto extra superficiē duas lineas super punctū unum ad eandē superficiē esse perpendiculares, ita etiā demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodēq; puncto extra superficiē signato ad eandē superficiē protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistantes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitione linearum æquidistantiū. Constat igitur ex hac, quòd si aliqua superficies plana aliā planam superficiem orthogonaliter secet, & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur, in communi earum sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem puncto secātis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur, docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum communi sectione, alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritq́; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continēt hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium,

etiam est perpendicularis ad superficiem sectā. Ergo ab uno pūcto protractæ sunt duæ lineæ perpendiculares ad eandem superficiem, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositū nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 13.*

13 Ab eodem signo, ad idem planū binę rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

THEON *ex Zamb. Si enim poßibile, ac eodem signo α, ad idem planū binæ rectæ lineæ α β, α γ, ad angulos rectos constituantur ad easdem partes.* ✱ Extēdaturq; per β α, α γ, planū. *Quod iam efficiet sectionem per α in subiecto plano lineā rectā, efficiat lineā δ α ε. Ipsæ igitur α β, α γ, δ α, in uno sunt plano (per 3 undecimi) Et quoniā γ α ad subiectū planū ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tāgentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionem) Ipsam autem tangit δ α ε in subiecto existens plano. Igitur angulus qui sub γ α ε, rectus est, & id propterea angulus qui sub β α ε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γ α ε ei qui sub β α ε, & in uno sunt plano. Quod est impoßibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes: quod oportuit demonstrasse.* διήχθω.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*



14 SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

CAMPANVS. Posita enim una linea duabus superficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est superficies illas cōcurrere, in earum communi sectione, quę per 3 huius erit linea recta, punctus quocūq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duabus superficiebus ad lineam illam quæ ipsis perpendiculariter superstat protrahatur, erit constitutas triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui super perpendicularē cōsistunt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineę super superficiem perpendiculariter stantis, hoc autem est impossibile per 32 primi. Econuerso quoq;, uidelicet,

Si super duas superficies æquidistātes linea recta ceciderit, quæ ad alterā earū perpēdicularis sit, ipsa quoq; perpēdicularis erit ad reliquam.

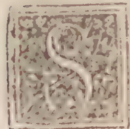
Positis enim duabus superficiebus æquidistantibus, intelligatur linea recta ambas penetrans quæ alteri earū perpendiculariter superstat. Dico quòd eadē linea reliquæ superficiei perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secās positas superficies æquidistātes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere, consistens angulū rectū cum ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius superficiei secātis & reliquæ duarū sectarū cū eadem linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione, primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partē protractę necessariò concurrant, quare & superficies quæ positæ sunt æquidistātes, necessariò cōcurrēt. Et quia hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodēq; modo erit de qualibet alia superficie easdē superficies æquidistātes secāte super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, cōstat uerū esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 14.*

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

THEON *ex Zamb. Recta enim quædā linea α β, ad utrūq; γ δ, ε ζ, planorū, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela sunt ipsa plana. Si aūt nō,* ✱ *extēsa cōcurrūt. Cōcurrāt. Efficiēt iā cōmunē sectionē lineā rectā, efficiāt η θ (p 3 undecimi) assumaturq; in ipsa η θ, utcūq; signū κ, cōnectāturq; α κ, β κ. Et quoniā α β recta est ad ipsum ε ζ planū, & ad ipsam igitur β κ rectā lineam existentē in ipso ε ζ extenso plano, recta est ipsa α β. Igitur angulus qui sub α β κ, rectus est. Et id propterea etiam angulus qui sub β α κ, rectus est. Trianguli igitur α β κ, anguli qui sub α β κ, β α κ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impoßibile (per 17 primi) Igitur ipsa γ δ, ε ζ, plana, extēsa nō cōcurrūt, parallela igitur sunt ipsa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt: quod oportebat ostendere.* ἐκβαλλόμενα.

Eucl. ex Camp. *Propositio 15.*



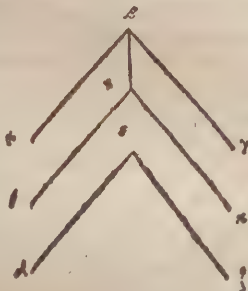
15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistātes alijs duabus se contingentibus, non autē in superficie una, ab

eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunque producantur, poſſunt concurrere.

Campanvs. Sint duæ lineę a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingentibus in puncto d, & non ſint in ſuperficie una, dico earum ſuperficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim à puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad ſuperficiem duarũ linearũ a b & a c, ſitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidiſtãs a b, & g K, æquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g K, & linea d e æquidiſtans lineæ g h, quare per ultimam partem 29 primi, uterq; duorum angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si binæ rectæ lineæ ſeinuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeinuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quæ per ipſas plana. 15



ἐκβαλλόμενα. συμβαλλεῖται.

THEON *ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tãgentes αβ, βγ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes δε, εζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quòd* *educta *quæ per αβ, βγ & δε, εζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δε, εζ, planum perpendicularis βη, &* *ex*tẽdatur in planũ per η ſignũ. Et per η, ipſi quidẽ εδ parallelus excitetur (per 31 primi) ηθ, ipſi autẽ εζ, ipſa ηκ. Et quoniã βη ad id quod per δε, εζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δε, εζ, plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autẽ ipſam utraq; ipſarũ ηθ, ηκ, exiſtens in eo quod per δε, εζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorũ qui ſub βηθ, βηκ, angulorũ. Et quoniã parallelus eſt βα ipſi ηθ, ipſi igitur ſub ηβα, βηγ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub βηθ, rectus igitur eſt qui ſub ηβα, igitur ipſa ηβ, ipſi βα, ad angulos rectos eſt. Id propterea etiã βη, ipſi βγ ad angulos rectus eſt. Quoniã igitur recta linea βη duab. rectis lineis βα, βγ, ſeſe inuicẽ tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) βη, & ad id quod per βα, βγ, planũ ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per ηθ, ηκ, plano recta quod uero per ηθ, ηκ planũ, id eſt quod per δε, εζ, ipſa igitur βη ei quod per δε, εζ, plano recta eſt. Igitur βη ad utrũq; eorum quæ per αβγ, δεζ, planorũ, recta eſt. Plana autem ad quæ eadẽ recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur eſt quod per αβ, βγ, planum, ad id quod per δε, εζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodẽ plano parallela ſunt quæ per ipſas plana: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.



SI duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt. 16

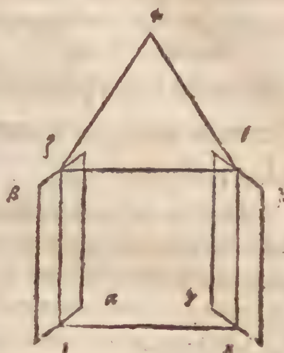
Camp. Conſtat equidẽ ex tertia, quod una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtãtes ſecãte, cõmunes earũ ſectiones erũt duæ lineæ rectæ. Quę cũ ſint ambę ſitæ in ſuperficie ſecante, ſi ipſe non fuerint ęquidiſtãtes, ponãtur ad quodlibet unũ punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus ſit in utraq; illarum duarũ ſectionũ communium. Cumq; una illarũ communium ſectionum ſit in una duarũ ſuperficierum ſectarum & reliqua in altera, ſequitur ſuperficies illas quæ poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes concurrere, hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur communes earum ſectiones æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Campanvs. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionem unam ſimilem trigeſimæ primi, uidelicet iſtam ipſam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoq; erunt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidiſtat mediæ, dico quòd neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoque inuicem ſecantibus, eruntq; ex hac

ex hac 16 communes sectiones duarum extremarũ superficierum, æquidistantes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in communi sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Euclid. ex Zãb. Theorema 14. Propositio 16.

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



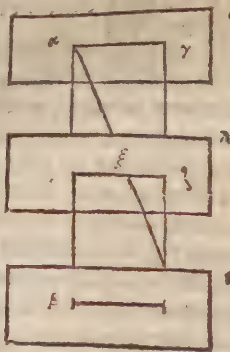
THEON ex Zãb. Bina, inquã, plana parallela α β, γ δ, à plano ε ζ η θ secentur, communes autẽ ipsorũ sectiones, sint ε ζ, η θ. Dico q, parallelus est ε ζ, ipsi η θ. Si autẽ nõ, productæ ipsæ ε ζ, η θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε η concurrunt. Producantur primũ ad ζ θ partes, & concurrant in κ. Et quoniã ε ζ κ est in plano α β, & omnia igitur quæ in ipsa ε ζ signa in ipso α β sunt plano (per 2 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in ε ζ κ recta linea signorũ, est κ: igitur κ, in ipso est α β plano, & id propterea etiam κ, in ipso γ δ, est plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Ipsæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; ostendemus, quod ipsæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε η productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimã diffinitionẽ primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est ε ζ, ipsi η θ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostẽdendũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 17.

17 I superficies tres uel plures æquidistãtes duas rectas lineas seinuicem contingentes uel æquidistantes secent, illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

CAMPANVS. Intelligãtur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres superficies æquidistantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantib. superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ superficies propositas, in superficie una illas æquidistãtes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum communes sectiones, quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 17.

17 Si binæ rectę lineę à planis parallelis secẽtur, in easdẽ rationes secabũtur.



THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis η θ, κ λ, μ ν, secentur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signa. Dico quòd est sicut α ε recta linea ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ. Connectantur α γ, β δ, α δ, & concurrat α δ ipsi κ λ plano in ξ signo, connectaturq; ε ξ, ξ ζ. Et quoniã bina plana parallela κ λ, μ ν, à plano ε β, δ ξ, secantur, ipsorum communes sectiones ε ξ, β δ, parallelæ sunt (per 16 undecimi) Idq; propterea quoniã bina plana parallela η θ, κ λ, à plano α ξ, ζ γ, secantur, communes ipsorum sectiones α γ, ξ ζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta est ε ξ, proportionaliter igitur sicut α ε ad ε β, sic est α ξ ad ξ δ. Rursus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta est ξ ζ, proportionaliter igitur sicut α ξ ad ξ δ, sic γ ζ ad ζ δ, patuit autem & sicut α ξ ad ξ δ, sic α ε ad ε β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secẽtur.

Eucl. ex Camp. Propositio 18.

18 I in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiẽ, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

ciem assignatã, erit earũ communis sectio linea recta ex 3 huius, sitq; b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq; ex secnda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq; ex 8 huius, linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineam b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erectæ: constat uerum esse quod propositum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 18.*

Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18

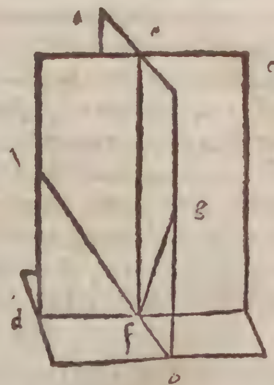
THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quòd & omnia quæ per α β plana, ad subiectũ planum ad angulos rectos sunt. Extẽdatur, inquam, per α β, planum δ ε, sitq; (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε linea plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signũ ζ, & ab ipso ζ, (per 12 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectũ planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. Ipsa autem α β, ad subiectum planũ ad angulos rectos est, & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionem undecimi) planũ ad planũ rectum est quando quæ cõmuni sectioni planorũ ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorũ cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



Si duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit. 19

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiẽ, sitq; cõmunis earũ sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpendicularẽ ad assignatam superficiem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierum secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d & ipsa sit f h, eruntq; duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiẽ assignatã. Hoc autem, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraq; duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq; duarũ linearum f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, sit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpẽdicularẽ ad lineam f b, quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g



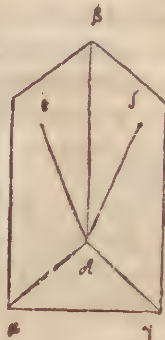
continebit

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoque modo protracta alia linea à puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam, quod est impossibile per 13 huius. Quod si confiteare lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatã. Quod nihil minus est impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 19*

19 Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorum communis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

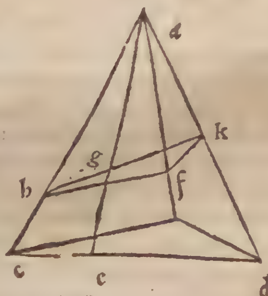
THEON ex Zamber. *Binæ etenim plana $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit $\beta\delta$. Dico quod ipsa $\beta\delta$, ad subiectũ planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidem $\alpha\beta$, ipsi $\alpha\delta$ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa $\delta\varepsilon$, in plano autem $\beta\gamma$, ipsi $\gamma\delta$ ad angulos rectos $\delta\zeta$. Et quoniam planum $\alpha\beta$ ad subiectum planum rectum est, & communi ipsorum sectioni $\alpha\delta$ ad angulos rectos, $\alpha\delta$ in ipso $\alpha\beta$ plano excitatur $\delta\varepsilon$, igitur $\delta\varepsilon$ ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus, quod & $\delta\zeta$ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdẽ partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, α signo γ ad angulos rectos non cõstituetur alia, præter $\delta\zeta$ communem sectionem, ipsorum $\beta\alpha$, $\delta\gamma$, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*



Eucl. ex Camp. *Propositio 20.*

20 SI tres anguli superficiales solidum angulum contineant, illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angul⁹ in pũcto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a cõstituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantum æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualiũ, constat per cõmunem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineã a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunque contingat, in superficie duarum linearum a c & a d, quousque secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoque per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

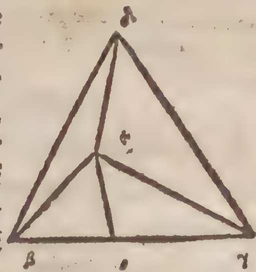


Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 20.*

21 Si solidus angulus sub tribus angulis plenis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunque suscepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est $\beta\alpha\gamma$, $\gamma\alpha\delta$, $\delta\alpha\beta$, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunque suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub $\beta\alpha\gamma$,*

γαδ, δαβ, anguli sunt inuicem æquales, manifestum est quòd bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub ζαγ, constituaturq́; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus ζαε, ponaturq́; (per 2 primi) ipsi αδ æqualis αε, & per ε signũ ducta βεγ linea, dissecet ipsas αβ, αγ, rectas lineas in signis ζ, γ, connectanturq́; δβ, δγ. Et quoniã δα ipsi αε est æqualis, cõmunis aũt αβ, duæ igitur δα, αβ duabus δα, αε, sunt æquales, & angulus qui sub δαβ, angulo qui sub βαε est æqualis: basis igitur δζ (per 4 primi) basi βε est æqualis. Et quoniã duæ δζ, δγ, ipsa βγ sunt maiores, quarum δβ ipsi βε ostensa est æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior est. Et quoniam ipsa δα ipsi αε æqualis, cõmunis autẽ αγ, & basis δε basi εγ maior est, angulus igitur qui sub δαγ, angulo qui sub εαγ maior est. Ostensum autem est, quòd & qui sub δαζ, est æqualis ei qui sub βαε. Ipsi igitur qui sub δαβ, δαγ, eo qui sub βαγ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.

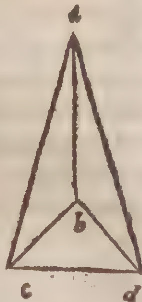


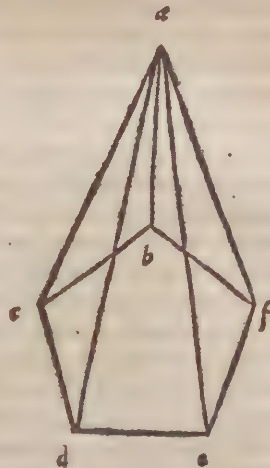
Euclid. ex Camp. — Propositio 21.



Mnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur. 21

Campanvs. Anguli solidi quantitas, ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quę est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, quòd ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triã gulorum prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his sex angulis demptis erunt ex communi scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituunt solidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quàm tribus contineatur, quod erit secundum multitudinem angulorum suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorum suæ basis duplicatus, eo quòd tot necesse est esse triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorum suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui super latera basis ipsius pyramidis cõsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessariò sequitur ex communi scientia, superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



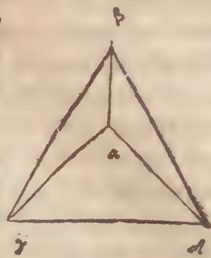


Euclid. ex Zamb. — *Theorema 19.* — *Propositio 21.*

Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 21

Theon ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis angulis qui sub αβγ, δαγ,*

δαγ, δαβ. Dico quòd ipsi βαγ, δαγ, δαβ, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumatur, inquam, in unaquaq; ipsarū αγ, αβ, αδ, rectarū linearū signa utcunq;, sintq; β, γ, δ, cōnectanturq; βγ, γδ, δβ. Et quoniā solidus angulus est qui ad β, sub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc est, sub ijs qui sub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; sumpti, reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γβα, αβδ, eo qui sub γβδ sunt maiores. Et idpropterea qui sub βγα, αγδ, eo qui sub βγδ sunt maiores, & insuper qui sub γδα, αδβ, eo qui sub γδβ sunt maiores. Igitur sex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc est eis qui sub γβδ, βγδ, γδβ, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniam uniuscuiusq; ipsorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui sub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, sex rectis sunt æquales. Quorū qui sub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, comprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat ostendendum.

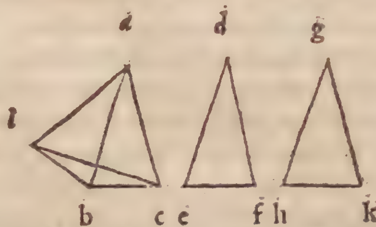


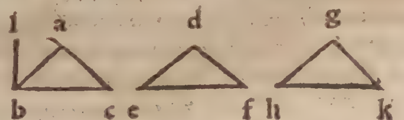
Eucli. ex Camp. Propositio 22.

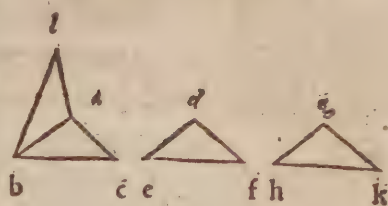


22 SI tres anguli superficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores, cunctis sibi inuicem æquis lineis cōtineantur, de tribus basibus angulos illos ab ipsorum linearum æqualium terminis subtendentibus, triangulum substitui uel constitui possibile est.

CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio sint maiores, sintq; sex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ sunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulū aio constitui posse. Esto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahatur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uerò constat, totalem angulū a esse maiorem angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumq; sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multofortius maiores linea h k. Quia igitur l b est æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Constat itaq; hoc modo, quasque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse lōgiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, quod si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erunt duç lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c sint longiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uerò si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.





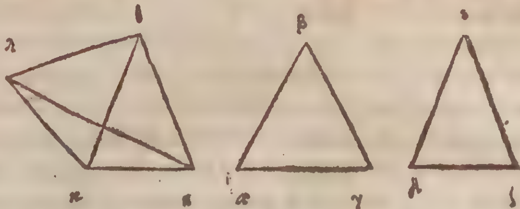


Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

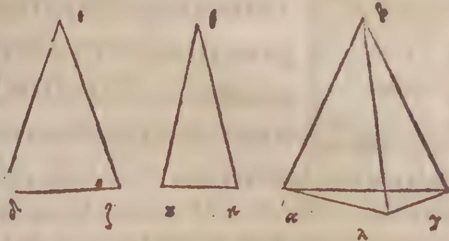
22 Si fuerint tres anguli plani, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex cōnectentibus æquales rectas lineas triangulū cōstitui, est possibile.

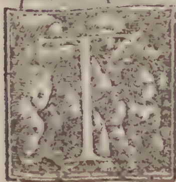
THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; sumpti, hoc est αβγ, δεζ, ipso ηθκ, ipsi autem qui sub δεζ, ηθκ, ipso αβγ, & insuper qui sub ηθκ, αβγ, eo qui sub δεζ, sintq; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, cōnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Dico quod ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulū constituere est possibile, hoc est quod ipsarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocūq; sumptæ reliqua sunt maiores. Si quidem qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem sunt æquales, manifestū quod & ipsis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicē factis, est possibile ex æqualibus ipsis*

α γ, δ ζ, η κ, triangulũ construi. Si autẽ non, sint inæquales. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam θ λ rectã lineã, & ad signũ in ea θ, angulo qui sub α β γ, æqualis, angulus qui sub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis θ λ, cõnectanturq; κ λ, η λ. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus κ θ, θ λ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo qui sub κ θ λ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Et quoniam qui sub α β γ, η θ κ, eo qui sub δ ε ζ sunt maiores, æqualis autẽ qui sub κ θ λ eis qui sub α β γ, & η θ κ, qui igitur sub η θ λ eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniã duæ η θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ sunt æquales, & angulus qui sub η θ λ angulo qui sub δ ε ζ maior est, basis igitur η λ (per 24 primi) basi δ ζ maior est. Sed ipsæ η κ, κ λ, ipsa η λ sunt maiores, multomagis igitur η κ, κ λ, ipsa δ ζ sunt maiores. Aequalis autem est κ λ, ipsi α γ: ipsæ igitur α γ, η κ, reliqua δ ζ sunt maiores. Similiter iã ostẽdemus, quòd & ipsæ quidẽ α γ, δ ζ, ipsa η κ sunt maiores, & η κ, δ ζ, ipsa α γ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ cõfici: quod ostẽdendũ erat.



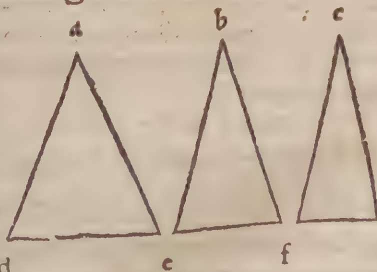
ALITER. *Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo reliquo sint maiores quomodocũq; assumpti. Cõprehendant autẽ ipsos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ. Cõnectanturq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ. Dico quòd ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triã gulũ cõstrui est possibile, hoc est rursus quòd duæ reliquæ sunt maiores quomodocũq; assumptæ. Siquidẽ rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ æquales, & duæ reliqua erũt maiores. Si autẽ non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorum ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipsarũ δ ζ, η κ, & manifestũ, quod α γ cum utraq; ipsarũ δ ζ, η κ, reliqua maior est. Dico quod & δ ζ, η κ, reliqua α γ sunt maiores. Cõstituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad signũq; in ea β, ei qui sub η θ κ angulo æquus qui sub α β λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis β λ: cõnectãturq; α λ, λ γ. Et quoniam duæ α β, β λ, duabus η θ, θ κ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehẽdũt: basis igitur α λ (per 4 primi) basi η κ est æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub α β γ sunt maiores, quorũ qui sub η θ κ, eo qui sub α β λ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λ β γ maior est, & quoniã duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δ ε ζ, angulo qui sub λ β γ maior est, basis igitur δ ζ (per 24 primi) basi λ γ maior est. Ostẽsum aũt est quòd æqualis est η κ ipsi α λ. Ipsæ igitur δ ζ, η κ, ipsis α λ, λ γ, sunt maiores. Sed ipsæ α λ, λ γ, ipsa α γ, sunt maiores, multomagis igitur δ ζ & η κ, ipsa α γ sunt maiores. Ipsarũ igitur α γ, δ ζ, η κ, rectarum linearum duæ reliqua sunt maiores, quõcunq; assumptæ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici: quod oportuit ostẽdere.* Euclid. ex Camp. Propositio 23. 23





Ribus angulis superficialibus propositis, quorum quicq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere.

CAMPANVS. Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolum⁹ unũ solidũ angulũ cõstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quicq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores, & ex 27 hui⁹ ut oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uerò eos continẽtia cũcta adinuicẽ sint ęqualia, eisq; subtẽdãtur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq; ex pręmissa possibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triãgulũ cõstitui. Sit igitur ex eis secũdũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circũscribatur circulus d e f supra cẽtrũ g, & pertrahatur g d, g e, g f. Quæ cũ sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq; tres propositos angulos ambiẽtia ęqualia ex hypothesi, necesse est ut earum quælibet quolibet illorũ laterũ sit minor, æqualẽ aũt aut maiorẽ esse est impossibile. Si enim linea exiẽs à cẽtro g, circũferẽtiã circuli d e f esset æqualis alicui laterum a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propterea quæ posita sunt, annuẽte 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi, protracta



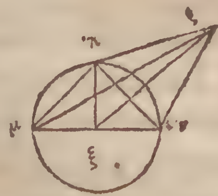
protracta paulisper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, essent etiã tres anguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Quod est cõtra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidentibus triangulũ d e f unoquoq; illi cũ quo cõmunicat in basi, ita qd' bases superponantur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiã potentius. Sit igitur potentius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiem anguli uel circuli d e f, demittanturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres superficiales æquales tribus propositis, cõstituẽtes angulũ solidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse quod facere disposuimus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 23.*

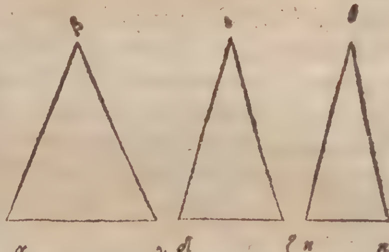
23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uerò ipsos tres, quatuor rectis esse minores.

THEON ex Zãb. *Sint dati tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo quomodocunq; assumpti reliquo sint maiores, insuperq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iã ex æqualibus eis q sub αβγ, δεζ, ηθκ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, cõnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ cõfici est poßibile. Cõstruatur, sitq; λμν, sic ut αγ æqua sit ipsi λμ, & δζ ipsi μν & ηκ ipsi λν. Circũscribatur aũt (per 5 quarti) ipsi λμν triangulo, circulus λμν, sumaturq; (p 1 tertij) ipsius centrũ, qd' quidẽ erit aut intra triãgulũ λμν, aut in uno laterũ ipsius, aut extra, sit prius intra triangulũ, sitq; ξ, cõnectanturq; λξ, μν, νξ. Dico quod αβ, ipsa λξ maior est. Si autẽ non, aut αβ ipsi λξ est æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã αβ ipsi λξ est æqualis, sed αβ ipsi βγ est æqualis, igitur λξ ipsi βγ est æqualis. Ipsa autẽ λξ ipsi ξμ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã αβ, βγ, duabus λξ, ξμ, sunt æquales altera alteri, & basis αβ, basi λμ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub αβγ (per 8 primi) angulo qui sub λξμ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δεζ, ei qui sub μξν est æqualis, & præterea qui sub ηθκ, ipsi qui sub νξλ. Ipsi igitur qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli, ipsis tribus qui sub λξμ, μξν, νξλ, sunt æquales. Sed tres qui sub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis sunt æqua les, & tres igitur qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impoßibile. Igitur αβ ipsi λξ æqualis nõ est. Dico etiã quod nec minor est αβ, ipsa λξ. Si enim poßibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi αβ æqualis ξο, ipsi aũt βγ æqualis ξπ, cõnectaturq; οπ. Et quoniam æqualis est αβ ipsi βγ, æqualis est & ξο ipsi ξπ: quare & reliqua ολ, reliquæ πμ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λμ ipsi οπ, & æquiangulũ est λμξ ipsi οπξ, quẽadmodum igitur ξλ ad ipsam λμ, sic est ξο ad οπ: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut λξ ad ξο, sic λμ ad οπ. Maior aũt est λξ ipsa ξο, maior igitur est & λμ, ipsa οπ. Sed ipsa λμ, posita est ipsi αγ æqualis, & αγ igitur, ipsa οπ maior est. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, sunt æquales, & basis αγ basi οπ maior est, angulus igitur qui sub αβγ, angulo qui sub οξπ maior est (per 25 primi.) Similiter iã ostendemus, qd' & qui sub δεζ, eo qui sub μξν maior est, & qui sub ηθκ eo qui sub νξλ. Ipsi igitur tres anguli qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, tribus qui sub λξμ, μξν, νξλ sunt maiores. Sed qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis supponuntur minores: multo igitur magis qui sub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impoßibile. Nõ igitur αβ minor est quàm λξ. Ostẽsum autẽ est, qd' neq; æqualis, maior igitur est αβ quã λξ.*

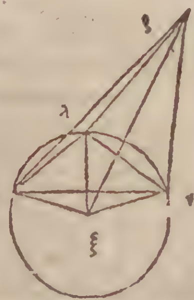
Constituatur iã à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratũ qđ ex α β, eo qđ ex λ ξ, ei æquũ esto qđ ex ξ ρ, cõnectãturq́; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniã ρ ξ recta est & ad ipsius λ μ ν circuli planũ, & ad unãquãq; igitur ipsarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ, (per cõuersionẽ 2 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniã æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, cõmunis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iã id propterea & ρ ν, utriq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicẽ sunt æquales. Et quoniã quo maius est qđ ex α β eo qđ ex λ ξ, ei supponitur æquũ qđ ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis aũt quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquũ est (per 47 primi) qđ ex λ ρ, rectus enim est qui sub λ ξ ρ, Quod igitur ex α β, æquũ est ei qđ ex ρ λ. Aequalis igitur est α β, ipsi ρ λ. Sed ipsi quidẽ α β, æqualis est unaquæq; ipsarũ β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, ipsi aũt ρ λ, æqualis est utraq; ipsarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, unicuiq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, æqualis est. Et cùm duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur q sub λ ρ μ (p 8 primi) ei q sub α β γ est æqualis. Id propterea & q sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub κ θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, κ θ κ, solidus angulus cõstruitur qui ad ρ, cõprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis: quod facere oportebat. Sed iã esto centrũ circuli in uno laterum trianguli, sitq́; in μ ν, estoq́; ξ. Connectaturq́; λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quã λ ξ. Si autẽ nõ, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidẽ μ ν, ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis nõ est. Similiter iã ostẽdemus, qđ neq; minor, igitur ipsa α β, maior est quã λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo qđ ex λ ξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planũ cõstituemus sicut quod ex ρ ξ, cõstituetur problema.



Sed iã esto centrũ circuli extra triangulũ λ μ ν, sitq́; ξ. Cõnectanturq́; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quã λ ξ. Si aũt non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idq́; propterea etiã qui sub κ θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, κ θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, κ θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit aũt quod & maior. Quod est absurdũ. Igitur α β ipsi λ ξ non est æqualis. Itidẽq́; ostẽdemus quod neq; minor. Igitur ipsa α β, maior est quã λ ξ. Et si etiã angulos rectos in circuli plano rursus cõstituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualẽ ponamus eã quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.



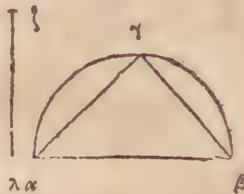
Dico insuper quod α β nõ est minor quã λ ξ. Si enim poßibile, esto. ponaturq́; (per 2 primi) ipsi quidẽ α β æqualis ξ ο, ipsi aũt β γ æqualis ξ π. Connectaturq́; ο π. Et cùm æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiãgulũ est triãgulũ λ ξ μ ipsi triãgulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad π ο, & uicißim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autẽ est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quã ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quã ο π maior est (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utriq; ipsarum ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub κ θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior est. Constituatur iã (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectã lineam, ad signumq́; in ea ξ, ei quidẽ qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ ζ, ei autem qui sub κ θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturq́; (per 2 primi) utraq; ipsarũ σ ξ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectãtur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniã binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idq́; propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniã duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ est æqualis: & ipsa igitur δ ζ quã σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior est, angulus igitur qui sub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Aequalis autẽ



est qui sub σ ξ τ, eis qui sub α β γ, κ θ κ. Igitur qui sub δ ε ζ, eis qui sub α β γ, κ θ κ, maior est. Sed & minor. Quod est impossibile. Quomodo autẽ id quod ex ρ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitq́; maior α β, describaturq́; super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β * annectatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectãturq́; γ β. Quoniã igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ ρ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ρ: quod facere proposueramus.



Euclid. ex Camp. Propositio 24.



24 I superficiebus æquidistantibus solidũ contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

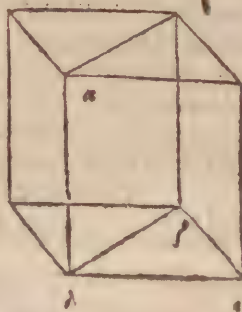
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistãtibus superficiebus contentũ, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senariũ excedente. Constat enim columnam hexagonã, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicẽ æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonã 10, & decagonã 22, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omniũ solidorũ æquidistantibus superficiebus contentorũ, quæ infinitã esse pronũtio, solũ illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes superficies ipsum ambiẽtes parallelogrãmę sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantũ superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidũ, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cõprehendas, patebitq; tibi unãquãq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cũ sint communes sectiones ipsius secãtis & quatuor sectarũ. Sint autẽ illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundũ quod adinuicẽ opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 10 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicẽ bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundũ. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarũ sex superficierũ esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planũ continentia cuiusq; earum, ęqualia binis lateribus angulum planũ in superficie sibi opposita continẽtibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cõmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

24 Si solidum sub parallelis planis comprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ θ κ, sub parallelis planis α γ, κ ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β κ, γ ε, à plano α γ secantur, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α ζ ipsi γ δ. Rursus quoniã planũ α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ε, cões ipsorũ sectiões parallelæ sunt (per eãdẽ) parallelus igitur est α δ, ipsi β ζ. Patuit aũt quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammũ igitur est α γ. Similiter iam ostendemus quod & unumquodq; ipsorum δ ζ, ζ κ, κ β, β ζ, α ε, parallelogrammum est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & β θ, ipsi γ ζ, binæ iam α β, β θ, sese inuicem tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicem tangentibus parallelæ sunt, non tamen in

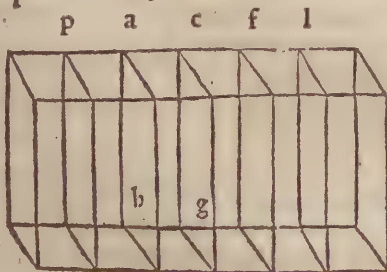


eodẽ plano, igitur æquales cõprehẽdũt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub αβθ, angulo qui sub δεζ, est æqualis. Et quoniã binæ αβ, βθ, duabus δγ, γζ, sunt æquales, & angulus qui sub αβθ, angulo qui sub δγζ est æqualis, basis igitur αθ (per 4 primi) basi δζ, est æqualis, & triangulũ αβθ triãgulo δγζ est æquale. Et quoniã ipsius quidẽ αβθ, duplũ (per 41 primi) est θη parallelogrãmũ, ipsius uerò δγζ duplũ est ipsum γε parallelogrãmum, æquũ igitur est parallelogrãmum βη, parallelogrãmo εγ. Similiter iam ostẽdemus, quod & ακ ipsi ηζ est æquale, & αε ipsi θζ. Si planum igitur sub parallelis planis cõprehendatur, quæ exposito eius plana, æqualia & parallelogramma sunt: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. Propositio 25.



SI superficies quædam secet solidũ parallelogrammũ æquidistãter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiem uelut ad communem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia. 25



CAMPANVS. Sit corpus a b, solidũ parallelogrãmũ, & secet ipsum superficies c d æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b, basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam qd' ipsa sit æquidistãtiũ laterũ. Et sit cõmunis sectio duarũ superficierũ c d & g b, linea h d, de qua cõstat per 3 huius, qd' ipsa sit linea recta, & per 16 huius, qd' ipsa sit ęquidistãs g e. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistãtiũ laterũ, & ipsæ sunt bases duorum partialiũ corporũ in quæ superficies c d diuidit solidũ a b. Dico itaq; qd' proportio solidi a d ad solidũ b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahãtur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineę penetrãtes superficiẽ c d super eius angulos, & ipsæ sunt a f & e b cũ duabus reliquis sibi æquidistãtibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ similiter quot libuerit, quę ponãtur æquales lineę e d. Super quas utrinq; cõstituãtur solida parallelogrãma secũdũ lõgitudinũ exigentiã, sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte puncti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporum æqualiũ atq; similiũ, unũquodq; solidorũ f k & l m æquale solido c d, & unumquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quẽadmodũ in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c, sicut basis h m, basis h b, & solidũ q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidũ e m est æquale solido q c ex diffinitione corporũ æqualium atq; similiũ, & si basis est minor basi, & solidũ est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, resecata maiori basi ad æqualitatẽ minoris, & descripto super eã solido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinue proportionalitatis proportio solidi a d ad solidũ c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositum.

CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistãter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quę ad illã secantẽ superficiẽ, uelut ad cõmunẽ terminum copulantur, suis basibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Cõstat igitur ex diffinitione serratilis, unam quãq; triũ superficierum quę sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammum. Secet igitur superficies g h k, istud serratile æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico qd' proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrãmis probatur. Protractis enim in utrãq; partem lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte pũcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pũcti b alijs æqualibus serratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

Si solidum parallelepipedũ plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin, sic solidum ad solidum. 25

THEON ex Zãb. *Solidũ, inquã, parallelopipedũ αβγδ secetur à plano υε parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρα & δθ. Dico qd' est sicut αεζφ basis ad εθγζ basin, sic est αβζυ solidum*

ſolidū ad ι κ γ δ ſolidum. Extēdatur enim α θ ex utraq; parte, ponaturq́; ipſi quidē ι θ æquales quotcūq;, θ μ, μ ν, ipſi aūt α ι æquales, α κ, κ λ, cōpleanturq́; ipſa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogramma, & ipſa λ π, κ ς, δ μ, μ τ, ſolida. Et quoniā ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicē ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ο, κ φ, α ζ, parallelogrāma ſibijnuicē (per 1 ſexti,) & ipſa quoq; κ ξ, κ β, α κ, ſibi inuicē (per eādē) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ς, ſibi inuicē (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq́; propterea etiā ipſa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē ſunt æqualia (per 1 ſexti,) ipſa quoq; θ κ, θ ι, ι ν, ſibi inuicē (per eādē) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ θ, μ ω, ν τ, (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorū λ π, κ ρ, α ν ſolidorū, tribus reliquorū planis ſunt æqualia (idq́; propterea & ipſorū ι δ, δ μ, μ τ, ſolidorū.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ς, α υ, inuicē ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria ſolida ι δ, δ μ, μ τ, inuicē ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis, ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ υ ſolidū ipſius α υ ſolidi, & iā id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis ipſius ζ θ baſis, totuplex eſt & ν υ ſolidū ipſius θ υ ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquum eſt & λ υ ſolidū ipſi ν υ ſolido, & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quoq; ipſum λ υ ſolidū ipſum ν υ ſolidū, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iā exiſtētibus magnitudinibus, binis quidē baſibus α ζ, ζ θ, duobus aūt ſolidis α υ, υ θ, aſſumūtur æquè multiplicia, ipſius quidē α ζ baſis & α υ ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ υ ſolidū, ipſius aūt θ ζ baſis & θ υ ſolidi, ipſa ν ζ baſis & ipſum ν υ ſolidū. Oſtēſumq́; eſt, quòd ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ζ, excedit quoq; λ υ ſolidū, ipſum ν υ ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadem autē magnitudines eſſe dicūtur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ζ θ baſin, ſic eſt α υ ſolidum ad θ υ ſolidū: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

26 

Super datū pūctū datæ lineæ, angulo ſolido propoſito æqualem angulū ſolidum cōſtituere.

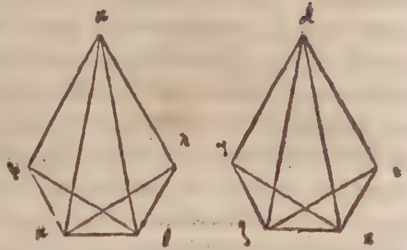
CAMPANVS. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cōtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidū perficiētes cōtinentibus, cui ſuper punctū e lineæ e f propoſitæ quę ad libitū proponētis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualē angulū ſolidū cōſtituere. Qualiſcūq; ſit ſitus lineæ e f, à pūcto g ubicūq; uolueris ſignato, producto lineā g e, eruntq́; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficie ſuper pūctū e datum in aſsignata linea ſecūdū cōſiliū 23 primi cōſtitue angulū æqualē angulo b a c, & ipſæ ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineā a h ſicut uolueris, & à pūcto h producito perpēdicularē h k ad ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qua iter faciendū ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de pūcto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamē lineā a k. Poſitoq́; pūcto l in linea a b ubicūq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in ſuperficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineā e p æqualē lineæ a l, & à pūcto m educ lineā m n perpendicularē ad ſuperficiē in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eā æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, cōtinere angulū ſolidū in puncto e, æqualē angulo a propoſito. Cū ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, triāguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n triāguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiē, erūt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n æquales, per eandem quoq; erūt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq́; etiā per eandē h l & n p æquales, cū ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; mō probabis, angulū g e n eſſe æqualē angulo c a d. Cōſtat itaq; nos effeciſſe qd' uolumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcūq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus cōtineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq́; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.

THEON

THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datũq; in ea signum sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, comprehensus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei qui ad δ solido angulo æquũ solidũ angulũ cõstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, contingẽs signũ ζ, exciteturq; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, p'anũ perpẽdicularis ζ κ, & occurrat plano in κ, cõnectaturq; δ κ, cõstituaturq; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei autem qui sub ε δ κ, æqualis qui sub β α κ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi δ κ æqualis α ι, constituaturq; (per 19 undecimi) ab ipso ι signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos ι θ, ponaturq; (per 2 primi) κ θ ipsi κ ζ æqualis, cõnectaturq; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cõprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulus æquus est ei qui ad δ solido angulo, cõprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α ε, δ ε, cõnectanturq; θ ε, κ ε, ζ ε, ε κ. Et quoniã ζ κ recta est ad subiectũ planũ, & (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangẽtes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorũ qui sub ζ κ δ, ζ κ ε, angulorũ, & iã id propterea uterq; ipsorũ θ κ α, θ ι β, angulorũ, rectus est. Et quoniã binæ κ α, α β, duabus κ δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cõprehendunt angulos, basis igitur ι β (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, Est autẽ & ι θ ipsi κ ζ æqualis, & rectos cõprehendunt angulos, æqualis igitur est & ε θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α ι, κ θ, duabus δ κ, κ ζ, sunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est autẽ & α ε, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub ε α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ κ λ ei qui sub ζ κ γ est æqualis. Quoniam si assumamus æquales α λ, δ γ, cõnectamusq; ipsas ι λ, θ λ, κ γ, ζ γ, quoniã totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorũ qui sub β α κ, ei qui sub ε δ κ supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub κ δ γ est æqualis. Et quoniã binæ ι α, α λ, duabus κ δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cõprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi κ γ est æqualis. Est autẽ & κ θ, ipsi κ ζ æqualis, binæ iam λ κ, ι θ, binis γ κ, κ ζ, sunt æquales, & angulos rectos cõprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis, ad datam igitur rectã lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est: quod erat agendum.

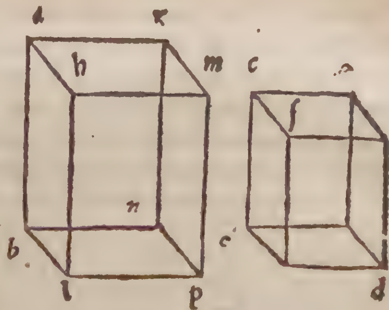


Euclid. ex Camp. Propositio 27.



SVper assignatã lineã, dato solido æquidistantiũ superficierũ, simile solidũ cõstituere. 27

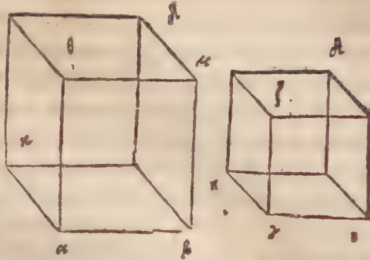
CAMPANVS. Sit assignata linea a b, d e, cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq; assignatum parallelogrammũ solidũ, corpus c d, cui super lineã a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes superficiales angulos, ex quibus cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b, cõstituatur angulus solidus æqualis c, quẽ contineant tres lineæ a b, a h, a k, & auxilio 10 sexti fit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, protrahãtur sex lineæ h l æquidistãtes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineæ a h, & b n æquidistãs lineæ a k, rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistãs a h, amplius autẽ protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistãs h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ solidũ parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris, facile concludes.



Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 72.

Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positũ solidũ parallelepipedũ describere. 27 THEON ex Zãb. Esto quidẽ data recta linea α β, datũ aũt solidũ parallelepipedũ esto γ δ. Oportet iã ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq; positũ solidũ parallelepipedũ describere. Cõstituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsã α β rectã lineã, ad signũq; in ea α, ei q ad γ solido angulo æqualis q sub β α θ, θ α κ, κ α β, cõprehẽditur, ut æqualis sit q sub β α θ ei q sub ε γ ζ, q uerò sub β α κ ei q sub ε γ κ, insup q sub κ α β ei q sub κ γ ζ. Fiatq; sicut ε γ ad γ κ, sic β α ad α ι, sicut aũt κ γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (p 22 qnti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ.

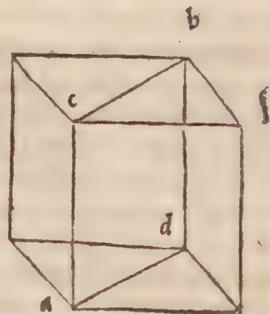
Compleaturq́; ipsum δβ parallelogrammum, & ipsum αλ solidum. Et quoniam est sicut εγ ad γκ, sic βα ad ακ, & quæ circum æquos angulos qui sub εγκ, βαλ, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammũ κε ipsi λβ parallelogrammo est simile (per diffinitionem sexti.) Idq́; propterea & κθ parallelogrammũ ipsi κζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζε ipsi θβ. Tria igitur parallelogramma ipsius γδ solidi, tribus parallelogrãmis ipsius αλ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γδ solidum, toti αλ solido simile est. A data igitur recta linea αβ, dato solido parallelepipedo γδ simile & similiter positum descriptum est αλ: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*

28 
I superficies aliqua solidum parallelogrammum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.

CAMPANVS. Sit corpus a b solidũ parallelogrammum, de quo sit positum quòd superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierum oppositarum ipsum terminantium, quæ sint a d & c b. Dico quòd ipsa diuidit istud solidum propositum, per æqualia. Constat enim quòd ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, secũdum quòd ipsæ sunt opposita latera solidi propositi, manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras superficies dictorum serratilium esse æquales. Igitur à diffinitione solidorum æqualium, liquet quod propositum est.

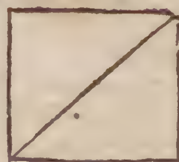


Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 28.

28 Si solidum parallelepipedũ plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariàm.

THEON ex Zamb. *Solidum enim parallelepipedum αβ, plano γδεζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorũ γζ, δε. Dico quòd ipsum αβ solidũ, ab ipso γδεζ plano bifariàm secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γκζ triangulũ æquũ est triangulo γβζ, & triãgulum αδε ipsi δεθ, est autem γα parallelogrammum ipsi ζε æquale, ex opposito enim, ipsum autem κε ipsi γθ, & (per 21 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γκζ, αδε, & tribus parallelogrammis, hoc est κε, αγ, γε, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γζβ, δεθ, & tribus parallelogrammis, hoc est γθ, βε, γε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum αβ solidum bifariàm scinditur ab ipso γδ, εζ, plano: quod erat ostendendum.*

ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

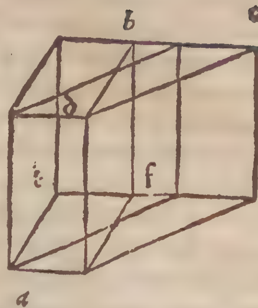


Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

29 
Vncta solida æquidistantiũ superficierũ æquè alta atq; in eadẽ basi super unam lineã constituta, probantur esse æqualia.

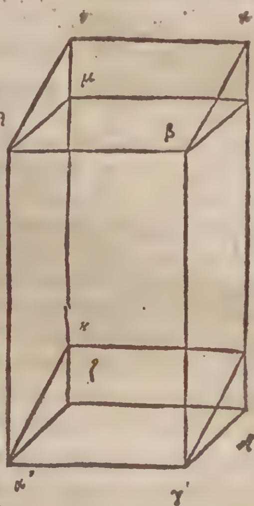
CAMPANVS. Verum est quòd solida æquidistantium laterum æquè alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta, sunt adinuicem æqualia, sicut de superficibus æquidistantium laterum super unam basin, & inter lineas æquidistantes constitutis, in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorum quædam dicuntur constitui super lineam unam, & sunt illa, quorum supremarum superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonstrandum, ipsa omnia esse æqualia adinuicem. Sunt autē eorum alia quæ non dicuntur constituta super lineam unam, & sunt illa quorum supremarum superficierum duo latera opposita quæcunq; sumātur secundum rectitudinem protracta, non sunt linea una, & de talibus sequens demonstrandum proponet, ipsa quoq; omnia esse adinuicem æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogrāma æquè alta siue inter superficies æquidistātes a b & a c, constituta super unam basin quæ sit a d, quorum supremæ superficies sunt e b & b c, sintq; harum supremarum superficierum duo latera opposita, cum secundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipsa sunt c f & b c. Dico itaq; quod solida a b & a c, sunt æqualia. Hoc autem (si figura eius secūdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi processeris, idem faciēs hic de serratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuersitates in solidis, quæ ibi in superficiebus occurrisse nouisti.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* Propositio 29.

Super eadem basi & sub eadem altitudine solida parallelepipeda consistentia, quorum stantes super eisdē sunt rectis lineis, inuicem sunt æqualia. 19

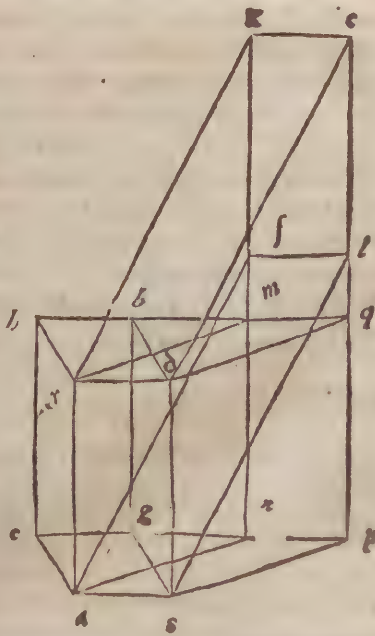


THEON ex Zāb. *Sint super eadem basi αβ, solida parallelepipeda γμ, γν, sub eadem altitudine, quorum stantes, hoc est αζ, αη, λμ, λν, γδ, γε, βθ, & βη, super eisdem sint rectis lineis ipsi ζνδη plano. Dico quod solidū γμ, æquū est ipsi εν solido. Quoniam enim parallelogrammū est utrunq; ipsorū γθ, γη, æqualis est (per 34 primi) γβ utriq; ipsarum δθ, εη. Quare & δθ, ipsi εη est æqualis. Communis auferatur εθ, reliqua igitur δε, reliquæ θη est æqualis. Quare & ipsum quidem δγε triangulū ipsi θηβ triangulo est æquale, & δη parallelogrammum ipsi θν parallelogrammo, & id propterea triangulū αηζ, triangulo μλν est æquale. Est autem & ipsum quidem γζ parallelogrammum, ipsi βμ parallelogrammo æquū, & γη, ipsi βν, ex opposito nanq;. Igitur & prisma cōprehensum sub duobus quidem triangulis ζαη, δγε, tribusq; parallelogrammis αδ, δη, γη, æquum est prismati comprehenso sub duobus quidem triangulis μλν, θβη, & tribus parallelogrammis, hoc est βμ, νθ, βν. Commune apponatur solidum, cuius basis quidē sit parallelogrammum αβ, ex opposito autem ηεθμ. Totum igitur γμ solidum parallelepipedum, toti εν solido parallelepipedo est æquale. Super eadē igitur basi existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis, sunt inuicē æqualia. Quod oportuit ostendere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 30.



Cuncta solida æquidistantium superficierum æquè alta, quæ in eadē basi non autem super unam lineā fuerint constituta, probantur esse æqualia. 20



CAMPANVS. Sint nunc duo solida parallelogramma æquè alta siue inter superficies æquidistātes, sintq; super unam & eandem basin, sed non super lineam unam constituta. Dico iterum ea esse æqualia. Esto enim duo solida parallelogramma a b & a c æquè alta siue inter superficies æquidistātes, constituta super unam basin quæ sit a d, sed non super unam lineam, sintq; eorum supremæ superficies e b & f c, quarum opposita latera secundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipsa ex hypothesi sint in una superficie eo qd' solida proposita sunt inter superficies æquidistantes, necesse est ut duo latera unius earum protracta secundum

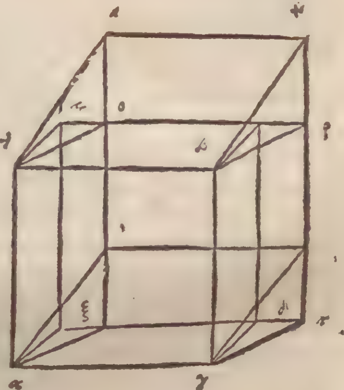
ſecundùm rectitudinē, ſecent duo alterius earum protracta ſecundùm rectitudinem. Protrahantur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b, quæ ſint e g & h b, & duo oppoſita ſuperficiei f c, quæ ſint k f & c l, & ſecent quatuor puncta m, n, p, q, eritq; ſuperficies m n p q, æquidiſtantiū laterum, æqualis unicuiq; trium ſuperficierū, quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cōmunis, & ipſa eſt a d, & duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum, & ipſę ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directam habitudinem relatos, quæ ſit n a, m r, p ſ, q d, perfectum erit ſolidum parallelogrammū a q in eadem baſi cum utroq; duorum priorum, & æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroq; ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c, eſt æquale ſolido a q, per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſolido a c, quare conſtat propoſitū.

CAMPANVS. Potes quoq; conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet, ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & cōſtituta ſuper eandem baſin æquidiſtantia, & demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntq; hæc & promiſſa tuæ demonſtrationis mediū. Impoſſibile autē ad quod duces, erit partē ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidēter patebit, ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius, cùm tamē ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſſiori abſcideris. Hoc autem abſciſſum æquale eſſe demiſſiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideoq; & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

30 Super eadē baſi exiſtētia ſolida parallelepipeda & ſub eadē altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdē rectis lineis, inuicem ſunt ęqualia.

THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi αϐ ſolida parallelepipeda γμ, γν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes αζ, αη, λμ, λν, γδ, γε, βθ, βκ, nō ſint ſuper eiſdem rectis lineis.* Dico quòd ſolidum *γμ, æquum eſt ipſi γν ſolido.* Extendantur, inquam, *ipſæ νη, λε, inſuper & ipſæ μθ, ζδ, concurrantq́; adinuicem in ο, ϱ, π, ξ, ſignis, connectanturq́; αξ, λο, γπ, βρ. Aequum iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γμ ſolidum, cuius baſis eſt αγϐλ, parallelogrāmum, ex oppoſito uerò ζδθμ, ipſi γο ſolido, cuius quidem baſis αγβλ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξπϱο, ſuper eadem enim baſi ſunt αγϐλ, quorū ſtantes αζ, αξ, λμ, λο, γδ, γπ, βθ, βρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζπ, μρ. Sed ſolidum γο, cuius baſis quidem eſt αγ, ϐλ parallelogrammum, ex oppoſito autem ξπρο, æquum eſt ipſi γν ſolido, cuius baſis quidem αγβλ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ηιλν, ſuper eadem enim ſunt baſi αγβλ, & ipſorū ſtantes αη, αξ, γι, πγ, λν, λο, βκ, βϱ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis λξ, πκ. Quare & γμ ſolidum, æquum eſt ipſi γν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*

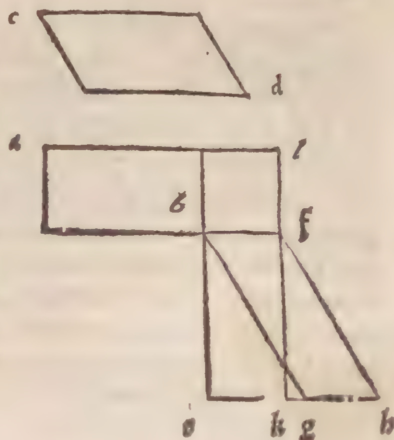


Eucl. ex Camp. *Propoſitio 31.*



31 Olida æqdiſtātiū ſupficierū in baſibus æqs cōſtituta, ſi fuerint æquè alta, lineæq; eorū angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.

CAMPANVS. Et hoc quoq; uerū eſt qd' omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtantes, ſiue æquè alta conſtituta ſunt ad inuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtātes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum, alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia Intelli-



ligantur itaque super duas bases a b & cd, quæ sint æquales & æquidistantium laterum non tamen unius creationis, sed sit a b tetragonus lõgus et c d dissimile helmuayn, duo solida æquidistãtium laterum constituta æquè alta, sintq; lineæ erectæ super angulos propositarum basium, perpendiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicem esse æqualia. Protrahantur itaq; duo latera basis a b, et sint illa quæ continent angulũ b, usq; ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c basis c d & sumantur duæ lineæ b f et b g, æquales duobus lateribus basis c d, quę continent angulum c & perficiatur superficies æquidistantium laterũ b h, quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f, & fk æquidistans b c, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistantium laterum, ęqualis b h ex 35 primi. Cumq; b h sit ęqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Compleatur itaq; superficies æquidistantium laterum b l, protracta linea k f quousq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquidistantium laterum, quæ sunt b h, b k, b l, constituantur æquè alta solida solido constituto super basin a b, sintq; lineæ omnium solidorum istorum erectæ super bases perpendiculares ad ipsas & appellẽtur bases, & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum æqualium atq; similium, quòd duo solida b h & c d, ęqualia atq; similia sunt: de solidis autem b h & b k, cõstat ex 29 quòd ipsa sunt æqualia: sunt enim æquè alta & constituta super eandem basin, & ipsa est superficies erecta super lineã b f et super lineam unã, est autem per 25 proportio solidi a b ad solidum b l, sicut basis a b ad basin b l, & per eandem solidi b k, ad solidum b l l, sicut basis b k ad basin b l. Cũq; sit utriusq; duarum basium a b & b k ad basin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriusque duorum solidorum a b & b K ad solidũ b l proportio una, igitur ex prima parte 9 quinti erũt duo solida a b & b k ęqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidumq; b h solido c d, sequitur ex cõmuni scientia solidũ a b esse æquale solido c d: quod est propositum.

Eucl. ex Camp. *Propositio 32.*

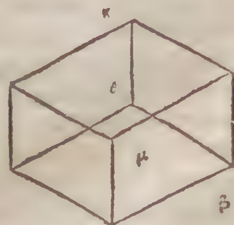


SI solida æquidistantium superficierum in æquis basibus cõstituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint, ipsa esse æqualia necesse est. 32

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui sint æquidistantiũ terminorum & æquè alta & super bases æquas perpendiculariter, non autem super bases suas erecta, sed ambo super eas inclinata, si autem à quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur, quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiã ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantium laterum perficiantnr, constabit ex præmissa hæc duo solida ultimò constituta esse adinuicem æqualia. Cùmq; duorum priorum & duorũ posteriorum sint eædem bases, uidelicet eorum superficies supremæ, constat ex 29 uel 30 & hac communi scientia quæcunque æqualibus sunt æqualia sibi iunicem sunt æqualia, uerum esse quod propositum est. Ex his potes conuersas huius & præmissæ eisdem mediantibus indirectę demonstrare si libet, eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducẽdo: pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases, & conuinces ea esse æquè alta, uel pones ea esse ea æquè alta & æqualia, & conuinces ea esse super bases æquales.

Euclid. ex Zamb. *Theor. 26.* *Propositio 31.*

Super æqualibus basibus solida parallelepipeda existentia, & sub eadem altitudine inuicem sunt æqualia. 31



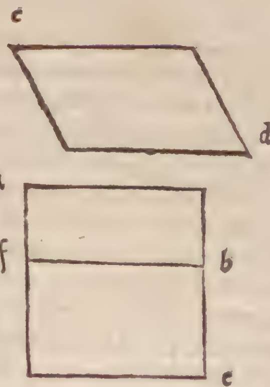
Camp. 31 THEON ex Zamberto. *Sint super æqualibus basibus α β, γ δ, solida parallelepipeda α ε, & γ ζ, sub eodem fastigio. Dico quòd solidũ α ε, æquum est ipsi γ ζ solido. Sint primùm stantes ipsæ θ κ, β ε, α η, λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ς σ, ad angulos rectos ipsis α β γ δ basibus, & angulus qui sub α λ β, æqualis non sit angulo qui sub γ ς δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ς, ipsi ς τ. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam ς τ rectam lineam, ad signumq; in ea ς, ipsi α λ β, angulo æqualis angulus qui sub τ ς υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi quidem α λ, æqualis ς τ. ipsi autem λ β æqualis ς υ (per 31 primi) ipsi ς τ parallelus excitetur χ υ compleaturq; basis ς χ, & solidum ψ υ. Et quoniã binæ τ ς, ς υ, binis α λ, λ β, sunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquũ igitur est & simile ς χ, parallelogrammum ipsi α β, parallelogrammo. Et quoniam rursus æqualis est α λ quidem*

dē ipsi ρ τ: λ μ uerò ipsi ρ σ, & angulos nostros cōprehendunt, æquū igitur & simile est ρ ψ parallelogrā mum ipsi α μ parallelogrammo. Iam idq; propterea & λ ι, ipsi σ υ est æquale, & simile. Tria igitur parallelogramma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrammis ipsius ψ υ, solida æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totū igitur solidum α ι parallelepipedum, toti ψ υ, solido parallelopipedo æquum est. Extendantur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ υ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & ο δ quæ ueniant in congressum in A, cōpleanturq; ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequū iam est ψ ω solidum, cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammum, ex opposito uerò ω Π, ipsi ψ υ solido, cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammum, ex opposito uerò υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ, sub eodēq; fastigio, & stātes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ς, σ υ, ψ Π, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ς φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquū est, & solidum igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquū est. Quoniam autē ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrā mum ipsi ω τ parallelogrāmo (per 35 primi) æquum est: æquū est autem & α β, parallelogrammū ipsi ρ χ, parallelogrammo, æquum igitur est & ω T ipsi α β. Aequum autē est & γ δ ipsi α β, æquū igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autē aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ, basis ad δ τ basin, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniā parallelepipedū γ ι, plano ρ ξ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic γ ξ, solidum ad ρ ι solidum. Idq; propterea iam quoniā solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad δ τ, basin, sic ω ψ solidū ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ, ad τ δ: & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, solidū ad ρ ι solidum, sic ω ψ solidū ad ρ ι. Vtrūq; igitur ipsorum γ ξ, ω ψ, solidorū, ad ρ ι solidum eandē habet rationē. Aequū igitur est γ ξ solidū, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quòd ω ψ, ipsi α ι, æquum est, & γ ξ. igitur ipsi α ι æquum est. Non sint iam stantes α κ, θ κ, β ι, λ μ, γ υ, ο π, δ ξ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basis. Dico quòd rursus solidū α ι, æquum est ipsi γ ξ, solido. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipsis κ ι, κ μ, π ξ, υ σ, signis, ad suppositum planū, κ ξ, ι τ, κ υ, μ φ, π χ, ξ ψ, υ ω, σ ι, perpendiculares, & cōnectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequū iam est (per 31 undecimi) κ φ, solidum ipsi π ι solido, in æqualibus siquidē sunt basibus κ μ, π σ, & sub eodē fastigio quorū stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidem κ φ solidum, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & π ι ipsi γ ξ, in eadem siquidē sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ξ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia: quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp. Propositio 33.

33 

OMnia solida æquidistantium superficierum, æquè alta suis basibus sunt proportionalia.



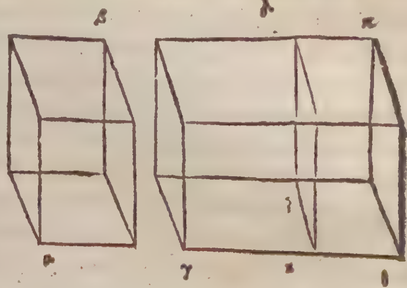
CAMPANVS. Sint duo solida æquidistantiū superficierum æque alta, constituta super duas bases a b & c d. Dico quòd proportio illorum duorum solidorum unius ad alterum est sicut proportio suarum basiū quæ sunt a b & c d, unius ad alterā. Constat quidem ex 24, utramq; harum duarum basium esse æquidistantium laterum, duo igitur latera opposita & æquidistātium, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantium laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiem f e, compleatur solidum parallelogrammum æquè altum ei quod constitutum est super basin a b, sitq; amborum communis terminis illa superficies, quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nuncupentur nominibus. Quia igitur basis f e, est æqualis basi c d, erit ex 31 uel 32 solidum f e æquale solido c d. At quia totale solidum a e secat superficies, exurgens super lineam b f æquidistanter duobus lateribus op-

positis, erit ex 25 proportio solidi f e ad solidum a b, sicut basis f e ad basin a b. Cumq; sint c d & f e tam bases quàm solida æqualia, bases quidem ex hypothesi, solida autem ex 31 uel 32, sequitur ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis, quòd solidorum a b & c d basiumq; a b & c d sit proportio una. Quod demonstrare uoluimus. Huius quoq; conuersam ipsa eadẽ mediante demonstrare quemadmodum conuersas præcedentium, non est difficile. Pones enim duo solida parallelogrãma esse suis basibus proportionalia, & conuinces ea esse æquè alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius uno solido parallelogrammo æquè alto demisſiori, erunt abscisum & demisſius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius à quo partiale abscidisti, & ipsum demisſius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi, sequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quòd aduersarius dicit altius, & partiale quod ab eo abscidisti, esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 32.*

Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda, adinuicem sunt sicut bases. 32

THEON ex Zamb. *Sint sub eadẽ altitudine solida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico quòd ipsa α β, γ δ, solida parallelepipeda adinuicẽ sunt sicut bases, hoc est quod sicut α ε basis, ad γ ζ, basin, sic est α β solidum ad γ δ solidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipsam ζ η, ipsi α ε æquũ ζ θ, & à basi quidem ζ θ, altitudine autem ipsius γ δ, solidum parallelepipedum compleatur η κ. Aequũ iam est (per 31 undecimi) α β solidum, ipsi η κ solido, in æqualibus enim sunt basibus α ε, η θ, & sub eadem altitudine. Et quoniam solidum parallelepipedũ γ η, à plano δ μ, secatur parallelo existenti eis quæ opposito planis, est igitur (per 25 undecimi) sicut θ ζ, basis ad ζ γ, basin, sic est γ δ, ad ipsum η δ, solidũ. Aequalis uerò est ipsa quidem ζ θ, basis ipsi α ε basi, & η κ solidum ipsi α β solido, est igitur & sicut α ε basis ad γ ζ, basin, sic α β solidũ ad γ δ solidum. Sub eadem igitur altitudine existentia solida parallelepipeda, & reliqua ut suprà, quod erat ostendendum.*

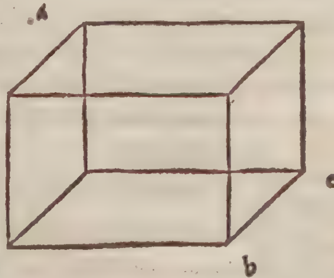


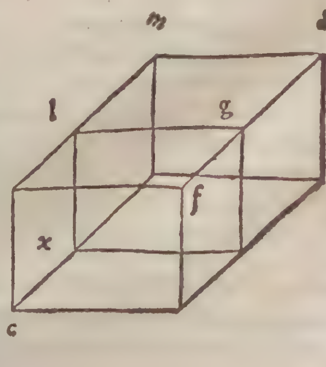
Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*



SI duo solida æquidistãtium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum bases eorũdem altitudinibus mutuas esse. Si uerò fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ, ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est. 34

CAMPANVS. Quæcunque sint duo solida æquidistantium superficierum æqualia, eorum bases & altitudines necesse est esse mutekesias, & econuerso, quemadmodum de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti proposuit. Attamen hac 34 istud demonstrã dum proponitur de illis solidis parallelogrammis, in quibus lineę altitudinum suis basibus parallelogrammis orthogonaliter insistunt, ea uerò quæ sequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nunc duo solida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum bases sint a e & c f, lineæq; altitudinum ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ, & sit altitudo solidi a b, linea e b, & solidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipsa quoque solida sint ex hypothesi æqualia, erunt ex conuersa 31 bases eorum quæ sunt a e & c f, æquales, ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; constabat propositi prima pars. Econuerso constabat secunda. Vt si altitudines & bases sint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; bases æquales: ideoq; per 31 & solida æqualia: & sic constat secunda pars. At uerò si lineæ b & f d non fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusq; cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandem mensuram in punctis b, k l,





b,k,l,resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æquè altum solido a b, eritq́ꝫ ex premissa, a b c g, sicut a e ad c f. Cum itaq́ꝫ c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primam sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq́ꝫ per sextã quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq́ꝫ prima pars. Secundam partem cùm sit conuersa primæ, conuerso modo probabis, sit enim eadẽ dispositione manente, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tunc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g, ex prima autem sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*

35 

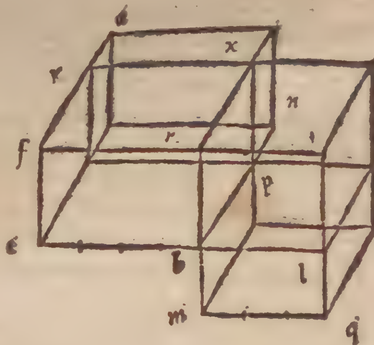
SI duo solida æquidistantium terminorum fuerint æqualia, eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probãtur esse æqualia.

CAMPANVS. Quod præmia proposuit de solidis parallelogrammis, quorum lineæ altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indistinctè de omnibus. Demonstrare autem conuenit hanc ex præmissa, quemadmodũ demonstrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus solidis æquidistantium laterum quibuscunq́ꝫ, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, constat uerum esse quod dicitur ex præmissa. Sinautem à quatuor angularibus punctis supremarum superficierum in utroq́ꝫ solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel à punctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigãtur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æquè alta solidis prioribus, eruntq́ꝫ ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædem altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

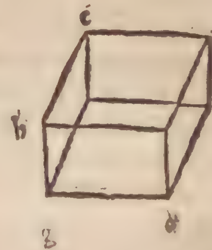
Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*

36 

SI duo solida æquidistantium superficierum fuerint similia, proportio erit utriusq́ꝫ ad alterum, tãquam cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS. Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico quòd proportio unius eorum ad alterum est sicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, quemadmodum duarum superficierum similiũ proportio est sicut suorum relatiuorum laterũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demonstratũ est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ipsa ponantur similia, erũt ex diffinitionibus similiũ corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoq́ꝫ cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta non efficiat nisi æqualitatis proportionem, constat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autem inæqualia, sit a b maius, cuius longitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n: solidi uerò c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq́ꝫ ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestũ est esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq́ꝫ tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur solidum parallelogrammum k b æquè altum solido c d. Et protrahantur duæ lineæ basis e b, usq́ꝫ ad l, & r b usq́ꝫ ad m, sitq́ꝫ b l



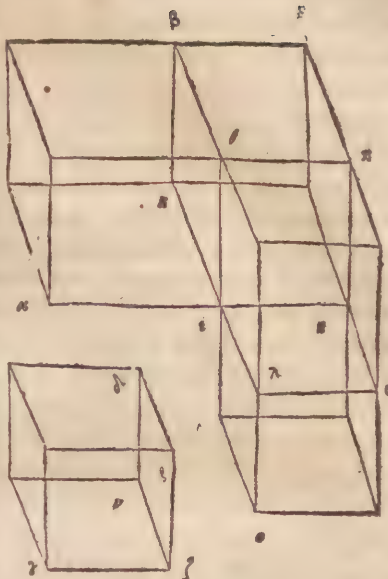
æqualis g d,& b m æqualis h g & perficiatur superficies æquidistantiū laterū m l,quæ erit æqualis & similis h d.Super eā igitur erigatur solidū parallelogrāmū p q secundū altitudinē præscisam ex altitudine solidi a b,eritq́ p q æquale & simile solido c d.Rursusq́ inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistantiū laterū b t,super quā quoq́ erigatur solidū parallelogrāmū x l æquè altū utriq́ duorū solidorū k b & p q,replēdo alterutrū duorū angulorū hiātiū inter e a. Cū autē duo solida a b,p q,sint similia,eo quod ambo posita sint similia solido c d,corpora uerò uni & eidē corpori similia inter se sunt similia,ut patet ex diffinitione similium corporū & 20 sexti, manifestū est ex 25 ter assumpta quod inter duo solida a b & p q,secundū continuam proportionalitatē cadunt duo solida k b & x l. Opportune ergo constituta uel cōstructa figura hypothesibusq́ memoriæ firme cōmendatis,ex prima sexti facile cōcludes propositū.Excute torporē & diligēter attēde,sciesq́ ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē K r, ideoq́ ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā K f,& proportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t,ideoq́ sicut lineæ f r ad lineam r t,& proportionē solidi x l ad solidū p q,sicut superficiei r l ad superficiem l m,ideoq́ sicut r b ad lineam b m.Ex hypothesi uerò liquet,quòd proportio lineæ f r ad lineam r t,& lineæ r b ad lineam b m,est sicut lineæ a f ad lineam k f.Itaq́ ex diffinitione proportionis triplicatę posita in proœmio quinti,constat quòd proportio solidi a b ad solidum p q,ideoq́ etiam ad solidum c d,est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata.Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c h,patet uerum esse quod dicitur.

CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continue præcedentes demonstratū est de solidis parallelogrammis,idē quoq́ uerū est de seratilibus, quorū bases cōmuniter sunt trigonæ aut cōmuniter tetragonæ.Hoc autem, ex 28 & hac 36 & 7 eam continue præcedentibus cōstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia quælibet æque alta super eādē basin uel super bases ęquales,cōmuniter tamē trigonas aut cōmuniter tetragonas.Cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrammorū suarū altitudinū ex 22,ipsa erunt æqualia ex 29 & tribus eā sequentibus,ex his enim constat,solida parallelogramma ipsis seratilibus dupla esse æqualia. Similiter quoq́ si fuerint duo seratilia super bases cōmuniter trigonas aut communiter tetragonas æque alta,ipsa erunt suis basibus proportionalia quemadmodū de solidis parallelogrāmis ex 33 habetur.Ipsa enim sunt ex 28 dimidia solidorum parallelogrammorū suæ altitudinis,solidorū autem parallelogrammorū suæ altitudinis suarūq́ basium est una proportio ex 33. Cum itaq́ sit solidorū parallelogrammorū proportio sicut seratilium(quia sicut simplū ad simplū) sic duplū ad duplum ex 15 quinti,atq́ basium solidorum parallelogrammorum est proportio sicut basium seratilium(Aut enim eædē erunt bases seratilium & solidorū parallelogrammorū,& hoc quidem erit cum bases seratilium fuerint tetragonæ,tūc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogramma complenda. Aut bases seratilium erunt subduplę ad bases solidorum parallelogrammorum,& hoc quidem erit cū bases seratiliū fuerint communiter trigonę, tunc enim erūt ex seratilibus solida parallelogrāma cōplenda adiūctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis,ut fiant bases seratiliū cū trigonis adiunctis superficiebus,superficies æquidistantiū laterū) sequitur ut sit proportio seratiliū sicut suarū basiū.Eodēq́ modo si seratilia fuerint æqualia,fuerintq́ communiter super bases trigonas uel cōmuniter super bases tetragonas,bases eorū altitudinibus ipsorū mutuę erunt. Quod si bases eorū suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia quemadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autē facile patet ex ijs quę dicta sunt in 35. Si uerò seratilia fuerint adinuicē similia,erit proportio unius ad alterū,sicut proportio lateris unius ad suum reliquum latus alterius proportio triplicata,quemadmodum de solidis parallelogrammis 36 proponit.Quod ex eadem 36 facile tibi patebit,si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrammis completis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitione similiū corporū & similiū superficierū,& hoc quod seratilia ponūtur adinuicē similia,ex 34 primi leue est negociari. *Euclid.ex Zamb.* *Theorema 28.* *Propositio 33.*

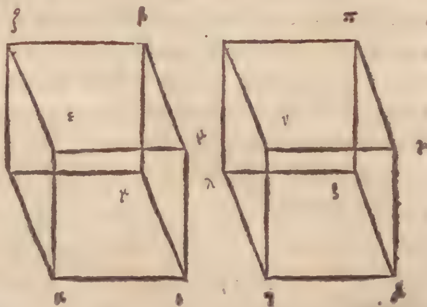
Similia solida parallelepipeda,adinuicem in triplici ratione sunt eiusdem rationis laterum. 33

THEON ex Zāb. Sint similia solida parallelepipeda αβ, γδ, similis autē rationis esto αε ipsi γζ. Dico q; solidū αβ ad γδ solidum triplicē habet rationē, quā αε, ad γζ. Extendātur enim in rectas lineas ipsis αε, ηε, θε, ipsæ εκ, ελ, εμ, ponaturq́;(per 2 primi) ipsi quidem γζ æqualis εκ, ipsi aūt ζν æqualis ελ, & insuper ipsi ζρ ipsa εμ, & cōpleatur κλ parallelogrāmū, & κο solidū. Et quoniam duæ εκ, ελ, duabus γζ, ζν sunt æquales, sed & angulus qui sub κελ. Ipsi qui sub γζν, est æqualis, quoniā & qui sub αεζ, ei qui sub γζν, est æqualis propter similitudinē ipsorū αβ, γδ, solidorū, æquū igitur est & simile(per 14 sexti) ipsum κλ parallelogrāmum ipsi γν parallelogrāmo, & iā id propterea & κμ parallelogrāmum æquū est et simile ipsi γρ parallelogrāmo, et insuper οε, ipsi ζδ. Tria igitur parallelogrāma ipsius κο solidi tribus parallelogrāmis ipsius γδ solidi similia & æqualia sunt, sed ipsa quidē tria tribus ijs quæ ex opposito, sunt æqualia & similia, totum igitur κο solidū, toti γδ solido simile est & æquale(per diffinitionē 11) Cōpleatur ηκ parallelogrāmum, & à basibus quidem ηκ, κλ, parallelogrammis, altitudine aūt ipsius αε, solida compleantur εξ, λπ. Et quoniā propter ipsorum αβ, γδ, solidorum similitudinē est sicut αε ad γζ sic εν ad ζν, & εθ,

ad ζρ, æqualis antem eſt γζ, ipſi ικ, & ζν, ipſi ιλ, & ζρ ipſi ιμ, eſt igitur (per cõuerſionẽ diffinitionis ſecundæ) ſicut αι ad ικ, ſic eſt θι, ad ιλ, & θι, ad ιμ. Sed ſicut quidem αι, ad ικ, ſic eſt α κ parallelogrãmum ad κ κ parallelogrãmum, ſicut autem κι ad ιλ, ſi η κ, ad κλ, ſicut uerò (per 1 ſexti) θι ad ιμ ſic πι ad κμ, & ſicut igitur (per 11 quinti) αθ, parallelogrã mum ad κ κ, parallelogrãmũ, ſic κ κ, ad κλ, et πι ad κμ. Sed ſicut quidem α θ ad θ μ, ſic eſt α β ſolidum ad ιξ ſolidũ, ſicut autẽ κ κ ad κλ, ſic ξι, ſolidum ad πλ ſolidũ, ſicutq; πι, ad μ ſicut πλ, ſolidum ad κο ſolidũ. Et ſicut igitur α β ſolidũ ad ιξ, ſolidum ſic ιξ, ad πλ, & πλ ad κο. Si uerò quatuor magnitudines continue fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quam ad ſecundã. Igitur α β ſolidũ ad κο ſolidũ triplicem rationẽ habet, quam α β ad ιξ. Sed ſicut α β ad ιξ, ſic eſt α κ, parallelogrammũ ad κ κ, & αι, recta linea ad ικ, quare & α β ſolidũ ad κο, ſolidũ triplicẽ rationẽ habet, quã αι ad ικ. Aequũ autem eſt ipſum quidem μο ſolidũ ipſi γδ ſolido, & ικ recta linea ipſi γζ, & α β igitur ſolidum ad γδ ſolidum triplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus hoc eſt αι, ad ſimilis rationis latus hoc eſt ad γζ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum: quod oſtendere oportebat.



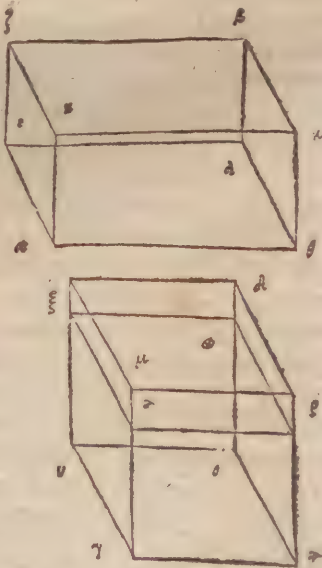
CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, manifeſtum eſt, q; ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quartam, ſic quod ex prima ſolidũ parallelepipedum ad id quod ex ſecũda ſimile ſimiliterq; deſcriptũ, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet, quàm ad ſecundam.



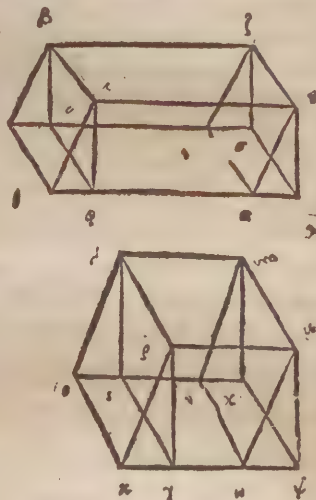
Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 34.

34 Aequaliũ ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et ſolida parallelepipeda quorũ baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.

THEON ex Zãb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico q; ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtq; ſicut ιθ, baſis ad υπ baſin, ſic eſt ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α δ ſolidi altitudinẽ. Sint enim primũ ſtantes ακ, ιζ, λβ, θκ, γμ, υξ, οδ, πρ, in ipſis baſibus ad angulos rectos. Dico q; eſt ſicut ιθ baſis ad υπ baſin, ſic eſt γμ ad ακ. Si quidẽ igitur æqualis eſt ιθ baſis ipſi υπ baſi, eſt aũt & α β ſolidũ æquũ ipſi γ δ ſolido, & γμ ipſi ακ eſt æquali. Si enim ipſis ιθ, υπ, baſibus æqualibus exiſtentibus, æquales nõ fuerint ipſæ ακ, γμ, altitudines, neq; igitur ſolidũ α β, æquũ erit ipſi γ δ, ſupponitur aũt æquale. Igitur altitudo γμ altitudini ακ inæqualis nõ eſt, æqualis igitur. Eritq; ſicut baſis ιθ ad baſin υπ, ſic γμ ad ακ, & manifeſtũ quòd ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Nõ ſit iã æqualis ιθ baſis ipſi υπ, baſi, ſed eſto maior ιθ. Eſt aũt ſolidum α β, ipſi γ δ ſolido æquum maior igitur eſt & γμ, ipſa ακ. Si autẽ nõ, neq; igitur rurſus, ipſa α β, γ δ, ſolida ſũt æqualia, ſupponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipſi ακ, æqualis γτ, compleaturq; ex baſi quidẽ υπ, altitudine autẽ γτ, ſolidum parallelepipedum γφ. Et quoniã ſolidum α β æquum eſt ipſi γ δ ſolido, aliud autẽ eſt ipſum φγ, ad idem aũt æqualia eãdem rationem habent (p 7 quinti) eſt igitur ſicut α β ſolidũ ad γφ ſolidum, ſic eſt γ δ ſolidũ, ad γφ ſolidum. Sed ſicut quidẽ ſolidum α β ad ſolidum γφ, ſic ιθ baſis ad υπ baſin (p 32 undecimi) ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γφ, ſolida. Sicut autẽ ſolidum γ δ ad ſolidum γφ, ſic eſt μπ, baſis ad πτ baſin, & μγ ad γτ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ιθ, baſis ad υπ baſin, ſic μγ ad γτ. Aequalis autẽ eſt γτ, ipſi ακ, &



sicut igitur (per 9 quinti) ιθ basis ad νπ, basin sic μγ ad ακ. Ipsorũ igitur αβ, γδ, solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus. Rursus ipsorũ αβ, γδ, solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sint bases altitudinib. sitq; sicut ιθ basis ad νπ basin, sic ipsius γδ solidi altitudo ad ipsius αβ solidi altitudinẽ. Dico q, solidũ αβ æquũ est ipsi γδ solido. Sint enim rursus stãtes, ad angulos rectos ipsis basibus. Et si quidem æqualis est ιθ basis ipsi νπ basi, estq; sicut ιθ basis ad νπ basin sic ipsius γδ solidi altitudo ad ipsius αβ solidi altitudinem, æqua igitur est ipsius γδ solidi altitudo, altitudini ipsius αβ solidi. Super æqualibus autẽ basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicẽ sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum αβ, æquũ est ipsi γδ solido. Non sit iã ιθ basis ipsi νπ basi æqualis, sed esto maior ιθ, maior igitur est & ipsius γδ, solidi altitudo, ipsius αβ solidi altitudine, hoc est γμ, maior quàm ακ. Ponatur (per 2 primi) ipsi ακ, rursus æqualis γτ, & cõpleatur γτ solidũ. Quoniã est sicut ιθ basis ad νπ basin, sic μγ ad ακ, æqualis autẽ est ακ ipsi γτ, est igitur sicut ιθ basis ad νπ basin, sic γμ ad γτ, reciproca enim supponuntur. Sed sicut quidem ιθ basis ad νπ basin sic (per 32 undecimi) αβ solidũ ad γφ solidum sub æquali enim sunt altitudine, ipsa αβ, γφ solida. Sicut autem γμ ad γτ, sic (per 1 sexti) μπ, basis ad πτ basin et (per 32 undecimi) γδ solidũ ad γφ solidũ, & sicut igitur (per 11 & 9 quinti) αβ solidũ ad γφ solidũ, sic γδ solidũ ad γφ solidũ. Vtrũq; igitur ipsorũ αβ, γδ, ad ipsum γφ eandẽ rationẽ habet. Aequũ igitur est (per conuersionẽ 7 quinti) αβ, solidũ ipsi γδ solido. Quod oportuit ostendere. Non sint autẽ stantes ζι, βλ, κα, θκ, νξ, δο, μγ, ρπ, ad angulos rectos basibus eorũ, excitenturq; (per 10 undecimi) ab ipsis ζκ, βκ, ξμ, δρ, signis in ipsorũ ιθ, νπ, basium planis, perpendiculares, concurrantq; planis ad signa ρτυ, φχ, ψω, ς, cõpleanturq; ipsa ζφ, ξω, solida. Dico q, & sic æqualibus existentibus ipsis αβ, γδ, solidis reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus, estq; sicut ιθ, basis ad νπ basin, sic est ipsius γδ solidi altitudo, ad ipsius αβ, solidi altitudinẽ. Quoniã enim αβ solidũ æquũ est ipsi γδ solido, sed αβ, quidem ipsi βτ (per 31 undecimi) est æquale (super eadẽ) enim sunt basi ζκ, & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdem rectis lineis) at γδ solidũ (per 31 undecimi) ipsi δψ solido est æquale (super eadem namq; sunt basi ξρ, & sub eadem altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis) igitur solidũ βτ ipsi δψ solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorum, quorũ altitudines ad angulos rectos ipsis eorũ basibus sunt, reciprocæ sunt bases ipsis altitudinib. Est igitur sicut ζκ basis ad ξρ basin, sic ipsius δψ solidi altitudo ad ipsius βτ solidi altitudinẽ. Aequalis autẽ est ζκ basis ipsi ιθ basi, & ξρ basis ipsi νπ basi, est igitur sicut ιθ basis ad νπ basin, sic est ipsius δψ solidi altitudo ad ipsius βτ solidi altitudinem. Eædem uerò altitudines sunt ipsorũ δψ & βτ solidorũ & ipsorũ δγ & βα. Est igitur sicut ιθ basis ad νπ basin, sic ipsius γδ, solidi altitudo ad ipsius αβ, solidi altitudinẽ. Ipsorum igitur αβ, γδ, solidorum parallelepipedorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Rursus iã ipsorũ αβ, γδ, solidorum parallelepipedorũ, reciprocæ sint bases altitudinibus, sitq; sicut ιθ, basis ad νπ basin, sic ipsius γδ solidi altitudo ad ipsius αβ solidi altitudinẽ. Dico q, solidũ αβ, æquum est ipsi γδ solido. Eisdẽ nãq; dispositis, quoniã est sicut ιθ basis ad νπ basin, sic ipsius γδ solidi altitudo ad ipsius αβ, solidi altitudinem, æqualis autem est basis ιθ, ipsi ζκ & νπ, ipsi ξρ, est igitur sicut ζκ basis ad ξρ basin, sic ipsius γδ solidi altitudo ad ipsius αβ, solidi altitudinẽ. Eædem autem ipsorum αβ, γδ, & βτ, δψ, solidorum sunt altitudines. Est igitur sicut ζκ basis ad ξρ basin, sic ipsius δγ solidi altitudo ad ipsius βτ solidi altitudinem. Ipsorum igitur βτ, δψ, solidorum parallelepipedorum, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorũ altitudines ad angulos rectos sunt basibus eorum, & reciprocæ sunt bases altitudinibus, æqualia sunt (per 21 undecimi) Igitur solidum βτ, æquum est ipsi δψ solido. Sed ipsum quidẽ βτ, ipsi βα, æquum est (p 29 undecimi) super eadẽ nãq; sunt basi ζκ, et sub eadẽ altitudine, quorum stãtes sunt super eisdẽ rectis lineis. Solidum autẽ δψ, ipsi δγ, solido æquum est, super eadẽ nãq; sunt basi ξρ, & sub eadẽ altitudine, quorum stãtes sunt super eisdẽ rectis lineis. Igitur & αβ solidum, ipsi γδ, solido æquum est: quod demonstrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 37.





SI fuerint duo anguli plani æquales super quos duæ hypothenusæ in aẽre statuãt cũ lateribus angulorũ subiacẽtiũ singulos singulis æquos angulos cõtinẽtes, atq; in illis hypothenusis duo pũcta signẽtur à quibus punctis duæ perpendiculares ad superficies angulorũ propositorũ demittantur, à pũctis autem su 37

per

per quæ perpendiculares ceciderint ad eosdē duos angulos planos duę rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenusis continentur, æqui sibi inuicem esse probantur.

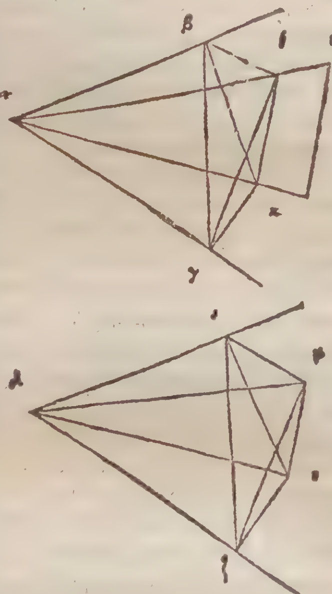
CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d h, sitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus secundum pręcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse ęqualem angulo h d n. Si linea a k est ęqualis d l, bene quidem. Sin autem, ex linea a g sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpēdicularis ad superficiem anguli a, linea quę sit p q. Manifestum est igitur quod punctum q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantiū quas necesse esse in superficie una, facilè constat studiosè intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur perpendiculares duæ, una ad lineam a b quę sit q r, & alia ad lineam a c quæ sit q f. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineam d e, quæ sit n t, & alia ad lineam d e, quæ sit n x, & protrahantur r f & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenusę p q, p r, p f, & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudenter disposita, demonstrationē propositi sic collige. Constat ex penultima primi, quòd quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearum a q, & p q, ac ex eadem quòd quadratum a q est æquale quadratis duarum linearum a f, f q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratis trium linearum a f, f q, & q p. Sed ex eadem, quadratū f p, est æquale quadratis duarum linearum f q & p q, ergo quadratum a p, est ęquale quadratis duarū linearū a f & f p, ideoq; ex ultima primi angul⁹ a f p est rect⁹. Similiq; modo ꝓbabis, unūquēq; triū angulorū d x l, a r p, d t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angul⁹ f a p ęqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x ęqualis a f, et x l æqualis f p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p ęqualis āgulo e d l, erit ex eadē linea a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r f erit ęqualis lineæ t x & angul⁹ a r f ęqualis angulo d t x, & angulus a f r angulo d x t: est enim ex hypothesi angulus a, æqualis angulo d. A cōceptiōe igitur erit angulus f r q æqualis angulo x t n, & angulus r f q angulo t x n, sunt enim residui duorū rectorū, dēptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q f ęqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineę r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineę t l æquale quadratis duarum linearum t n & l n, sint autem duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoque quæ sunt r q & t n ęquales, sequitur ex cōmuni scientia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodem modo cum quadratum lineæ a p sit æquale quadratis duarum linearum quæ sunt a q & q p, similiter quadratum lineæ d l quadratis duarum linearum quæ sunt d n & n l, sit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōmuni scientia a q esse æqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propositum, uidelicet angulum p a m esse æqualem angulo l n d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 35.*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, ęquales angulos cōprehendentes cum ijs quę in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdē ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autem quæ in planis à perpēdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cōiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub β α γ, ε δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ α κ, δ μ, æquos cōprehendentes angulos cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, hoc est angulum μ δ ε angulo ei qui sub κ α β, eū aūt qui sub μ δ ζ, ei qui sub κ α γ, sumanturq́; in ipsis α κ, δ μ, cōtinētia signa κ, μ, excitētur q́; (p 11 undecimi) ab ipsis κ, μ, signis ad ea quæ p β α γ δ ε ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, coincidantq́; ipsis planis in ν λ, connectanturq́; ipsæ λ α, ν δ.* Dico q angulus

angulus qui sub κ α λ*, æquus est angulo* μ δ ν*, ponatur (per 2 primi) ipsi* δ μ *æqualis* α θ*, exciteturq́; (per 31 primi) per signū* θ*, ipsi* κ λ *parallelus* θ κ*. At* κ λ*, perpendicularis est ad id quod per* β α γ *planū. Igitur & θ κ, perpendicularis est ad id quod per* β α γ*, planū. Excitentur (per 11 primi) ab ipsis* κ ν*, signis ad ipsas* α β α γ, δ ζ, δ ε*, rectas lineas perpendiculares* κ γ, ν ζ, κ β, ν ε*, cōnectanturq́; ipsæ* θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε*. Et quoniā quod ex* θ α *(per 47 primi) æquū est eis quæ ex* θ κ, κ α*, ei autem quod ex* κ α*, æqualia sunt quæ ex* κ γ, γ α*, igitur quod ex* θ α *æquū est eis quæ ex* θ κ, κ γ, γ α*, eis uerò quæ ex* θ κ, κ γ*, æquū est id quod ex* θ γ*, quod igitur ex* θ α *(per 47 primi) æquū est eis quæ ex* θ γ, γ α*, rectus est igitur qui sub* θ γ α*, angulus. Idq́; propterea et qui sub* δ ζ μ *angulus, rectus est: æqualis igitur est qui sub* θ γ α *angulus, ei qui sub* δ ζ μ *angulo. Est autē & qui sub* α γ θ*, æqualis ei qui sub* δ ζ μ*. Bina igitur triangula sunt* δ ζ μ *&* θ α γ*, duos angulos duobus angulis æquos habētia alterū alteri & unū latus uni lateri æquū, quod unum æqualiū angulorū subtendit, hoc est,* θ α*, ipsi* δ μ*, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterū alteri, æqualis igitur est* α γ *ipsi* δ ζ*. Similiter ostendemus, quòd &* α β *ipsi* δ ε *est æqualis. Connectantur* θ β*, &* μ ε*. Et quoniā quod ex* α θ *(per 47 primi) æquū est eis quæ ex* α κ, κ θ*, ei autē quod ex* α κ *(per eandē) æqua sunt quæ ex* α β, β κ*, quæ igitur ex* α β, β κ, κ θ*, sunt æqualia ei quod ex* α θ*. Sed eis quæ ex* β κ, κ θ*, æquū est id quod ex* β θ *rectus enim est qui sub* θ κ β *angulus, quoniam* θ κ *perpendicularis est ad subiectū planū, igitur quod ex* α θ *æquū est eis quæ ex* α β, β θ*, rectus igitur est qui sub* α β θ *angulus, & id propterea qui sub* ε δ μ *angulus, rectus est. Est antē & qui sub* β α θ*, angulus, ei qui sub* ε δ μ *æqualis: supponitur nanq́;, estq́; ipsa* α θ*, ipsi* δ μ *æqualis, æqualis igitur est (per 26 primi)* α β*, ipsi* δ ε*. Quoniā igitur æqualis est* α γ*, ipsi* δ ζ*, &* α β*, ipsi* δ ε*, binæ igitur* γ α, α β*, duabus* ζ δ, δ ε*, sunt æquales, sed et angulus qui sub* γ α β*, ei qui sub* ζ δ ε*, est æqualis. Basis igitur* β γ *(per 4 primi) basi* ε ζ*, est æqualis & triangulū triāgulo & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub* α γ β *angulus, et qui sub* δ ζ ε*. Rectus autē & qui sub* α γ κ*, recto qui sub* δ ζ ν *est æqualis, et reliquus igitur qui sub* β γ κ*, reliquo qui sub* ε ζ ν *est æqualis. Et id propterea qui sub* γ β κ*, ei qui sub* ζ ε ν*, est æqualis. Bina igitur triāgula sunt (p 8 primi)* β γ κ, ε ζ ν*, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterū alteri, & unū latus uni lateri æquū, quod ad æquos angulos, hoc est* β γ *ipsi* ε ζ *et reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebūt. Aequalis igitur est* γ κ*, ipsi* ζ ν*: est autē &* α γ*, ipsi* δ ζ *æqualis. Binæ igitur* α γ, γ κ*, duab.* δ ζ, ζ ν*, sunt æquales, & æquos cōprehēdūt angulos, basis igitur* α κ *(p 4 primi) basi* δ ν *est æqualis. Et quoniā æqualis est* α θ*, ipsi* δ μ*, æquū est qd' ex* α θ *ei qd' ex* δ μ*. Sed ei qd' ex* α θ γ *(p 47 primi) æqualia sunt quæ ex* α κ, κ θ*, rectus enim est q sub* α κ θ*. Ei autē quod ex* δ μ*, æqua sunt quæ ex* δ ν, ν μ*, rectus enim est q sub* δ ν μ*. Igitur quæ ex* α κ, κ θ*, sunt eis æqualia quæ ex* δ ν, ν μ*, quorū quod ex* α κ*, æquū est ei quod ex* δ ν*. Reliquum igitur quod ex* κ θ*, æquū est ei quod ex* ν μ*. Aequalis igitur est* θ κ*, ipsi* μ ν*. Et quoniā binæ* θ α α κ*, duabus* μ δ, δ ν*, sunt æquales altera alteri, & basis* θ κ*, basi* μ ν *est æqualis, angulus igitur qui sub* θ α κ *(per 8 primi) angulo qui sub* μ δ ν *est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequūtur reliqua: quod ostendere oportebat.*



CORRELARIVM. *Ex hoc nēpe manifestū, quòd si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq́; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cōprehendētes, unà cū ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, inuicem sunt æquales.*

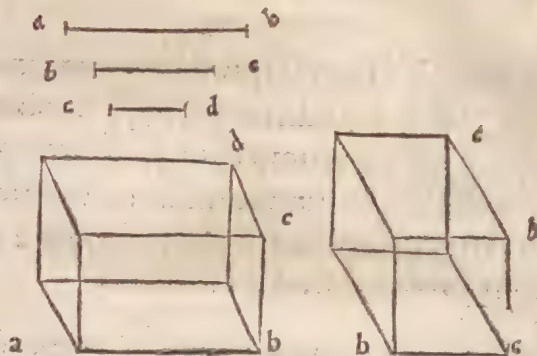
Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*



Olidū tribus lineis proportionalibus contentū, æquū erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus cōtinetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint. 38

CAMPANVS. De solidis parallelogrāmis intelligatur, de his enim qualiacūq; sint dū tamē ęquiāgula, uerū est, quod contentū à tribus lineis proportionalibus ęquale est ei quod à media earū continetur, quemadmodū de superficiebus rectangulis probatū est in 16 sexti, & de non rectāgulis elicitur euidenter ex secunda parte 13 eiusdē. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, continue proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidum æquidistantium laterum, cuius linea a b sit longitudo, b c uerò altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatē quæ est b, con-

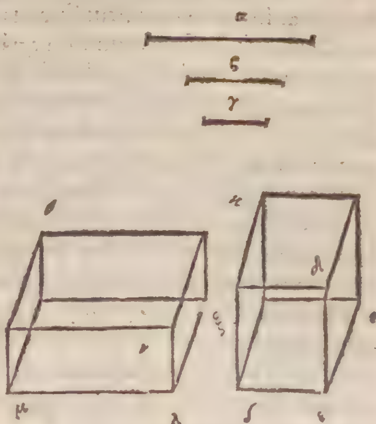
conſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundum quod docet 26 lineæq́; cæteræ ſolidum angulum b continentes reſecentur ad æqualitatẽ lineæ b c,& perficiatur ſolidum æquidiſtantium ſuperficierum, cuius longitudo, latitudo, & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaq; duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtum eſt enim, quòd cunctæ ſuperficies unius ſunt æquiangulæ ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt, nam cũ ſolidus angulus b ponatur æqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſq; ſuperficiei ſolidi a d ſit æqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c, itaq; per 34 primi corũ oppoſiti, erũt ęquales. At q̃a uniuſcuiuſq; ſuperficiei quadrilateræ omnes anguli ſunt æquales quatuor relictis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cumq́; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiam adinuicem æquales, conuincitur neceſſariò ut unaquæq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuę relatiuę in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorum ſolidum propoſitorum erunt æquales: ſunt enim ęquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorum orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineæ ſint æquales & ipſæ determinent altitudinem ſolidorum, erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarum ſummitatibus ad baſes perpẽdicularibus demiſsis, erunt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſæ enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineę p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorum altitudo ex perpendicularibus à ſummitatibus ipſorum ad ſuas baſes deſcendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, conuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrammum corpus a d ſit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c cõtineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineæ continentes corpus a b continue proportionales. Cùm enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æque alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt æquiangulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti, quòd ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α, ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ex α β γ, ſolidum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidẽ, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ε, comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidẽ β, æqualis unaquæq; ipſarum δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq́; ipſum ε κ, ſolidum. Ipſi autẽ α, æqualis eſto (per eandem λ μ) conſtituaturq́; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignumq́; in ea λ, ipſi qui ad ε ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ε ζ, ε η, ε δ, & γ ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ε ζ, ſic eſt δ ε ad λ ν, & circum æquos angulos qui ſub μ λ ν, δ ε ζ, latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi δ ζ, parallelogrãmo (per 14 ſexti) Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub δ ε ζ, ν λ μ, & ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cõſtitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per præcedentẽ) æquos angulos cõprehẽden*



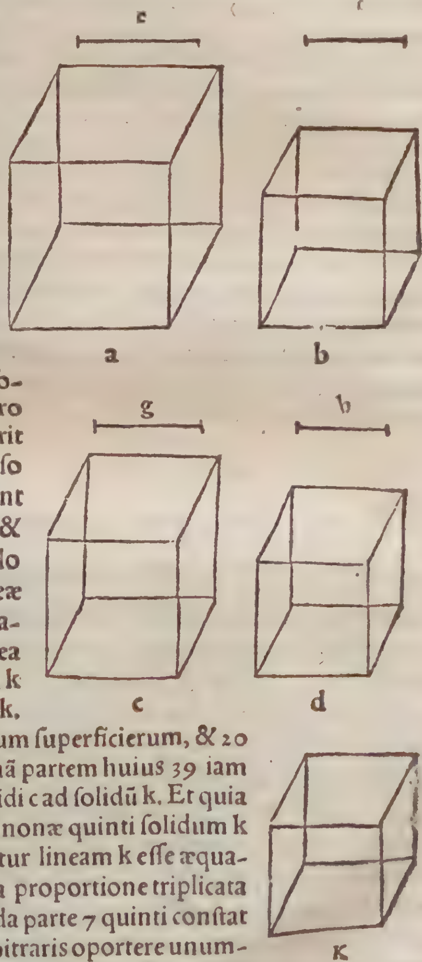
tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipsæ igitur quæ ex κ ξ, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, δ ι ξ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autē basibus & sub eisdem altitudinibus constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidum, est ex ipsis α β γ, & ι κ, solidum est ex β. Igitur quod ex α β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædicto: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 39.



I fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atq; similium uniuscuiusq; creationis superficierum, erunt proportionalia. Si uerò solida æquidistantium atque similium uniuscuiusq; creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales. 39

CAMPANVS. Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & super has fabricētur quatuor solida parallelogramma eisdem nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitū fabricatis super duas lineas a & c, cætera secundū præcepta 27 constituenda erunt. Dico hæc 4. solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiungātur enim duabus lineis a & b, in cōtinua proportione duæ quę sunt e & f, quemadmodum docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Constat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quæ posita est in principio quinti, & ex hac hypothesi quòd solida a & b sibi inuicem, & solida c & d sibi ad inuicem sunt expresse similia: quòd proportio solidi a ad solidum b est sicut proportio lineæ a ad lineā f: solidi quoq; c ad solidum d, sicut lineæ c ad lineā h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineā f est, sicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti solidum a ad solidum b, sicut solidum c ad solidum d. Constat igitur prima pars. Secunda sic, Sint duo solida a & b sibi adinuicem, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicem expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundum 27 huius super lineam k solidum expresse simile solido d, quod etiam dicatur k.



Eritq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum, & 20 sexti, corpus k expresse simile corpori c, ideoq; per primā partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidum b, sicut solidi c ad solidū k. Et quia eadem erat solidi c ad solidum d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidum k æquale solido d. Cumq; esset sibi expresse simile, sequitur lineam k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiam huiusmodi pars secunda. Deciperis autem si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorum a b c d esse simile cuilibet aliorum. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itemq; duo c & d sibi adinuicem esse similia, solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessarium autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 37.*

Si quatuor rectæ lineæ ꝓportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta ꝓportionalia erūt. Et si quæ ex 37 ipsis

ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zāb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ, & deſcribantur ab ipſis α β γ δ, ε ζ, η θ, ſimilia ſimiliterq; iacentia ſolida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico quod eſt ſicut κ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν η. Quoniā enim ſolidum κ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicem rationē habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplā habet rationem quā ε ζ ad η θ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η. Sed iam eſto ſicut κ α ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν η ſolidum. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad η θ. Quoniam enim rurſus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplā rationem quā ε ζ ad η θ, eſtq; ſicut κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

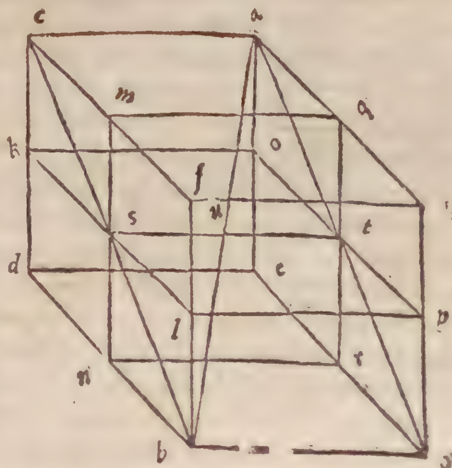
Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

38 Si planū ad planum rectū fuerit, à ſigno autē in altero planorū exiſtente, in alterū planū perpendicularis ducta fuerit, in cōmunē ipſorū planorū ſectionē cadet ipſa perpendicularis.

THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectū eſto, cōmunis autem ipſorum ſectio ſit δ α, ſumaturq; in ipſo γ δ plano, contingens ſignū ε. Dico quod ab ipſo ε in α β planum perpēdicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & concurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq; ε η. Quoniam igitur ζ η ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε η exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ η ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ η, rectus eſt. Trianguli iā ipſius ε ζ η bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoſſibile. Igitur ab ε in α β planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40 
I inciſa fuerint latera duarū oppoſitarū ſuperficierum cubi unūquodq; in duo media, exierintq; à punctis ſectionū duę ſuperficies ſe uiciſſim ſecantes et cubū, cōmunē earum ſectionē diametrū cubi per æqualia ſecare, & ab ipſa diametro uerſa uice per æqualia ſecari neceſſe eſt.



Campanvs. Statue cubū qui ſit a b, de quo conſtat per diffinitionē quòd oēs lineę ipſum cōtinentes ſint æquales, & eius ſuperficies rectangulæ, tales enim corpus, cubū dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſuperficies uerò eius ſuprema b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autē ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulterior a c g f, eiusq; diameter ſit a b. Diuidātur itaq; omnia latera duarū quarūlibet ſuperficierū oppoſitarū eius per æqualia, & ſint nūc ſuperficies quarū latera diuidātur, dextra atq; ſiniſtra. Diuidātur in quā, quatuor latera dextræ quidē ſuper quatuor pūcta quæ ſunt o p, q r, ſiniſtrę uerò ſuper quatuor quæ ſint k l m n, & cōiūgātur pūcta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecēt ſe in pūcto t, itēq; k l & m n quæ ſecēt ſe in pūcto ſ, & perficiātur duæ

superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis o k & p l, q m & r n sitq́ harũ duarum superficierum communis sectio lineas s t. Dico igitur quòd linea s t diuidit diametrũ a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum transit per centrum cubi.

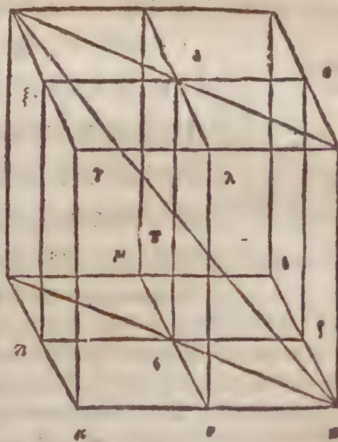
ALITER uerò conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ s c, s b, eritq́ ex 4 primi a t æqualis t h, & s c æqualis s b. Cõstat autem ex prima parte 29 primi, quòd angulus p t q est ęqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius, linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq́; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq́; per cõceptionem, earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestum est, quòd linea s t est in superficie duarum linearum a h & b c, & ex eadem linea a b quę est diameter cubi, est etiam diameter superficiei parallelogrãmę a c b h. Itaq; linea s t secat diametrũ a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineã s u esse æqualẽ lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorũ anguli qui sunt ad t & s sunt ęquales adinuicẽ, similiter anguli eorũdẽ qui sunt ad a et b ęquales adinuicẽ ex prima parte 29 primi, propter id qd' linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales, sequitur ex 26 primi, quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentũ fuerit, siue quoq; super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

Si solidi parallelepipedi eorũ quę ex opposito planorũ latera bifariàm secta fuerint, extẽsaq́ fuerint p sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariàm se adinuicẽ dispescẽt. 39

ALITER. Si cubi eorũ quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur, ut suprà.

THEON ex Zãb. *Solidi, inquam, parallelepipedi αζ, eorum quæ ex opposito planorũ γζ, αδ, latera bifariàm dispescãtur per κλμν, & ξπορ signũ, & per sectiones protẽdãtur plana κνξς, cõmunis autem planorum ipsorũ sectio esto υσ, ipsius autẽ αβ, solidi parallelepipedi diagonius esto δυ. Dico iam q, & ipsæ υσ, δκ, sese inuicem dispescunt, hoc est quod υτ ipsi τσ est æqualis, & δτ ipsi τυ. Connectãtur enim δυ, υε, ϐσ, συ. Et quoniam δξ parallelus est ipsi οε, anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δξυ, υοε inuicem sunt æquales. Et quoniã æqualis est δξ ipsi οε, & ξυ, ipsi υο, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δυ (per 4 primi) ipsi υε est æqualis, & triangulum δξυ ipsi υοε triangulo est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξυδ, æquus est ei qui sub ουε angulo, ac per hoc recta linea est ipsa δυε, & per eadem etiam ϐσκ recta linea est, est & æqualis βσ ipsi σκ. Et quoniam γα ipsi δϐ est æqualis & est parallela, sed γα ipsi κε est æqualis et parallela, et δϐ igitur ipsi εκ est æqualis & parallela (per primam communem sentẽtiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δε, βκ, parallelus igitur est (per 33 primi) δε, ipsi βκ, & suscipiuntur in utrisq; cõtingẽtia signa, hoc est δυ, κσ, cõnectanturq́; δκ, χσ. In uno igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δκ, υσ. Et quoniã parallela est δε ipsi βκ, æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub εδτ angulus ei qui sub ϐκτ angulo: uicißim enim & qui sub δτυ ei qui sub κτς. Bina iã triangula sunt, hoc est δτυ & κτσ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unũ latus uni lateri æquum, quod subtendit autem æqualium angulorum, hoc est δυ ipsi κσ, dimidiæ nanque ipsarum δε, βκ, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δτ ipsi τκ, & υτ ipsi τσ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariàm secta fuerint extensaq; fuerint per sectiones planas, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariàm se adinuicem dispescent: quod erat ostendendum.*

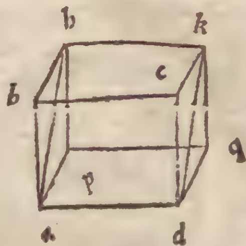


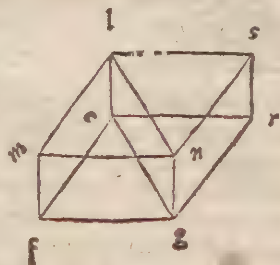
Euclid. ex

Euclid.ex Camp. Propositio 41.

41 I duo corpora seratilia quorũ alterũ basin triangulã, alterũ uerò basin habeat æquidistantiũ laterũ ipsi basi triangulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora, necesse est esse æqualia.

Campanvs. Sit superficies a b c æquidistantiũ laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiāt duo corpora seratilia æquè alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrangulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficiei æquidistātium laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triangulam e f g, sit e f g l m n cuius altera duarum trilaterarũ superficierũ est basis prędicta, reliqua uerò triangulus l m n, triũ autē superficierum eius ęquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita, esse adinuicem æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propositorum seratiliũ aliud seratile sibi æquale. Primò quidē seratili super eandē basin sit adiunctũ seratile a p h d q k cuius duę trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autē quadrilateræ, prima quidē a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur secunda uerò a d p q, tertia quoq; p q h K. Secundo autē seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota superficies e f g r sit æquidistantium laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiūcti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrāmæ sunt, prima quidem c l r s, secunda e l g n quæ est communis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorum æqualium atq; similium, quòd duo seratilia parallelogrammum componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq; componētia solidum parallelogrammum e n, sibi adinuicem sunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita, per communem scientiam constat ea esse æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum meditates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

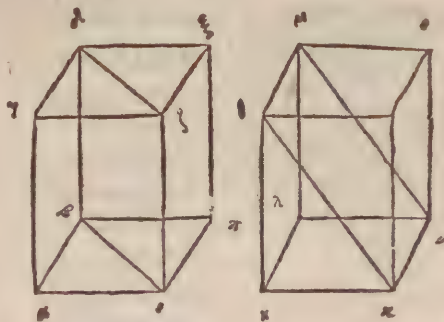




Euclid.ex Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

40 Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterũ quidē basin parallelogrammum habuerit, alterũ autē triangulum, duplũ autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat basin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò η θ κ triangulum, duplum uerò sit α ζ parallelogrammum, ipsius η θ κ trianguli. Dico quòd prisma α β γ δ ε ζ, æquum est ipsi θ κ λ μ ν prismati. Cōpleantur inquam, ipsa α ξ, ν ο, solida. Et quoniā α ζ parallelogrammũ ipsius η θ κ triāguli duplum est, estq; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipsius η θ κ trianguli, æquum igitur est α ζ parallelogrammum ipsi θ κ parallelogrāmo. Super æqualibus autem basibus existētia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicē sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum α ξ, æquũ est ipsi η ο solido & ipsius quidē α ξ solidi, dimidiũ est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autē η ο solidi, dimidiũ est ipsum η θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi η θ κ λ μ ν prismati est æquum. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit basin parallelogrammum, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata: quod erat ostendendum.*



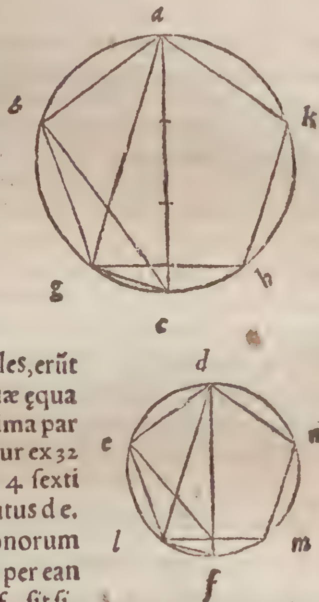
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber duodecimus.*

Ex Campano. *Propositio 1.*



Mnium duarũ superficierũ similiũ multian- 1
gularũ inter duos circulos descriptarũ, est ꝓportio alterius ad alterã, tãquam proportio quadratorũ quæ ex diametris circulorũ eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quæ ponantur adinuicem similes, sintq́ nunc pentagonæ inscriptæ, ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h K, d e l m n, diametri quoq́ circulorũ sint a c & d f. Dico itaq́ quòd proportio pentagoni a b g h K ad pentagonum d e l m n, est sicut quadratum diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahantur enim in utroq́ circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non conterminalis seinuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cũ pentagoni ponantur adinuicem similes, erunt ex diffinitione similiũ superficierum angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij, duo anguli a c g & a g b sibi inuicem æquales, itemq́ duo alij d f e & d l e sibi inuicẽ æquales, erũt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi sciẽtia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq́ æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij, uterq́ duorũ angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrum d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum ita q́ ex secũda parte 18 sexti, proportio duorum pentagonorum est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, et per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem scientiam quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq́ adinuicem esse æqualia, manifestum est: quod propositum est.

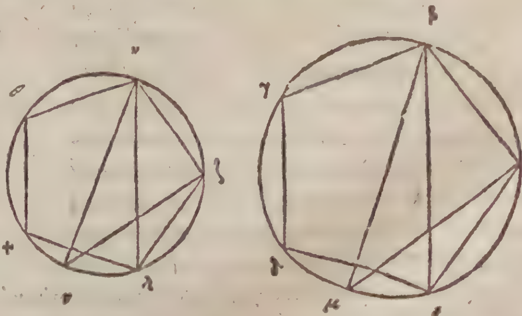


Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*



Væ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se 2
habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zãb. *Sint circuli αβγδε, ζηθκλ, & in eis sint similes figuræ multãgulæ αβγδε, ζηθκλ, dimetientes autẽ circulorum sint βμ, ην. Dico quòd est sicut quadratum quod ex βμ ad id quod ex ην quadratum, sic est multangulũ αβγδε ad multangulũ ζηθκλ. Cõnectãtur enim βε, αμ, ηλ, ζν. Et quoniã multãgulũ αβγδε ipsi ζηθκλ multãgulo simile est, æquus est et q sub βαε ãgulus ei q sub ηζλ, estq; sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Bina iã triãgula sunt βαε et ηζλ, unũ ãgulũ uni angulo æquũ habẽtia, q sub βαε ei qui sub ηζλ, circa aũt æquos angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est*



(per

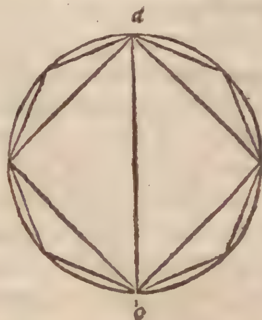
(per 1 diffinitionem sexti) αβε triangulũ, ipsi ζκλ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub αεβ, ei qui sub ζλκ. Sed qui (per 21 tertij) sub αεβ ei qui sub αμβ est æqualis (in eandem nanq; circunferentiã ierunt) qui autẽ sub ζλκ ei qui sub ζνκ, & qui sub αμβ, igitur ei qui sub ζνκ est æqualis. Est autẽ & rectus qui sub βαμ, ei qui sub κζν recto (per 4 postulatum) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 communẽ sententiam) Aequiangulum igitur est triangulum αμβ, ipsi ζκν triãgulo. Proportionaliter igitur est sicut βμ ad κν sic βα ad κζ. Sed ipsius quidem βμ ad κν rationis, dupla est ea quæ ipsius βμ quadrati ad id quod ex κν quadratum. Ipsius autem βα ad κζ, dupla est ipsius αβγδε multanguli ratio ad ipsum ζηθκλ multangulũ: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex βμ quadratum, ad id quod ex κν quadratum, sic est multangulum αβγδε ad multangulum ζηθκλ. In circulis igitur similia multangula, sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat ostendendum.

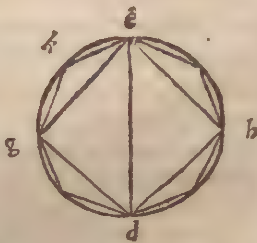
Euclid. ex Camp. Propositio 2.

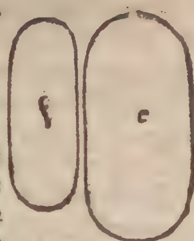


2 Mniũ duorũ circulorũ est proportio alterius ad alterũ, tãq̃ ꝓportio quadrati suæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

Campanvs. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifestum enim est ex hac cõmuni scientiã scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquam secundam, tantam necesse est esse quãlibet tertiam ad aliquam quartam, quod proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiem aliquã quæ sit e, cuiuscũq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impossibile est maiorẽ esse aut minorẽ circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorẽ circulo c d, sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d, sit æqualis duabus superficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, quod toties possit ex circulo c d, suisq; residuis subtrahi maius dimidio, quousque relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo constat quòd ipsum sit maius medietate circuli: quadratũ enim quod est duplũ ad ipsum, est circulũ circũscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sint autẽ quatuor arcus existentes super dicta latera per æqualia diuidãtur, & pũcta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterũ continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahantur lineæ k c, K g, sicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ descriptorũ super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo quod omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrãmi suæ basis per 41 primi, quod quidem parallelogrammum maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existẽtes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondũ hoc esset, non cessarem diuidere arcus (quorum latera ultimę descriptę figurę sunt chordę) per æqualia, & inscribere figuram ęquilateram duplo pluriũ laterum primæ, semper subtrahẽdo ab ipsis circuli portionib. maius dimidio, quousq; per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figurę circulo inscriptæ existẽtes pariter acceptę, erũt minus superficie f. Sint ergo nũc quæ dictæ sunt, eritq; ex conceptione octogonũ c d, maius superficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inscribatur simile octogonum quod dicatur a b, sitq; ex præmissa proportio octogoni a b ad octogonum c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulũ a b, sicut polygonij c d ad superficiẽ e. Cũq; sit polygoniũ c d maius superficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Nõ est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cũ igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, sicut circuli a b ad superficiem e, erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, sicut superficiei e ad circulũ a b. Et constat ex cõmuni scientia in principio huius demõstrationis posita, quod eadẽ est circuli c d ad aliquã superficiẽ quæ sit f, eritq; ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit sicut circuli c d ad superficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõstrauimus paulò antè sequi impossibile, uidelicet polygoniũ inscriptũ circulo mai⁹ esse circulo. Sicut ergo superficies e nõ potest esse minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo necessariò æqualis. Quare per secundam partẽ 7 quinti, liquet quod propositum est.

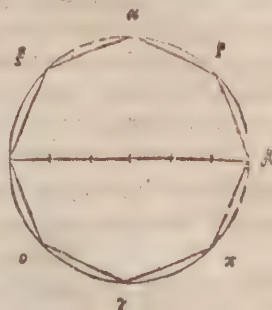




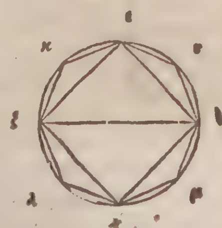


Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

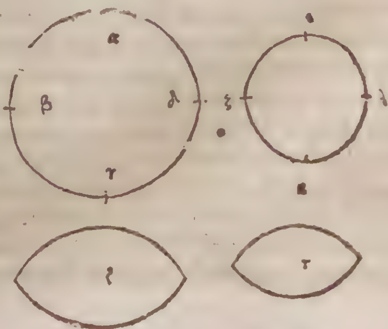
Circuli sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. 2



THEON ex Zamb. *Sint circuli αβγδ, εζηθ, dimetiẽtes autẽ eorũ sunt βδ, ζθ. Dico quod est sicut quod ex βδ quadratũ ad id quod ex ζθ quadratũ, sic est αβγδ circulus ad εζηθ circulum. Si enim non est sicut qd' ex βδ quadratũ ad id quod ex ζθ quadratum, sic αβγδ circulus ad εζηθ circulum, erit sicut quod ex βδ ad id quod ex ζθ, sic αβγδ circulus uel ad minorem ipso εζηθ circulo aream, uel ad maiorẽ. Sit prius ad minorẽ σ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratũ εζηθ. Iam descriptũ quadratũ, maius est quàm dimidiũ ipsius εζηθ circuli, quoniã si per signa εζηθ, tangentes circulũ rectas lineas ducamus, circum circulũ descripti quadrati dimidium est εζηθ quadratũ, ipso autẽ circũscripto quadrato minor est circulus, quare εζηθ inscriptũ quadratũ, maius est quàm dimidium ipsius εζηθ circuli. Secentur bifariàm ipsæ εζ, ζη, ηθ, θε, circũferentiæ in signis κ, λ, μ, ν, connectanturq; εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε. Et unũquodq; igitur ipsorũ εκζ, ζλη, ημθ, θνε, triangulorũ, maius est quàm dimidium eius quod circum ipsum est circuli segmenti, quoniã si per κ, λ, μ, ν, signa circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in εζ, ζη, ηθ, θε, rectis lineis parallelogrãma, unumquodq; ipsorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε, triangulorũ, dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrammi, sed circum ipsum segmentum, minus est parallelogrãmo, quare unumquodq; ipsorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorũ, maius est dimidio eius quod circũ seipsum segmenti circuli. Dispescentes iam (per 30 tertij) reliquas circunferentias bifariàm, connectẽtesq; rectas lineas, & hoc semper efficiẽtes (per 1 decimi) relinquentes quædam circuli segmenta quæ minora erũt excessu quo excedit circulus εζηθ aream σ. Ostensum etenim est in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiori auferatur maius quàm dimidium, et reliquæ maius quàm dimidium, hocq; semper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita, minor erit. Relinquantur igitur, sintq; quæ in ipsis εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε, segmenta ipsius εζηθ circuli, minora excessu quo excedit circulus εζηθ ipsam σ aream. Reliquum igitur εκζλημθν multangulũ, maius est ipsa area σ. Inscribatur in circulum αβγδ, ipsi εκζλημθν multangulo, simile multangulum αξ, βο, γπ, δρ. Est igitur (per præcedentem) sicut quod ex βδ quadratũ ad id quod ex ζθ quadratum, sic est multangulum αξβογπδρ ad εκζλημθν multangulum. Sed sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratum, sic circulus αβγδ ad aream σ: & sicut igitur (per 11 quinti) αβγδ circulus ad σ aream, sic multangulum αξβογπδρ ad ipsum εκζλημθν multangulum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut circulus αβγδ, ad id quod in ipso multangulum, sic σ area ad multangulũ εκζλημθν. Maior autem est αβγδ circulus, eo quod in se est multangulo: maior igitur est & area σ, ipso εκζλημθν multangulo, sed & minor, quod est impoßibile. Non est igitur sicut quod ex βδ quadratũ ad id quod ex ζθ quadratum, sic circulus αβγδ ad aliquã areã ipso εζηθ circulo minorẽ. Similiter iã demõstrabimus, quod neq; sicut quod ex ζθ ad id quod ex βδ, sic circulus εζηθ ad aliquã areã minorẽ ipso αβγδ circulo. Dico nẽpe quod neq; sicut quod ex βδ ad id qd' ex ζθ, sic circulus αβγδ ad aliquam areã maiorem ipso εζηθ circulo. Si enim poßibile, sit ad maiorem σ. Conuersim igitur est sicut quod ex ζθ quadratum ad id quod ex βδ, sic est σ area ad αβγδ circulum. Sed sicut σ area ad αβγδ circulum, sic est circulus εζηθ ad aliquam aream minorem ipso αβγδ circulo, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζθ ad id quod ex βδ, sic εζθ circulus ad aliquam aream minorem ipso αβγδ circulo, quod impoßibile esse demonstratum est. Non est igitur sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ, sic circulus αβγδ ad maiorem aliquam aream ipso εζηθ circulo. Ostensum autem est, quod neq; ad minorẽ. Est igitur sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratũ, sic circulus αβγδ ad circulum εζηθ. Circuli ergo adinuicem sese habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum. Dico iã quod σ area maiore subsistente ipso εζηθ circulo, est sicut area σ ad αβγδ circulum, sic εζηθ circulus ad aliquam areã minorem ipso αβγδ circulo. Fiat enim sicut σ area ad αβγδ circulum, sic εζηθ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor est ipso αβγδ circulo. Quoniam enim est*







sicut

ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic eſt εζηθ circulus ad aream τ, uiciſsim (per 16 quinti) eſt ſicut σ area ad εζηθ circulum, ſic eſt αβγδ circulus ad τ aream. Maior autem eſt σ area ipſo εζηθ circulo, maior igitur eſt & αβγδ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic eſt εζηθ circulus ad minorem aliquam aream ipſo αβγδ circulo: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

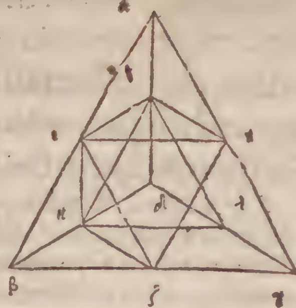


3 **Mnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicē totiq́; pyramidi ſimiles, unaq́; in duo ſeratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.**

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiusq́; uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidātur omnia latera baſis per æqualia in tribus punctis e f g, tres quoq; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq́; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarum duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecūda parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliū ſuperficierū cōſtat eſſe ſimiles ſibi inuicē & toti baſi, & æquales adinuicē ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrāma & ipſa eſt e f g c, quam conſtat eſſe duplā ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſę h e, h f, & à puncto K l hypothenuſa K g, & protrahantur lineæ h k, K l, & l h. Diuiſa eſt itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h K l, & duo ſeratilia quorū unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulā c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicē ſibiq́; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporū æqualium & ſimilium & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint ęqualia, conſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtū eſt quod utrunq; illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triāgula æqualis uni duarū, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quę dupla eſt ad reliquā: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

3 **Omnis pyramis triangularē baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.**



THEON ex Zāb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum αβγ, faſtigium uerò ſit ſignum δ. Dico q́ pyramis αβγδ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes & toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quā totius pyramidis dimidium. Secentur (per 10 primi) αβ, βγ, γα, αδ, δβ, δγ, bifariàm in ſignis ε ζ, η θ, κ λ, cōnectanturq́; εθ, εη, ηθ, θκ, κλ, λθ, εκ, κζ, ζη. Et quoniam αε eſt æqualis ipſi εβ, & αθ ipſi δθ, parallelus igitur eſt εθ ipſi δβ. Idq́; propterea etiam θκ, ipſi αβ parallelus eſt: parallelogrāmum igitur eſt θεκβ, æqualis igitur eſt ipſa θκ ipſi εβ. Sed εβ ipſi αε eſt æqualis, & αε igitur ipſi θκ eſt æqualis. Eſt autē et αθ ipſi θδ æqualis. Duæ iā αε, αθ, duabus κθ, θδ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub εαθ (p 28 primi) ei qui ſub κθδ, eſt æqualis: baſis igitur εθ (p 4 primi) baſi κδ eſt æqualis. Igitur triāgulū αεθ, æquū & ſimile eſt ipſi θκδ triāgulo. Et id propterea etiā triāgulū αθη, ipſi θλδ triangulo æquū & ſimile eſt. Et quoniā binæ rectæ tangētes ſe adinuicē εθ, θη,* ad binas rectas lineas ſeſe inuicē tangētes κδ, δλ, ſunt non tamen in eodē plano exiſtētes, æquos angulos cōprehendūt: æqualis igitur eſt (p 10 undecimi) angulus qui ſub εθη, ei qui ſub κδλ, angulo. Et quoniam binæ* παρὰ δύο parallelí.

rectæ lineæ ι θ, ϑ κ, duabus, κ δ, δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ι ϑ κ (per 10 undecimi) angulo qui sub κ δ, δ λ, est æqualis, basis igitur ι κ (p 4 primi) basi ι λ est æqualis. Triangulū igitur ι θ κ, æquū est ei triangulo quod sub ι δ λ & simile, & id propterea triangulum α ι κ, ipsi ϑ κ λ triangulo æquū & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ι κ triangulū, fastigium autem ϑ signū, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidē est θ κ λ triangulum & uertex δ signū. Et quoniā trianguli α δ β (per 2 sexti) * ad unū latus α β, excitata est ϑ ι, æquiangulū est α δ β triangulū ipsi δ ι ϑ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulū α δ β, simile est ipsi triangulo δ ϑ κ. Idq; propterea & triangulū quidē δ β γ simile est ipsi triangulo δ κ λ, et α δ γ triangulum ipsi δ ϑ λ triangulo. Et quoniā (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicē tangentes β α, α γ * ad binas rectas lineas sese inuicē tangentes κ ϑ, ϑ λ, sunt non tamen in eodē plano, æquos cōprehendunt angulos. Angulus igitur qui sub β α γ, æquus est ipsi angulo qui sub κ θ λ. Estq; sicut β α ad α γ, sic κ ϑ ad ϑ λ. Triangulū igitur α β γ, ipsi α κ λ triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β γ, uertex autē δ signū, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulum, uertex autem δ signū. Sed pyramis cuius basis est triangulū ϑ κ λ, uertex autē δ signū, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidē est α ι κ triangulū, uertex uerò ϑ signū. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulū α β γ, uertex uerò δ signū, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulum, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarū α ι κ ϑ, θ κ λ δ, pyramidū, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammū ι β ζ κ, ipsius κ ζ γ trianguli duplū est (per 41 primi) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterū quidē habuerit basin parallelogrammū, alterū autem triangulū, duplum autem fuerit parallelogrāmū ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur cōprehensum sub binis triangulis β ι ζ, ι ϑ κ, tribusq; parallelogrāmis ι β ζ κ, ι β κ θ, κ ϑ ζ κ, prismati cōprehenso sub binis triangulis κ ζ γ, ϑ κ λ, tribusq; parallelogrāmis κ ζ γ λ, λ γ κ ϑ, θ ι ζ κ, est æquale. Manifestū autē quòd utrunq; ipsorū prismatū cuius basis ι β ζ κ parallelogrāmū, ex opposito autē ϑ κ recta linea, et cuius basis κ ζ γ triangulū, ex opposito autē κ λ θ triangulū, maius est utraq; ipsarū pyramidū, quarū bases quidē sunt triangula α ι & ϑ κ λ, uertices autē ϑ δ signa. Quoniā si cōnectamus ι ζ, ι κ, rectas lineas, prisma cuius basis ι β ζ κ parallelogrammū, ex opposito autē κ ϑ recta linea, maius est pyramide cuius basis ι β ζ triangulū, & uertex ι signū. Sed pyramis cuius basis ι β ζ triangulū, uertex autē est κ signū, æqua est pyramidi cuius basis est α ι κ triangulū, & uertex est ϑ signū: sub æquis enim & similibus planis cōprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ι β ζ κ parallelogrammū, ex opposito autē ϑ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ι κ triangulū, uertex autē ϑ signū. Prisma uerò cuius basis ι β ζ κ parallelogrāmū, ex opposito autē ϑ κ recta linea, æquū est prismati cuius basis κ ζ γ triāgulū, ex opposito autē triangulū θ κ λ. Pyramis autē cuius basis quidē α ι κ triangulū, uertex autē signū θ, æqua est pyramidi cuius basis ϑ κ λ triāgulū, uertex autē est δ signū. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarū bases sunt ipsa α ι κ, ϑ κ λ triāgula, uertices autē sunt θ δ signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triāgulū α β γ, uertex autē signū δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicē æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, et in bina prismata maiora sunt quā totius pyramidis dimidiū: quod erat ostēdēdū.

παρὰ, id est æqdistāter

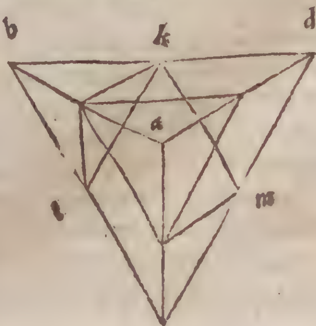
παρὰ δύο.

Eucl. ex Camp. Propositio 4.

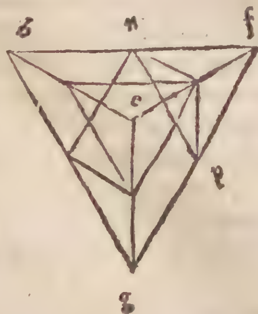


Si duæ pyramides æquè altę, quarū bases triangulæ singulæ in binas pyramides æq̄les sibi inuicē ac toti similes, binaq; seratilia æqualia diuidāt, erit proportio basis unius ad basin alterius tāq; proportio duorū seratiliū suorū ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm, omnia seratilia quæ fuerīt in utralibet illarū pyramidū pariter accepta ad cūcta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandē habere proportionem, quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis. 4

Campanus. Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ, æque altę: hæc quidē a b c d, cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenusę a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus punctus e, basis triangulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autē duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq; bases earum diuisæ. Hæc quidē, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo quòd proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorum seratilium pyramidis a pariter acceptorū ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestū est autē ex 18 sexti parte secūda, quòd proportio



portio trianguli b c d ad triangulum k m d, est ſicut lineæ b d ad lineam K d duplicata, per eãdem quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulum n q h, ſicut lineæ f h ad lineã n h duplicata. Cũq; ſit linea b d ad lineam K d, ſicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulum K m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, ſicut triangulus k m d ad triã gulum n q h. Triangulus autem K m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtẽs ſuper illum per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborũ ſeratilium pyramidis a pariter acceptorum, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitũ eſt. Dormitas autem ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidũ, æque alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cum enim ſint pyramides æquę altę, ſit quoque utraq; earum diuiſa in duas pyramides æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia ęqualia, & ſint duę partiales pyramides ęque altę, eo quod ſimiles & ęquales (quod facile patebit demiſſis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe ęquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componũt altitudinẽ totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æque alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earũ pyramidũ eſſe æque alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtum eſt, quòd ſimiliter baſes partialium pyramidum ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habent adinuicem, ſicut baſes totaliũ ex ſecunda parte 18 ſexti, & permutata proportione, conſtat ex 13 quinti, uerum eſſe quod correlarium proponit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadẽ altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarũ in binas pyramides adinuicẽ ęquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarũ pyramidũ is modis ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic quæ in una pyramide priſmata omnia ad ea quæ in altera pyramide priſmata * æque multiplicia. *ἰσοπλασίων id eſt pari multitudine ſumpta.*

THEON ex Zãb. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt α β γ, δ ε ζ, & faſtigia η θ ſigna. Diuidaturq; ipſarum utraq;, in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidẽ intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α β γ η pyramide ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata æque multiplicia. Quoniã enim β ξ ipſi ξ γ, & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, et id propterea iã triãgulum δ ε ζ, ſimile eſt, ipſi ρ φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ε ζ ipſius ζ φ, eſt igitur ſicut β γ ad γ ξ, ſic eſt ε ζ ad ζ φ, Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidem β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipſis autem ε ζ, ζ φ, ſimiles ſimliiterq; poſitæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ρ φ ζ. Si autẽ quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut α β γ triangulum ad λ ξ γ triangulum, ſic eſt δ ε ζ triangulum ad ρ φ ζ triangulũ, uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulũ, ex oppoſito autẽ ο μ ν, ad priſma cuius baſis eſt quidẽ ρ φ ζ triãgulũ, ex oppoſito autẽ ζ τ υ, et ſicut igitur (p 11 quinti) α β γ triãgulũ ad δ ε ζ triãgulũ, ſic eſt priſma cuius baſis qdẽ eſt λ ξ γ triãgulũ, ex oppoſito uerò ο μ ν ad priſma cui⁹ baſis eſt ρ φ ζ triãgulũ, ex oppoſito autẽ σ τ υ. Et quoniã bina priſmata exiſtẽtia in ipſa α β γ η pyramide inuicẽ ſunt æqualia, & quia bina priſmata exiſtẽtia in ipſa δ ε ζ θ pyramide inuicẽ ſunt æqualia, eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt β κ λ ξ parallelogrãmũ, ex oppoſito uerò μ ο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λ ξ γ triãgulũ, ex oppoſito autẽ ο μ ν ſic priſma cuius baſis π ε ρ φ, ex oppoſito uerò σ τ ad priſma cuius baſis ρ φ ζ, ex oppoſito autẽ σ τ υ. Cõponẽdo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο priſmata, ad λ ξ γ μ ν ο priſma, ſic π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ, priſmata ad ρ φ ζ σ τ υ priſma: uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipſa π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ priſmata, ſic priſma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ζ σ τ υ priſ*

τυ prisma. Sicut autem λξγ μνο prisma ad ρφζ στυ prisma, sic ostēsum est esse basin λξγ ad ipsam ρφζ, & basin αβγ ad basin δεζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulum αβγ ad triangulū δεζ, sic bina prismata quæ sunt in αβγκ pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δεζγ pyramide. Similiter uerò si et reliquas pyramides eodē modo trahemus, uidelicet οµνκ, στυθ, erit sicut basis οµν ad στυ basin, sic bina prismata existētia in ipsa οµνκ pyramide ad bina prismata existentia in στυθ pyramide. Sed sicut οµν basis ad στυ basin, sic αβγ basis ad δεζ, basin, & sicut igitur (per 11 quinti) αβγ basis ad δεζ basin sic & bina prismata existentia in ipsa αβγκ pyramide ad bina prismata existentia in δεζθ pyramide, & bina prismata existentia in οµνκ pyramide ad bina prismata existētia in ipsa στυθ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarum ακλο & δπρς pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λξγ triangulum ad ρφζ triāgulum, sic prisma cuius basis λξγ triangulum, ex opposito autē οµν, ad prisma cuius basis quidem est ρφζ triangulum, ex opposito στυ, sic ostendendum est. In eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis κθ perpendiculares in ipsa αβγ, δεζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æquè sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ κγ & quæ ex κ perpēdicularis, à parallelis planis hoc est αβγ, οµν, secantur, in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & κγ bifariam secatur à plano οµν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex κ, in triangulū αβγ planum bifariàm secatur à plano οµν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δεζ planum, bifariàm secabitur ab ipso στυ plano. Et ipsæ quæ ex κθ, perpēdiculares in ipsa αβγ, δεζ, plana sunt æquales. Igitur & quæ ex οµν, στυ, triangulis in ipsa αβγ, δεζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λξγ & ρφζ triangula, ex opposito autem οµν, στυ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, ad inuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λξγ basis ad ρφζ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

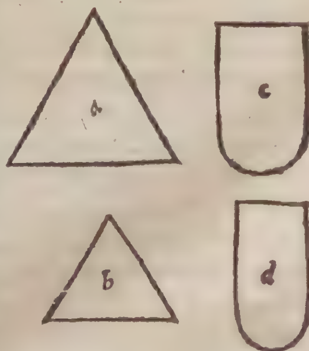
δείξωμεν di uiserimus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



Mnes duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales. 5

Campanvs. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum esse demonstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulus. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarū bases sunt duo trigoni a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumentationis genere demōstrandum est, quo secundam huius demonstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quòd ipsum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit ęqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo seratilia, quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemq́; ex utraq; duarum partialium residuarū pyramidum, duo earum prędicto modo diuisarū seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per primam decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntq; ex cōmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelliga-

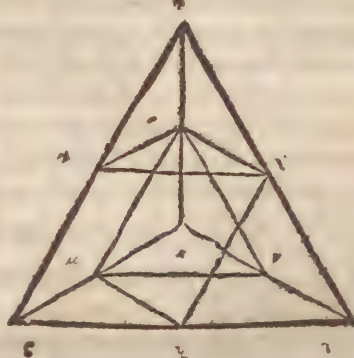


telligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq́ ex corre lario præmissæ ficut basis a ad basin b, ita feratilia detracta à pyramide a ad feratilia detracta à pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq́ feratilia pyramidis a ad feratilia pyramidis b, ficut pyramis a ad corpus c, & permutatim feratilia pyramidis a ad pyramidem a, ficut feratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq́ fint feratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt feratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, nō erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cùm sit proportio basis a ad basin b, ficut pyramidis a ad corpus c, erit è cōuerso basis b ad basin a, ficut corporis c ad pyramidē a, eritq́ eadē ex cōmuni sciētia, pyramidis b ad aliquod corpus quod sit d, sequeturq́ ex 14 quinti, quòd corpus d sit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, ficut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet feratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoq́ relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cùm nec minus ea possit esse nec maius, & proportionē pyramidis a ad pyramidem b esse ficut basis c ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.

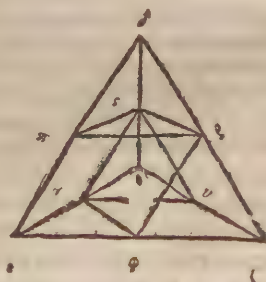
Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

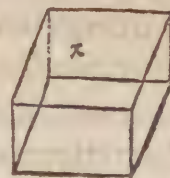
Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triangularesq́ bases habentes, adinuicem sese habent ficut bases.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides, quarum bases quidem sint α β γ, δ ε ζ, triangula, fastigia uerò κ, θ, signa. Dico quòd est ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem non est ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq́; prius ad minus aliquod, sitq́; χ. Diuidaturq́; (per 3 duodecimi) ipsa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandē) quæ fiūt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δ ε ζ θ pyramide, qui sint minores excessu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipsum χ solidū. Accipiantur, sintq́; * rationis causa, ipsæ δ π ρ σ et σ τ υ θ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq́; (per præcedentem) ipsa α β γ κ pyramis, similiter & æquè multipliciter ipsi δ ε ζ θ pyramidi. Est igitur ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic (per præcedentem) quæ in α β γ κ pyramide prismata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Sed & ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad χ solidum. Et ficut igitur (per 11 quinti) α β γ κ pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in α β γ κ pyramide ad ea prismata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicissim igitur (per 16 quinti) ficut α β γ κ pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Maior autem est pyramis α β γ κ, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidum χ, maius est pyramida δ ε ζ θ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impoßibile. Igitur non est ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad aliquod ipsa δ ε ζ θ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quòd neq́; ficut basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod solidū ipsa α β γ κ pyramide. Dico iam, q, neq́; est ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poßibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est ficut δ ε ζ basis ad α β γ basin, sic χ solidum ad α β γ κ pyramidē. Sed ficut χ solidum ad α β γ κ pyramidē, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, ficut ante ostensum est. Et ficut igitur (per 11 quinti) basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quòd neq́; ad minus. Est igitur ficut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramidem. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*



λόγου ἕνεκα *uerbi causa*



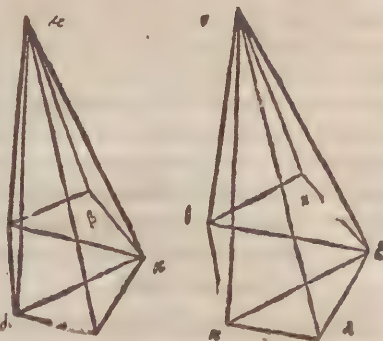


Euclides

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasque bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases. 6

THEON ex Zãb. *Sint sub eadem altitudine pyramides multangulas bases habentes, hoc est* αβγδε, ζηθκλ, *fastigia uerò* μν, *signa.* Dico quòd est sicut αβγδε *basis ad* ζηθκλ *basin, sic est* αβγδεμ, pyramis ad ζηθκλν pyramida. Diuidatur enim ipsa αβγδε *basis in triangula* αβγ, αγδ, αδε, *&* ζηθκλ *in* ζηθ, ζθκ, ζκλ *triangula.* Intelliganturque ab *unoquoque triangulo, pyramides æque altæ eis quæ in principio pyramidibus.* Et quoniam est sicut αβγ *triangulum ad* αγδ *triangulum, sic est* αβγμ *pyramis ad* αγδμ *pyramida, &* cõponendo (per 18 quinti) *sicut* αβγδ *trapeziũ ad* αγδ *triangulum, sic* αβγδμ *pyramis ad* αγδμ *pyramida, sed et sicut* αγδ *triangulum ad* αδε *triangulum, sic* αγδμ *pyramis ad* αδεμ *pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut* αβγδ *basis ad* αδε *basin, sic* αβγδμ *pyramis ad ipsam* αδεμ *pyramida: & componendo rursus (per 18 quinti) sicut* αβγδε *basis ad ipsam* αδε, *sic* αβγεμ *pyramis ad* αδεμ *pyramida.* Idque propterea etiam sicut ζηθκλ *basis ad* ζκλ *basin, sic et* ζηθκλν *pyramis ad* ζκλν *pyramida. Et quoniã binæ pyramides sunt* αδεμ, ζκλν, *triangulas habẽtes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut* αδε *basis ad* ζκλ *basin, sic* αδεμ *pyramis ad ipsam* ζκλν *pyramida. Quoniã igitur sicut* αβγδε, *basis ad* αδε *basin, sic* αβγδεμ *pyramis ad* αδεμ *pyramida, sicut autẽ* αδε *basis ad* ζκλ *basin, sic* αδεμ *pyramis ad* ζκλν *pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut* αβγδε *basis ad* ζκλ *basin, sic* αβγδεμ *pyramis ad* ζκλν *pyramida. Sed et sicut* ζκλ *basis ad* ζηθκλ *basin, sic erat &* ζκλν *pyramis ad* ζηθκλν *pyramida: & ex æquali rursus (per 22 quinti) est sicut* αβγδε *basis ad* ζηθκλ *basin, sic* αβγδεμ *pyramis ad* ζηθκλ *pyramida. Sub eadem altitudine igitur & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

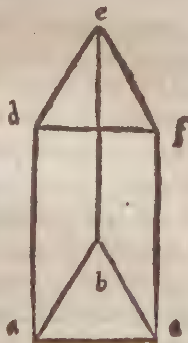


Euclid. ex Camp. Propositio 6.



OMne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesque triãgulas habentes, est diuisibile. 6

CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaque suarũ triũ superficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis, ita quòd una earũ diagonalium sit cõterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionẽ protrahere contempsi, eritque totũ seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.



CAMPANI *additiones.* Quoniam autẽ Euclides nihil demonstrandũ proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarũ sunt bases triangulæ, ut omniũ cognitionẽ ex elementis quæ ponit, sufficiẽter elicere possimus, quædã arbitramur nõ inutile demõstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elemẽtis cõtentus Euclides, multa prętermisit, quæ quãuis ex eis cõsequãtur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc:

Si duo solida (quorum alterum seratile, alterũ uerò pyramis, cuius basis triangula) super eãdem basin, aut super ęquales trigonas, aut seratile super quadrangulã, pyramis uerò super trigonam quæ quadrangulę basis seratilis sit dimidiũ, constituta fuerint æque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet. 1

Si seratile propositum fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriã basin perficiatur seratile pyramidi propositæ ęque altũ. Si uerò seratile fuerit super basin quadrangulam, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies ęquidistantium laterum, super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æque altum, & utrorumque bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, seratile secundum triplum est ad pyramidem propositam, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoque per communem scientiã propositum seratile triplũ ad propositam pyramidem.

Si quot-

2 Si quotlibet pyramides quarum bases triangulę, super unam eandemq́; basin, siue super æquales constitutę fuerint ęquè altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

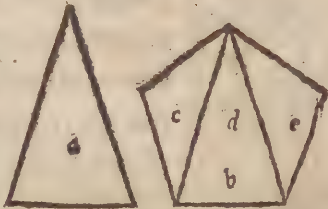
Fabricato enimuerò feratili, æquè alto pyramidibus propositis, super basin triangulã æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earundem, erit ipsum feratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita, siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositę pyramides sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum bases triangulæ æquè altæ, suis basibus sunt proportionales.

Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrãmas duplas, feratilia ipsis pyramidibus æquè alta, erunt ob hoc feratilia sibi adinuicem æquè alta. Et quia ipsa feratilia suis basibus sunt proportionalia, ut probatum est in 36 undecimi, 33 ipsius mediante: cumq́; ex prima harum additarum manifestum sit hæc feratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq́; uidelicet, ad suam relatiuam, basesq́; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarum: sicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplũ, ita simplum ad simplum, erunt quoq́; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quęlibet pyramides æquè altę, fueritq́; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

Exempli gratia: Intelligantur duę pyramides æquè altæ, super duas bases a & b, sitq́; basis a triãgula, b uerò pentagona. Et dicantur hę pyramides, a & b. Itaq́; dico proportionem pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triãgulos c d e, eritq́; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æquè altas, quarum bases sunt trianguli c d e, quę etiam dicantur nominibus suarum basiũ. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq́; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipsum est pentagonus b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.



5 Omnes lateratæ pyramides æquè altæ, suis basibus proportionales esse probantur. Zamb. 6.

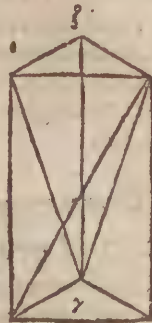
Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusq́; fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq́; harum triangularum pyramidum, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquam, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq́; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

6 Omne prisma triangularem basin habens, diuiditur in tres pyramides sibijnuicem æquas, triangulares bases habentes.

THEON ex Zamb. *Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quòd ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes. Connectantur eeim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammum est, eius autem dimetiens est β δ, triangulum igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquum est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulum, fastigium autem γ signum, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulum ε δ β, & uertex est signum γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis com-*

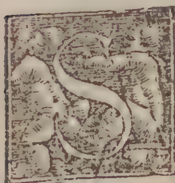
prehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β δ, fastigium autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α β γ triangulum, fastigium autem δ signum. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum est, dimetiens uerò ipsius est ε γ, triangulum ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum β ε γ, fastigium autem δ signũ, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum ε γ ζ, uertex uerò δ signum. Pyramis autem cuius basis quidem est β ε γ triangulum, uertex autem δ signum, ostẽsa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulum, uertex autem δ signum æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulum, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibijnuicem diuisum est, triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triãgulum α β δ, fastigium autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulũ γ α β, uertex autem signum δ (sub eisdem nanq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulum α β δ, uertex autem signum γ, tertium esse prismatis ostensum est, cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α β γ triangulum, uertex autem δ signum, tertium est prismatis cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequuntur reliquæ quod oportebat demonstrare.



CORRELARIVM.

Ex hoc iam est manifestum, quòd omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem eidem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



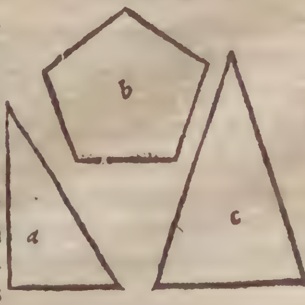
SI duæ pyramides triãgularum basium fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibijnuicem esse æquales necesse est. 7

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; quòd proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeãtur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantium laterum, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æquè alta quæ similiter dicantur a c & b d. Manifestum igitur est ex sexta huius 12, quòd pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue ꝓpositũ, primã quidẽ partẽ ex prima, secundã aũt ex secunda.

CAMPANI additio.

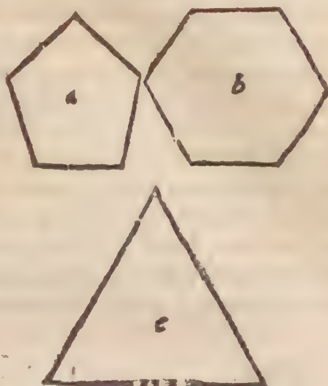
Quòd si duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarunq; fuerint triãgulæ, demõstratũ est uerũ esse qđ diximus. Si altera tãtũ, sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c ęqualis polygonio b, fiatq; super c, pyramis ęquè alta pyramidi quæ est super b, & sint a b c, ęquiuoca nomina pyramidũ & basiũ. Quia igitur ex hypothesi duę pyramides a & b sunt ęquales, & ex ultima interpositarũ ad sextã huius duæ pyramides b & c sunt ęquales, ideoq; ex cõmuni sciẽtia duę pyramides a & c æquales, igitur bases earum sunt mutuæ ad altitudines earũ ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines



nes quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, sunt æquales, quare per communem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.



Si uerò neutra propositarum pyramidum fuerit trigona, sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triangulus c æqualis hexagono b, super quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, erũtq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet: Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex cõmuni scientia & duæ quæ sunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc est propositum.

Eucl. ex Camp. *Propositio 8.*

8 Mnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ, est proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

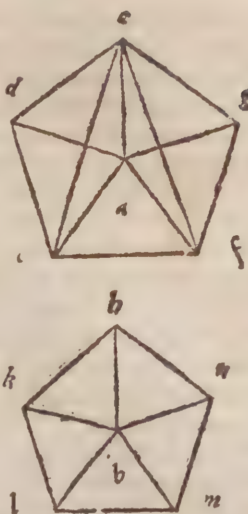
CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus, ex ipsis perfice duo solida parallelogramma, quemadmodum dictum est in demonstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo quòd pyramides ponuntur similes adinuicem, nam duo solidi anguli qui sunt communes pyramidibus & solidis parallelogrammis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continentia, sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorum parallelogrammorum communes angulos solidos constituentes, sunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24 & 13 quinti cunctæ sex superficies horum duorum solidorum parallelogrammorũ, sunt similes adinuicem. Igitur à diffinitione corporum similium, erunt ipsa solida similia. Quare cum proportio solidorum & pyramidum sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorum una sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, sunt autem latera solidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod est propositum.

CAMPANI additiones.

Quòd si fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ similes, erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

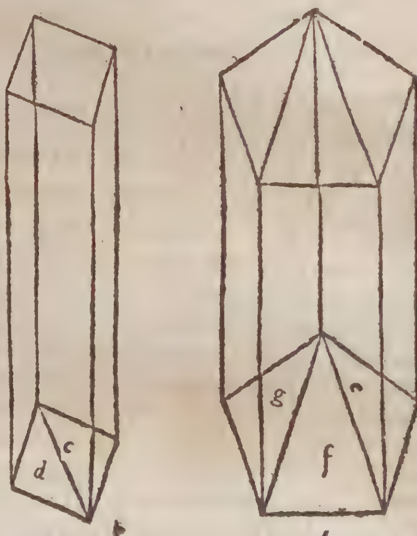
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, est sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierũ & corporum, quod pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum, sibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulum c a d esse similem triangulo b h K, & triangulum d a e triangulo K

b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo K, & latera c d & d e continentia angulum d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo trianguli c d e & h K l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h K, sicut c e ad h l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiã a e ad b l, sicut c d ad h K, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierum, triangulus c a e, erit similis triangulo h b l. Manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporũ, quod pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; cõstat pyramidem a c e f esse similem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, sicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, sicut c g ad h n triplicata, cum sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequitur ex 13 quinti, ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.



Omnes columnæ lateratæ æquè altæ, suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur, super qualescunq; bases polygonias sint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus solida corpora laterata, quorum bases & superficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uerò reliquæ superficies ipsa solida circunstantes sunt æquidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratile, quando super unam suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum, secunda uerò species est columna, cuius basis sit quadrilatera quã ex duobus seratilibus necesse est esse compositam, & tertia est cuius basis est pentagona, & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quod omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b, cõstitutæ super duas bases a & b, æquè altæ, dico quod proportio columnarum a & b, est sicut basium a & b. Distinguantur nanq; hæ bases in triangulos, & hæ columnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrangula, in duos trigonos scilicet c & d, & columna a, in duo seratilia c & d, basis uero quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e f g. Manifestum est igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta sunt, quod proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e, & iterum seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta, facilè concludes propositum. Constat itaq; ex hoc, quod omnes columnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æquè altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatum est) æquè altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales, ponãtur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est 24 quinti, ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint quælibet solida paralleiogramma seratilia & lateratæ columnæ æquè alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarum columnarũ, de quibus paulo antè uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.



Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos, & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes bases triangulas quæ

quæ uidelicet sunt bases seratilium. Constat itaq; unumquodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demōstratum est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt: si uerò bases earum & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

Si enim columnæ sint æquales, earum pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erunt, quemadmodum demonstratum est in 7 huius. Quia igitur columnarū suarumq; pyramidum eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi.

Sint igitur & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutuę. Dico quòd columnę erunt æquales. Cum enim eædem sint bases eædemq; altitudines columnarum suarum pyramidum, erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratum est, igitur & columnæ æquales, cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

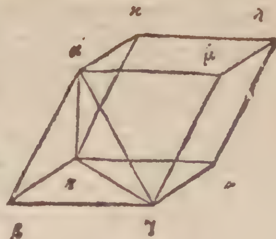
Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

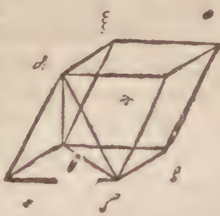
Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporum, bases earum cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero æquales, quemadmodum 18 sexti proponit esse possibile, & ipsæ columnæ diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facilè probabis ex hypothesi & 6 & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuum seratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti, ut cunctorum seratilium unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ est proportio unius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius, eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum, necesse ex 11 quinti, ut proportio columnarū sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

8 Similes pyramides, triangulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. Camp. 8.

THEON ex Zamb. *Sint similes & similiter positæ pyramides, quarum bases quidem sunt αβγ, δεζ, triangula, fastigia uerò ipsarum sint η θ signa. Dico quòd αβγη pyramis ad δεζθ pyramidem, triplam habet rationem, quàm βγ ad εζ. Compleātur enim ϐημλ, εθπο, solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis αβγη similis est ipsi δεζθ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub αβγ ei qui sub δεζ angulo, & qui sub ηβγ ei qui sub θεζ, & qui sub αϐη ei qui sub δεθ, estq; sicut αβ ad δε, sic est ϐγ ad εζ, & βη ad εθ. Et quoniam est sicut αβ ad δε, sic βγ ad εζ, & circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur ϐμ parallelogrammū ipsi επ, simile est parallelogrāmo: & id ꝓpterea & βν ipsi ες simile est, et ϐκ ipsi εξ. Tria igitur ϐμ, κϐ, ϐν, tribus επ, εξ, ες, sunt similia. Sed tria quidē μβ, βκ, βρ, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria επ, εξ, ες, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur βημλ, εθπο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æquè multiplicibus cōprehenduntur. Igitur ϐκμλ, ipsi εθπο solido simile est. Similia aūt solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdē rationis laterū (p 33 undecimi) Igitur βκμλ solidū ad εθπο solidū triplā habet rationē, quàm eiusdē ratiōis latus βγ ad eiusdē rationis latus εζ. Sicut autē βημλ solidū ad εθπο solidū, sic αϐγη py-*



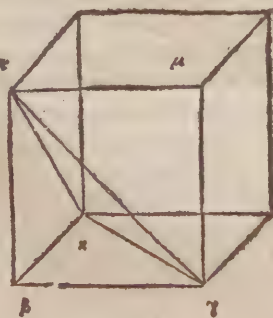


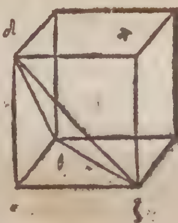
ramis ad δεζθ pyramida, quoniam pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidium existens solidi parallelepipedi, triplum est ipsius pyramidis, & αβγη igitur pyramis ad δεζθ pyramida triplam rationem habet, q̃ βγ ad εζ: qđ demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM.

Ex hoc nempe est manifestum, quod & multangulas bases habentes similes pyramides, adinuicem in triplici sunt rõne eiusdem rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triangulares bases habentes (quia similia polygona basiũ in similia triãgula diuidũtur, & in æquè multiplicia, & eiusdẽ rõnis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habẽs basin ad unam basin triangularẽ habentẽ in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares bases habentes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triangulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonam basin habens ad pyramida basin polygonam habentem. Pyramis autem triangularem basin habens ad pyramida triangularem basin habentem, in triplici est ratione eiusdem rationis laterum. Et polygonam igitur basin habẽs, ad similẽ basin habentẽ, triplã habet rationẽ q̃ latus ad latus. Eucl. ex Zã. Theor. 9. Propos. 9.

Aequalium pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinib. Et pyramides triãgulares bases habẽtes, quarũ reciprocę sunt bases uerticib. sunt æquales. 9





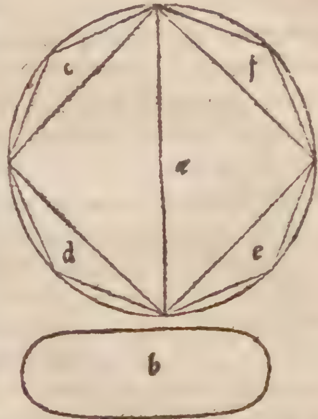
THEON ex Zãb. *Sint enim æquè pyramides αβγη, δεζθ, triangulares bases habẽtes αβγ, δεζ, fastigia uerò ηθ, signa. Dico q̃ ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinib. & est sicut basis αβγ ad basin δεζ, sic est ipsiꝰ δεζθ pyramidis altitudo ad ipsiꝰ αβγη pyramidis altitudinẽ. Cõpleãtur aũt ipsa βημλ, εθπο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη æqualis est ipsi δεζθ pyramidi, estq; ipsius quidẽ αβγη pyramidis sexcuplũ ipsũ βημλ solidũ, ipsiꝰ aũt δεζθ solidũ εθοπ sexcuplũ est, igitur solidũ βημλ, ipsi εθοπ solido æquũ est. Aequaliũ aũt solidorũ parallelepipedorũ reciꝑcæ sunt bases altitudinib. (ꝑ 34 undecimi) Est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic est ipsiꝰ εθαπ solidi fastigiũ ad ipsiꝰ βημλ fastigiũ. Sed sicut quidẽ βμ basis ad επ basin, sic αβγ triãgulũ ad δεζ triãgulũ. Et sicut igitur (ꝑ 11 qnti) triãgulũ αβγ ad triãgulũ δεζ, sic ipsiꝰ εθπο solidi altitudo, ad ipsius βημλ solidi altitudinẽ. Sed ipsiꝰ εθπο solidi altitudo, eadẽ est ipsi ipsiꝰ δεζθ pyramidis altitudini, & ipsius βημλ solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius αβγη pyramidis altitudini. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramidis altitudinem. Ipsarum igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iã ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ sint bases altitudinib. estq; sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Dico q̃ pyramis αβγη, æqualis est ipsi δεζθ pyramidi. Eisdẽ nãq; dispositis, quoniã est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est ipsius δεζθ pyramidis uertex ad ipsius αβγη pyramidis uerticẽ, sed sicut αβγ basis ad ipsã δεζ basin, sic βμ parallelogrãmũ ad επ parallelogrãmũ, & sicut igitur (ꝑ 11 qnti) βμ parallelogrãmũ ad επ parallelogrãmũ, sic est ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Sed ipsius qdem δεζθ pyramidis uertex, est idẽ ipsius εθπο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius αβγη pyramidis, idẽ est ipsius βημλ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic ipsius εθπο parallelepipedi altitudo ad ipsius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinib. sunt æqualia (ꝑ 34 undecimi) Igitur solidũ parallelepipedũ βημλ, ipsi εθπο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη sexta pars, ipsius aũt εθπο parallelepipedi, sexta pars est pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη, ipsi δεζθ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ et triãgulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinib. Et pyramides triãgulares bases habẽtes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales: qđ ostendendũ fuerat.* Eucl. ex Cãp. Propos. 9.



Omnis colũna rotũda, pyramidi suæ tripla esse cõprobat. 9

CAMP. Supra circulũ a, intelligãtur una colũna & una pyramis, secũdũ eãdẽ suã altitudinẽ erectę, dicãturq; ęquiuoce ipsa pyramis & colũna & circulꝰ, noĩe uno scilicet a. Dico itaq; qđ colũna a, est tripla ad pyramidẽ a: cuius ꝓbatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla, quãtitate corporis b, ita qđ si b corpꝰ dematur de colũna a, erit residuũ eiꝰ triplũ ad pyramidẽ a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super qđ erigãtur duo seratilia ęquè alta colũnæ a, de quib. duob. seratilib. pariter acceptis cõstat, qđ ipsa sunt plus medietate colũnę a, quẽadmodũ ipsũ quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilib. perficiãtur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorũ solidorũ pariter acceptorũ.

Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionum latera quadrati sunt chordæ, diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia, & sint illi trianguli c d e f, super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columnæ a. Et manifestum est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionum colũnę super portiones circuli consistentium, quẽadmodum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autẽ hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta, quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demonstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnę, cuius basis est inscriptum polygonium basi rotundæ pyramidis a, quod est impossibile: est enim pyramis laterata, pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a, minus tertia parte suæ columnę. ¶ Sed nec plus tertia. Si enim possibile est, sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodum prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratum circulo a inscriptum, quam lateratam pyramidẽ constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a, rursus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, statutæ super triangulos c, d e f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans, quam cõponũt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractę, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedẽtibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratę a, sequitur denuo ex secunda parte 10 quinti columnam rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygoniũ basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile, nam hęc columna laterata, pars est colũnę rotũdę. Cũ igitur colũna rotũda nõ possit esse minus triplo suę pyramidis, neq; mai⁹, erit necessario tripla ad eã: qd' demõstrare uolum⁹. Eucl. ex Zã. Theor. 10. Prop. 10.



10 Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.

THEON ex Zamb. Habeat enim conus, cylindro basin eãdẽ, hoc est circulum α β γ δ, & æquale fastigium. Dico q, conus cylindri tertia pars est, hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autem cylindrus, coni non est triplus, erit cylindrus, cono aut maior quam triplus, aut minor. Sit prius maior quam triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratum α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius est quam dimidium ipsius circuli α β γ δ. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato, prisma æque altum ipsi cylindro. Iam constitutum prisma, maius est quã ipsius cylindri dimidiũ, quoniã & si ipsi circulo α β γ δ, quadratũ circunscribamus, quadratũ in ipso orbe α β γ δ descriptum, circunscripti dimidiũ, est & ab ipsis cõstituta sunt, æquè alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa, adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso α β γ δ quadrato, dimidium est eius prismatis quod constituitur à quadrato ipsi circulo α β γ δ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circunscripto ipsi circulo α β γ δ, minor est. Igitur prisma à quadrato α β γ δ cõstitutum, ipsi cylindro æque altum, maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ α β, β γ, γ δ, δ α, circunferentiæ bifariàm in ε ζ κ θ, signis, & connectantur ipsæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ κ, κ δ, δ θ, θ α, & unumquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ κ δ, δ θ α triangulorum, maius est quam dimidiũ eius quod circũ seipsum ipsius α β γ δ circuli segmenti, sicut ante ostendimus. Constituantur ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ κ δ, δ θ α trãigulorũ, prismata æque alta ipsi cylindro, et unũquodq; igitur ipsorũ cõstitutorũ prismatũ, maius est quã dimidia pars circũ sese ipsius segmẽti circuli, quoniã si p ε ζ κ θ, signa parallelos ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, ducam⁹, cõpleamusq; q̃ in ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, et ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta, uniuscuiusq; cõstitutorũ dimidia sunt prismata quæ in α ε β, β ζ γ, γ κ δ, δ θ α, triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta, minores ipsis solidis parallelepipedis cõstitutis. Itaq; etiã quæ in β ε . . β ζ γ, γ κ δ, δ θ α triãgulis prismata, maiora sunt quã dimidiũ circũ sese cylindri segmẽtorũ. Dispescẽtes iã (p 30



tertij) relictas circunferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, excitãtesq; ab unoquoq; ipsorũ triã gulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro, & hoc semper efficientes, relinquemus quasdam segmenta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquantur, sintq; α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliquum igitur prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, fastigium autem idem cum cylindro, maius est quam triplum coni. Sed prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, fastigium autem idem cum cylindro, pyramidis triplum est cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, fastigium uerò idem quod & cono: & pyramis igitur cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, uertex autem idem qui cono, maior est cono habente basin circulum α β γ δ. Sed & minor, comprehenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus, cono maior quã triplus.

Dico insuper quod neq; minor quam triplus est cylindrus cono. Si enim poßibile, sit minor quã triplus cylindrus cono. Conuersim igitur conus cylindri maior est quam tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratum α β γ δ. Igitur quadratum α β γ δ, maius est quam dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigium. Igitur pyramis constituta, maior est quam dimidium coni, quoniam (sicut antè ostendimus) quando ipsi circulo quadratũ circunscribimus, quadratum α β γ δ, circunscripti dimidium est, & si à quadratis solida parallelepipeda constituamus æquè alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutum ab ipso α β γ δ quadrato, dimidium eius quod constituitur à circunscripto quadrato, adinuicem enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratum, dimidium est pyramidis constitutæ ad quadratum ipsi orbi circunscriptum, & pyramis constituta à circa circulum quadrato, cono quem comprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratum, fastigium autem idem quod & cono, maior est quam coni dimidium. Secentur (per 30 tertij) α β, β γ, γ δ, δ α, circunferentiæ bifariàm in ε, ζ, η, θ, signis, & connectantur α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorum α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorum, maius est quam pars dimidia circum sese segmenti circuli α β γ δ. Constituantur nempe ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorum, pyramides idem ipsi cono habentes fastigium: & unaquæq; igitur constitutarum pyramidum eodem modo, maior est quam dimidia pars circũ sese segmenti ipsius coni. Secantes iam (per 20 tertij) relictas circunferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, & excitãtes ab unoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigium habẽtem & hoc semper efficientes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erũt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquantur & sint α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, uertex autem idẽ qui cono, maior est quam tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, uertex autem idem qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, fastigium autem idem quod et cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulum, fastigium autem idem ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidem basis est α β γ δ. Sed & minus, comprehenditur nanq; ab eo, quod est impoßibile. Cylindrus igitur cono minor non est quam triplus. Patuit aũt quod neq; maior quam triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium: quod erat ostendendum.

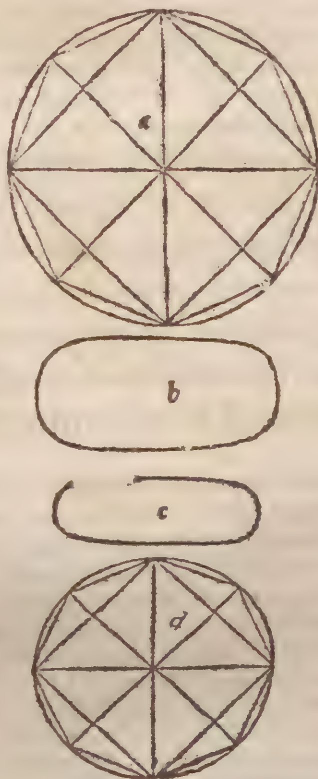
Eucl. ex Camp. Propositio 10.



OMniũ duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ, colũnarũ'ue rotũdarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tãq; diametri suę basis ad diametrũ basis alterius ꝓportio triplicata. 10

Campanvs. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; quod proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 13 quinti, cum omnis columna rotunda sit ex pręmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri, quæ proportio diametri a ad diametrum b triplicata, eadem pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico quod ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quãtitate corporis d, ita quod duo corpora c & d pariter accepta sint quantum pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secunda parte præmissæ, ex

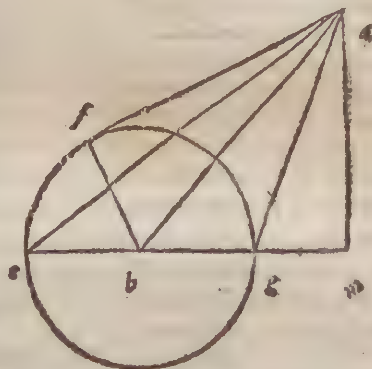
ſæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum inſcriptum circulo b, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis conſiſtẽtes ſuper trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc toties, quouſq; cogẽte prima 10, ſit reſiduum pyramidis b minus corpore d, eritq; ex communi ſcientia, laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygonium ſimile illi, quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractę à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiẽs ſuper illud polygonium, lateratam pyramidem æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demonſtrare eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cum centro baſis, & erit perpendicularis ad baſin: de hinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum, ſint autem utrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continent recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4 eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum diffinitiõe, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, eſt ſicut lateris unius ad ſuum relatiuũ latus alterius proportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrum b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a, ad corpꝰ c ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſſibile, cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatam eſſe, ſicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotũdę pyramidis b ad corpus quod eſt minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, eſt ſicut ſuæ diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autem eſt impoſſibile. Nam ex hoc demonſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cũ ergo corpus c non poſſit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b, erit neceſſario ſibi æquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti, conſtat propoſitum.

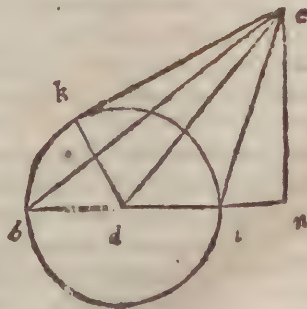


Campani annotatio. Non lateat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cũ tamen paſſio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnibus colũnis rotundis ſimilibus pyramidibuſq; rotundis ſimilibus, ſiue earum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ cauſa hæ rotũdæ columnæ & pyramides, quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erectę, reliquæ uerò dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, niſi illæ tantum quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrammi rectanguli, illæ uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuoce conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cùm igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti, ſignatur punctus qui cum circunferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo, quouſque ad locum unde moueri incœperit, circumducatur: corpus, quod a curua ſuperficie, quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo, cui circumducitur, con

continetur uoco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur, uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum, uoco conum pyramidis. Lineamq; rectam continuantem centrum basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittam pyramidis. Cumq; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse erectam. Cũ uerò inclinata, dico esse pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per eorum centra transiens secuerit, fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ sectiones duarum circunferentiarum ipsorum circulorum, si linea hæc in circunferentijs ipsorum circulorum æquidistanter sitũ à quo moueri incœperit quousq; ad locum suum redeat, circũducatur, corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & à duobus propositis circulis continetur, uoco colũnam rotundã. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem utriusq; duorum circulorum, dico columnam esse erectam. Cum uerò fuerit super basin inclinatæ, dico columnam esse inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ superficies super bases earum orthogonaliter erectę) fuerintq; anguli (quos axes & communes sectiones harum superficierũ & basium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, sicut semidiametri basis unius ad semidiametrum basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicem, aut illas duas columnas adinuicem, dico similes esse. His diffinitionibus positis, demonstrandum est, quod omniũ duarum rotundarum pyramidum similium, columnarum'ue rotundarum similium, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram, sicut diametri basis unius ad diametrum basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratum est. Ad hoc autem præmittimus antecedens necessarium.

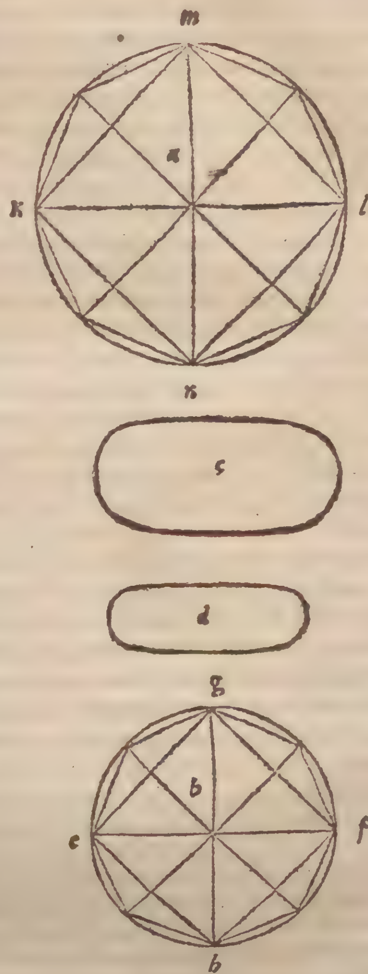
Si fuerint duę rotundę pyramides adinuicem similes, quarũ utranque duæ planæ superficies super axem secẽt, fueritq; harum duarum superficierum altera in utraq; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes erunt anguli quos axes & communes sectiones basium & earum superficierum quę super bases non ponuntur orthogonaliter erectę continent, adinuicem æquales.





Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h K l, & axes duæ lineæ a b & c d & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, similes adinuicẽ & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur, ut docet 11 undecimi libri, duę perpẽdiculares quæ sunt a m & c n, & continuentur pũcta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo superficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & K l, similes & intelligantur duę superficies a b f, c d K, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d K, esse adinuicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & K n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stãtes orthogonaliter super bases, egrediuntur ab earũ axibus, erit ex diffinitione similiũ pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorum a m b, c n d, est rectus: erunt ex 32 primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrum d K, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq; sint duo anguli

anguli f b m & K d n æquales, eo quòd duo arcus f g & K l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti, proportio f m ad K n, sicut b m ad d n, ideoq; sicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ super superficiem perpẽdiculariter erectæ uterq; duorum angulorum a m f, c n K, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c K, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d K. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d K, sunt adinuicem æquales. Quod est propositũ. Idẽ probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato, dico quòd omnium duarum rotundarum pyramidum similium quæcunque fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alteram, sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorum diametri sint etiam a & b, sitq; proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c, minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita quòd duo corpora c et d pariter accepta sint quãtũ rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta, super circulum b, sitq; cõmunis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f trãsiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b, linea e f transiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit g h, sicq; inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotũda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cui⁹ basis est quadratũ circulo b inscriptum quæ (ut probatũ est suprà) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis, cõsistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiẽs quousq; residuum rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam componũt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a, & sit communis sectio huius superficie & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq; inscribatur in circulo a, quadratum K m l n, & diuidẽdo arcus portionum circuli a per æqualiã, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygonium lateratã pyramidẽ æquè altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidem, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriusque in utrisque pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq; ex præmisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrum circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum quòd duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus quòd proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. Et quia omnis colũna rotunda est tripla ad suam pyramidem (hoc enim sufficienter est demonstratum siue columnę & suę pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

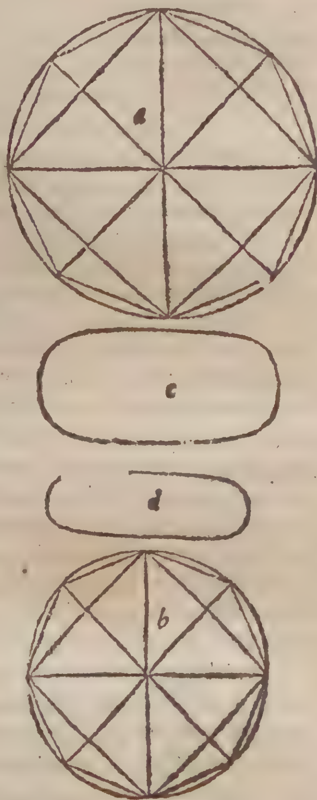


Eucl. ex Camp. *Propositio 11.*



Mnes duas rotundas pyramides siue columnas æquè altas, suis basibus proportionales esse necesse est. 11

Campanvs. Supra duos circulos a & b, statuantur ut prius duæ rotundę pyramides æquè altæ quæ dicantur similiter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit, si hoc prius de pyramidibus d f demonstrabitur: omnis enim rotunda colũna, tripla est ad suam pyramidẽ. De pyramidibus autẽ constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, sicut circuli a ad circulũ b, illud corpus sit c. Dico itaq; quòd corpus c, non potest esse maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primò minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inscribitur quadratum, & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis laterata, cuius sit basis quadratum circulo b inscriptum, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super triangulos portionum circuli consistentes, fiatq; hoc totiens, quousq; sit ex pyramide b, residuum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygonium simile illo polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b, et perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inscripti. Eruntq; duę lateratę pyramides a & b, ęquè altæ. Hoc enim est propositum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, est sicut basis eius ad basin illius, uidelicet sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõstratũ est, in sexta hui9. At uerò polygonij a ad polygonium b, est sicut circuli a ad circulum b, quod manifestũ est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c: quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; sit laterata pyramis b maior corpore c, sequitur lateratam pyramidem a esse maiorem rotunda pyramide a. Hoc autẽ impossibile, est enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotũda pyramide b. Si uerò ponat aduersarius quod sit maius, demonstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per conuersam porportionalitatem proportio corporis c ad rotũdam pyramidem a, sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod sit d. Cũ igitur corpus c sit maius rotũda pyramide b per hypothesin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulũ a, erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demõstratũ est prius, esse impossibile: sic enim sequitur, quod pars sit maior suo toto. Non est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, sed tãtum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti, conclude propositum. Vt autẽ facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur, ad ipsam est antecedens utile præmittendum: quod est,



Zamb. 13 Si superficies quædam rotũdam columnã ęquidistanter basi eius secuerit, erũt duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

Simile est hoc, ei quod proposuit 25 undecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum uerum est hoc de columnis rotundis, immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ sexti, uel uigesimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonstrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffini-

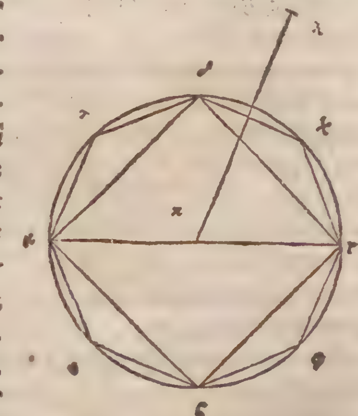
tione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in proœmio quinti libri, arguendũ est propositum. Attendere autem oportet, quod quęcunq; superficies secat columnam ęquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ, nã quæcunq; superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistantes adinuicem, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestum est, quod omnes rotundæ columnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna, tripla ad suam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uero ex ijs quæ suprà in octaua demonstrata sunt.

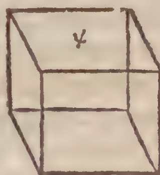
Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 11.*

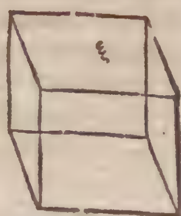
11 Sub eodẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sese hñt sicut bases. Camp. 11.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sunt α β γ δ, ε ζ η θ circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uerò basium sint α γ, ε η. Dico q, est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic est α λ, conus ad conũ ε ν. Si autem non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic α λ conus ad ε ν conum, erit sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum, minus ipso ε ν, cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidum ipso ε ν cono, ei æquum esto ψ solidum, igitur conus ε ν, æquus est ipsis ξ ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratum, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicẽ enim sunt sicut bases. Conus autẽ minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circunferentiæ diuiduè in signis ο π ρ σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, maius est quàm dimidium apud sese segmẽti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ triãgulorũ, pyramis æquè alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidum, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circũferẽtias diuiduè, connectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorum pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes, relinquentes quædã coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquãtur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idẽ quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positũ multangulũ δ τ α υ β φ γ χ, exciteturq; ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono. Quoniã igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multangulũ, sicut autem quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, & sicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut autẽ α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic α λ conus ad ξ solidũ. Sicut autem δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multãgulum, uertex autem λ signum, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, fastigium autem ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidum, sic pyramis cuius basis quidem δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, uertex autem ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eã quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidũ ad eã quæ in ε ν cono pyramida. Maior autẽ est α λ conus ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidum, ea quæ in ε ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, sic α λ conus ad aliquod solidũ minus ipso ε ν cono. Similiter iã demõstrabimus, quod neq; sicut ε ζ η θ, orbis*







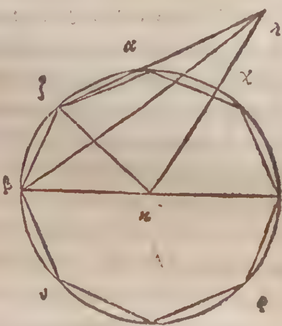


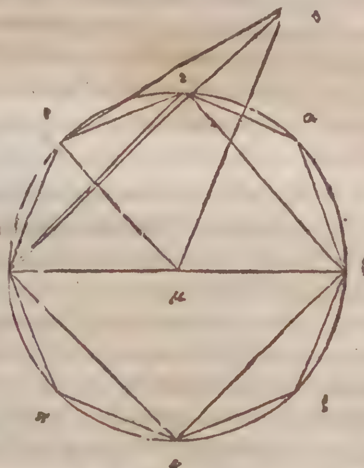
ad αβγδ orbem, sic εν conus ad solidum aliquod maius ipso αλ cono. Dico iam quod neq; est sicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic conus αλ ad aliquod solidū maius ipso εν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut εζθ, orbis ad αβγδ orbē, sic est ξ solidum ad αλ conum. Sed sicut ξ solidum ad αλ conum, sic est εν conus ad aliquod solidū minus ipso αλ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) εζηθ circulus ad αβγδ circulum, sit conus εν, ad aliquod solidum minus ipso αλ cono, quod absurdum esse patuit. Nō est igitur αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic αλ conus ad solidum aliquod maius ipso εν cono. Patuit autē quod neq; ad minus. Est igitur sicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic αλ conus ad εν conū. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodem igitur fastigio subsistentes coni & cylindri se adinuicem habent sicut bases: quod erat ostendendum.

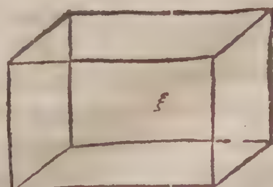
Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Similes coni & cylindri, ad se inuicē in tripla sunt ratione, sicut dimetientium quæ in basibus. 12

THEON ex Zāb. Sint similes coni & cylindri, quorū bases quidē αβγδ, εζηθ, orbes dimetiētes uerò basiū sint βδ ζθ, & axes conorū siue cylindrorū sint κλ, μν. Dico q conus cuius basis quidem est αβγδ circulus, fastigium autem λ signum, ad conum cuius quidem basis est εζηθ, uertex autem ν signū triplam habet rationem quàm βδ ad ζθ. Si autē αβγδλ conus ad εζηθν, conū triplam rationem non habet quàm βδ ad ζθ, habebit conus αβγδλ, uel ad solidū aliquod minus ipso εζηθν, cono triplā rationem, uel ad maius. Habet prius ad minus ξ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratū εζηθ. Igitur εζηθ quadratū, maius est quàm dimidiū circuli εζηθ. Excitetur ab ipso εζηθ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (p 30 tertij) ipsæ εζ, ζη, ηθ, θε circūferentiæ diuiduè in οπ, ρσ, signis cōnectanturq; εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε. Vnūquodq; igitur ipsorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorū, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli εζηθ. Constituatur ab uno quoq; ipsorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorum, pyramis idē habēt fastigiū ipsi cono, unaquæq; igitur ipsarum excitatarum pyramidū, maior est quàm dimidiū eius quod apud sese segmēti circuli. Secantes igitur (p 30 tertij) relictas circūferentias diuiduè, & connectentes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorū pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem & hoc semper efficientes, relinquemus quædā coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit εζηθν, conus ipsum ξ solidum, relinquantur, & sint in εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est εοζπηρθσ multangulū, uertex autē ν signū, maior est ipso ξ solido. Describatur in circulo αβγδ, ipsi εοζπηρθσ, multangulo simile similiterq; positum multangulū ατβυγφδχ, & excitetur ab ipso pyramis, idem habens ipsi cono fastigium. Et comprehendentium ipsam pyramida cuius basis quidem est ατβυγφδχ multangulum, uertex autem λ signū, unū triangulum esto λβτ, comprehendentium autem pyramida cuius basis quidē εοζπηρθσ multangulū, fastigiū autem ν signū unū triāgulum esto νζο, & connectantur κτ, μο. Et quoniā αβγδλ conus similis est ipsi εζηθν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionem) sicut βδ ad ζθ, sic κλ axis ad μν axē. Sicut autē βδ ad ζθ, sic (per 15 quinti) βκ ad ζμ. & sicut igitur (p 11 quinti) βκ ad ζμ, sic κλ ad μν, et uicissim (p 16 quinti) sicut βκ ad κλ, sic ζμ, ad μν. Et circū æquos angulos βκλ, ζμν latera sunt proportionalia. Igitur (p 1 sexti diffinitionē) triangulū βκλ, simile est ipsi ζμν triāgulo. Rursus quoniā est sicut βκ, ad κτ, sic ζμ, ad μο, et circū æquos angulos βκτ, ζμο, quoniā qualis pars est angulus βκτ eorū qui ad κ centrū quatuor rectorū, talis pars est et angulus ζμο, eorū q ad μ cētrū quatuor rectorū, quoniā igitur circū æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulū βκν simile est ipsi ζμο triangulo. Rursus quoniā patuit sicut βκ ad κλ, sic ζμ ad νμ: æqualis autē est βκ ipsi κτ, & ζμ ipsi μο, est

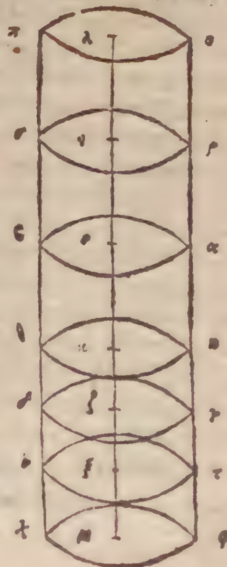






μο, est igitur sicut τκ ad λ, sic ο μ ad μν. Et circũ æquos angulos τκλ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sunt proportionalia. Igitur λκτ, triangulũ, ipsi μνο, triãgulo simile est. Et quoniã (p 6 sexti) et propter similitudinẽ ipsorũ λκβ, νμζ, triangulorũ est sicut λβ, ad βκ, sic νζ, ad ζμ, & propter similitudinẽ ipsorũ βλτ, ζμο, triãgulorũ est sicut λb ad βτ sic μζ ad ζο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λβ ad βτ, sic νζ ad ζο. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorũ λτκ, νομ, triangulorũ est (per 6 sexti) sicut λτ ad τλ, sic νο, ad ομ, propter autẽ similitudinẽ ipsorũ τκβ, ομζ, triãgulorũ est sicut κτ ad τβ, sic μο, ad οζ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λτ ad τβ, sic νο ad οζ. Patuit autem & sicut τβ ad βλ, sic οζ ad ζν, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τλ ad λβ, sic ον ad νζ. Igitur ipsorũ λτβ, νοζ, triangulorũ, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λτβ, νοζ, triangula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti) Et pyramis igitur cuius basis quidẽ est βκτ triangulũ, uertex aũt λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ζμο triangulũ, uertex autem ν signũ, sub similibus enim planis æque multiplicibus cõprehenduntur. Similes autẽ pyramides, triangulares bases habentes in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur βκτλ, ad ζμον pyramida, triplã rationẽ habet, quàm βκ ad ζμ. Similiter iam connectentes ab ipsis κχ, δφ, γυ, in π rectas lineas, & ab ipsis ισ, θρ, ηπ, in μ, excitantesq; in triangulis pyramides eadẽ habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarũ eiusdẽ ordinis pyramidũ ad unamquanq; eiusdem ordinis pyramida, triplam habet rationẽ quàm βκ eiusdẽ rationis latus ad ζμ eiusdẽ rationis latus, hoc est quàm βδ ad ζθ. Sed sicut unum antecedentiũ ad unũ sequentiũ, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur & sicut βκτλ pyramis ad ζμνο pyramida, sic est tota pyramis cuius basis ατβυγφδχ multangulũ, uertex aũt λ signum, ad totã pyramidem cuius quidã basis est ιοζπκρθσ, multangulũ, uertex uerò ν signum. Quare & pyramis cuius basis quidem est ατ, βυ, γφ, δχ multangulũ, fastigiũ aũt λ signũ, ad pyramida cuius quidem basis ιοζπνρθσ multangulũ, fastigiũ aũt ν signum, triplã habet rationẽ quàm βδ ad ζθ. Supponitur aũt & conus cuius basis quidẽ αβγδ orbis, fastigium aũt λ signũ, ad ξ solidũ, triplã rationem habens quàm βδ, ad ζθ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ αβγδ circulus, uertex autem λ signum ad ξ solidũ, sic pyramis cuius quidẽ basis est ατβυγφδχ multangulũ, uertex aũt λ ad pyramida cuius basis quidem est ιοζπκρθσ, multangulum, uertex aũt ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidem est αβγδ orbis, uertex aũt λ signum ad eã quæ in se pyramida cuius basis est ατβυγφδχ multangulum, uertex aũt λ signum, sic solidum ξ ad pyramida cuius basis quidem est ιοζπκρθσ, multangulum uertex aũt ν signum. Maior aũt est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim cõtinet. Igitur ξ solidum, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ιοζπκρθσ multangulũ, uertex aũt ν signũ. Supponebatur aũt quod & minus, quod est absurdũ. Non igitur conus αβγδλ, ad aliquod corpus minus ipso ιζηθν, cono triplã rationẽ habebit, quàm βδ ad ζη. Similiter iã demõstrabimus, quod neq; ιζηθ conus ad solidũ aliquod minus ipso αβγδλ cono, triplã rationẽ habet, quàm ζθ ad βδ. Dico iã quod neq; αβγδλ, conus, ad aliquod solidũ maius ipso ιζηθν cono, triplã habet rationẽ, quàm βδ ad ζθ. Si enim poßibile, habeat ad maius ξ. Conuersim igitur ξ solidũ, ad αβγδλ conum, triplã habet rationem, quàm ζθ ad βδ. Sicut aũt ξ solidũ ad αβγδλ conũ, sic ιζηθν conus ad aliquod solidũ minus ipso αβγδλ cono, & ιζηθν igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso αβγδλ, cono triplã rationem habet, quã ζθ ad βδ, quod impoßibile esse patuit. Igitur αβγδλ conus, ad solidum aliquod maius ipso ιζηθν cono, triplã rõnẽ nõ habet, quàm βδ ad ζθ, patuit aũt quod neq; ad minus. Conus igitur αβγδλ, ad conum ιζηθν, triplã rationẽ habet, quàm βδ ad ζθ (per 15 quinti) sicut aũt conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrũ: triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ (in 10 duodecimi) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrum triplam habet rationem quàm βδ ad ζθ. Similes igitur coni & cylindri adinuicẽ in triplici sunt rõne dimetiẽtiũ quæ in basib. quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.



13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum, sic axis ad axem.

THEON ex Zamb. Cylindrus enim αδ, plano ηθ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis αβγδ. Dico q, est sicut βκ cylindrus ad κδ cylindrum, sic est ικ axis ad κζ axem. Extendatur axis ιζ ex utraque parte, in λμ signa, exponanturq; ipsi ικ axi æquales quilibet utcunq; ιν, νλ, ipsi autem ζκ, quilibet utcunq; ζξ, ξμ, & extendantur per λνξμ signa: plana parallela αβ, γδ, & intelligantur in ipsis per λνξμ, planis circũ centra λνξμ, circuli επ, ρς, τυ, φχ, æquales ipsis αβ, γδ, & intelligantur cylindri πρ, ρβ, δτ, τχ.

Et quoniã ipſi λ μ, ν ι, ι κ, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ρ, ρ ϐ, β κ, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (p 11 duodecimi) Baſes autẽ ſunt æquales. Igitur & ipſi π ρ, ρ β, β κ cylindri, ſunt æquales. Quoniã igitur ipſi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicẽ ſunt æquales, ſunt aũt & ipſi π ς, ρ ϐ, ϐ κ, cylindri adinuicẽ æquales, & multitudo ipſorũ λ ν, ν ι, ι κ, æqualis eſt multitudini ipſorũ π ρ, ρ β, β κ, quotuplex igitur eſt κ λ axis, ipſius ι κ axis, totuplex erit et π κ cylindrus ipſius β κ cylindri. Et iã id ꝑpterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ς axis, totuplex eſt et cylindrus χ κ ipſius κ δ cylindri. Et ſi κ λ axis æq̃lis eſt ipſi κ μ axi, æquus eſt et cylindrus π κ ipſi κ χ cylindro. Si aũt axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π κ cylindrus ipſo κ χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 1 quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, axibus quidem, ι κ, κ ς, cylindris autem ϐ κ, κ δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) ſunt æquè multiplicia ipſius quidẽ ι κ axis & β κ cylindri, ipſe axis κ λ, & π κ cylindrus. Ipſius autẽ κ ς axis, & κ δ cylindri, κ μ axis & κ χ cylindrus. Et patuit quòd ſi κ λ, axis excedit κ μ axem, & π κ cylindrus ipſum excedit κ χ cylindrum, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut ι κ axis ad κ ς axem, ſic β κ cylindrus ad κ δ cylindrum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicẽ ſeſe habent ſicut faſtigia. 14

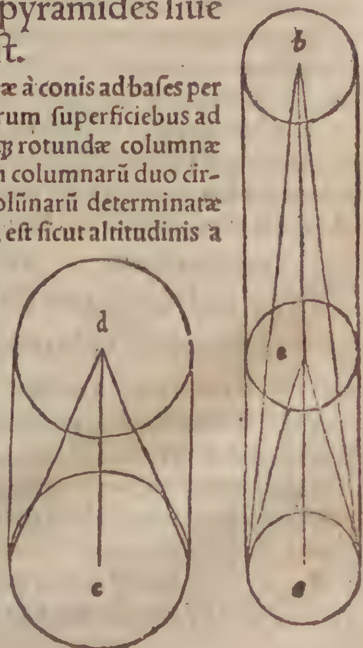
THEON ex Zãb. *Sint enim in æqualibus baſibus α β, γ δ, cylindri ς Δ, ι ϐ. Dico q, eſt ſicut cylindrus ι β ad cylindrum ς Δ, ſic eſt κ θ axis, ad κ λ axẽ, extendatur enim κ λ axis in ν ſignum, ponaturq́; ipſi κ θ axi æqualis λ ν, & circum axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ι β ς μ cylindri, ſub eodem ſunt faſtigio, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicẽ ſunt æquales, igitur & cylindri ι β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniam cylindrus ς μ, plano quodam ſecatur γ δ, parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 13 duodecimi) ſicut ς μ cylindrus ad ς δ cylindrum, ſic eſt λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem eſt γ μ cylindrus ipſi ι ϐ cylindro, & λ ν axis ipſi κ θ axi. Eſt igitur ſicut ι β cylindrus ad ς δ cylindrum, ſic eſt κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ι β cylindrus ad ς δ cylindrum, ſic α κ β conus ad γ Δ κ conum, tripli enim ſunt cylindri ipſorum conorum (per 10 duodecimi) & ſicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, ſic α ϐ κ, conus ad γ Δ κ, conum & ι β cylindrus ad ς δ cylindrũ: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.



SI duæ pyramides rotundę ſiue columnę fuerint æquales, ſuæ baſes & altitudines erunt mutuæ. Si uerò ſuę baſes & altitudines mutuæ fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt. 12

CAMPANVS. Altitudinem pyramidum, determinant lineæ à conis ad baſes perpendiculariter deſcendentes, columnarũ autem, a ſupremis earum ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæq́; rotundæ columnæ a b & c d æquales, ſintq́; communes baſes tam pyramidũ quàm columnarũ duo circuli a & c, cõmunes quoq; altitudines tam pyramidũ quàm colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulũ a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinem c d, & econuerſo. Hoc aũt ſi de colũnis probatũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã omnis colũna rotunda tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint ęquales, ex pręmiſſa conſtat propoſitũ. Si aũt inęquales, ſit a b maior, ſumaturq́; a e æqualis a d, & ſecetur colũna a b, à ſuperficie e æquidiſtãter baſi eius a, eritq́; ex præmiſſo antecedente, colũna a b ad colũnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, ideoq́; ex prima parte 7 quinti colũnam c d ad colũnam a e ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, quare per ſecũdã partẽ 7 quinti, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ c d, ex præmiſſa aũt eſt colũna c d ad colũnam a e, ſicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinem c d ſi-



c d, ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars. Secunda conuerſo modo conſtabit, eadē diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico quòd duę columnæ a b & c d ſunt æquales: erit enim ex ſecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad columnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a & ex præmiſſa antecedente columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnā a e ſit ſicut colūna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

15 Aequaliū conorū & cylindrorū, reciprocæ ſunt baſes uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes uerticibus, ſunt æquales.

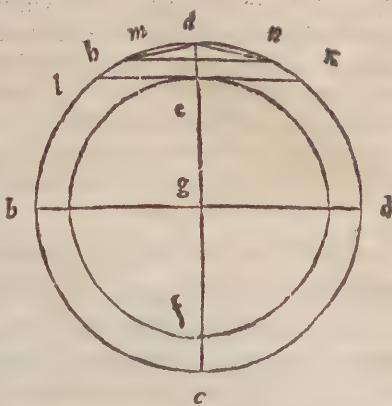
THEON ex Zāb. *Sint æquales coni & cylindri, quorū baſes quidē αβγδ, εζηθ orbes, dimetientes autem ipſorum αγ, εη, axes autem κλ, μν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorū. Et compleantur ipſi αξ, εο, cylindri. Dico q ipſorum αξ, εο, cylindrorū, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν uertex ad κλ verticē. Faſtigium enim κλ, ipſi μν, faſtigio aut eſt æquale, aut nō. Sit prius æquale. Eſt autē & αξ cylindrus, ipſi εο cylindro æqualis, ſub eodem autē faſtigio exiſtentes coni & cylindri, adinuicē ſunt ſicut baſes (p 11 duodecimi) Aequalis eſt igitur αβγδ baſis, ipſi εζηθ baſi. Quare & reciprocæ ſunt, ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic μν faſtigium ad κλ faſtigium. Sed iam non ſit uertex λκ ipſi μν æqualis, ſed eſto maior μν, et auferatur (per 3 primi) ab ipſa μν altitudine, ipſi κλ æqualis πμ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi λκ uertici æqualis πμ, & per π ſignū ſecetur (per 13 duodecimi) cylindrus εο, plano τυσ parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt εζηθ, ρο, circulorū. Et à baſi quidē ipſius εζηθ circuli, faſtigio uerò μπ, cylindrus intelligatur εσ. Et quoniam αξ cylindrus æquus eſt ipſi εο cylindro, alius autem εσ cylindrus, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut αξ, cylindrus ad εσ cylindrū, ſic eſt εο cylindrus ad εσ cylindrū. Sed ſicut qdē αξ cylindrus ad εσ cylindrū, ſic eſt αβγδ baſis ad εζηθ baſin. Sub eadē enim ſunt altitudine, ipſi ασ, εξ, cylindri. Sicut autem cylindrus εο ad cylindrum εσ, ſic μν altitudo ad μπ altitudinem, cylindri namq; in æqualibus baſibus exiſtentes, ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν uertex ad μπ verticē. Aequalis aūt eſt πμ uertex, ipſi κλ uertici. Eſt igitur ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic eſt μν altitudo ad κλ altitudinem. Aequaliū igitur αξ, εο cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum αξ εο cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtoq́; ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic uertex μν ad uerticem κλ. Dico q αξ cylindrus, æqualis eſt ipſi εο cylindro. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut αβγδ baſis ad εζηθ baſin, ſic μν faſtigium, ad κλ faſtigium, æqualis autem eſt κλ uertex ipſi πμ uertici, eſt igitur ſicut αβγδ, baſis ad εζηθ baſin, ſic μν uertex ad πμ uerticem. Sed ſicut quidem αβγδ, baſis ad εζηθ, baſin, ſic cylindrus αξ ad εσ cylindrū: ſub eodem namq; eſt faſtigio. Sicut autem μν (per 14 duodecimi) uertex ad πμ uerticem, ſic εο cylindrus ad εσ cylindrum. Eſt igitur ſicut αξ cylindrus ad εσ cylindrum, ſic eſt εο cylindrus ad εσ, cylindrum. Aequalis igitur eſt αξ cylindrus, ipſi εο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*

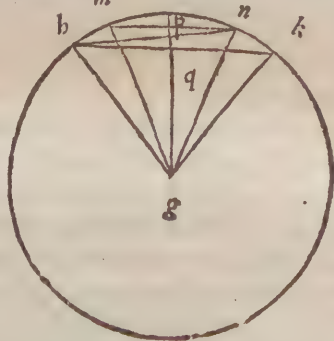
Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 
Vm propoſiti fuerint duo circuli ab uno cētro circunducti, ſuperficiē multiangulam æqualiū laterum circulum minorē minime tangentium, intra circulum maiorem deſcribere.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod ſit g circūducti, dico quòd intra maiorem qui ſit a b c d, poſſibile eſt unum polygonium quod ſit æqui laterum, deſcribi minorem circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim id eſt in quadrantes diuidantnr hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicem ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq; e f diameter minoris, pars diametri a c quę eſt

diameter maioris. Sicq; igitur à puncto e, ducatur utrinq; usq; ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ in puncto h, inde uerò in puncto K, eritq; ex correlario 15 tertij linea h e k, contingens circulum minorem. Postea uerò quadrantẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in puncto l, secundum doctrinã 29 tertij, dehinc rursus arcũ a l, per æqualia ad pũctum m. Cumq; hoc pluries feceris, necessariò tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autem idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quantitates inæquales, si à maiori earum dematur eius dimidium, itemq; à residuo dimidium, possibile est hoc toties fieri quousq; tandẽ minor minore earum relinquetur, quemadmodum in 1 decimi demonstratũ est. Cũ igitur sic diuidendo, ad arcũ quãtulumcunq; minorem a h, fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m, sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducanturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a K est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est, & quia arcus a n est æqualis arcui a m, erit ex communi scientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sunt ęquidistantes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq; linea a m potest ipsum tangere. Quoniam igitur constat circulum a b c d diuisibilem esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul constat intra ipsum circulum posse chordulas æquales chordulæ a m continuè coaptari circulum ipsum polygoniæ chordantes, manifestum est intra circulũ maiorem posse unum polygonium ęquilaterum, cuius unũ latus est linea a m inscribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearũ à centro circuli æqualiter æquidistantium, quod inscriptum polygonium nullo laterum suorum tangit circulum minorem. Quod est propositum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, esse æquidistantes, cum sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem inconcussam ueritatem sortitum est, quod duæ lineæ circulum unum non autem se inuicem secantes, si ex circunferentia æquales arcus hinc inde lineis ipsis intersint, erunt æquidistantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpendicularẽ ad lineam m n, quæ secet lineam h K in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n K & m d, subtende duas chordas quæ etiam dicãtur n K & m h, erũtq; ex 28 tertij hę chordæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per secũdam partem 3 eiusdem tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cum igitur uterq; duorum angulorum qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaq; per communem scientiam (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus K g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea K q, erit æqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã K h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę n m & K h, sunt ęquidistãtes. Et hoc est quod dubitare conquestus es. ¶Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo quod arcus h m est ęqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n erit ęquidistãs lineæ h K. Conuersam quoq; si libuerit, conuerso modo probabis. Si enim linea m n est æquidistans lineæ h k, erit arcus n K æqualis arcui m h. Erũt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h K ęquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h, erunt etiam ęquales.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 16.*

Binis orbibus circũ idẽ centrũ existentibus, in maiori orbe multangulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tãgens orbẽ minorẽ in superficie. 16

THEON *ex Zamb. Sint bini orbes αβγδ, εζηθ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo αβγδ, multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere, non tangens ipsum εζηθ, circulum. Excitetur per κ centrum, recta linea βδ, & à signo κ ipsi δβ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 primi) ακ, & extendatur in γ. Igitur αγ tangit ipsum εζηθ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam βαδ circunferentiam diuiduè, & ipsius dimidium bifariam, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus*

quandam

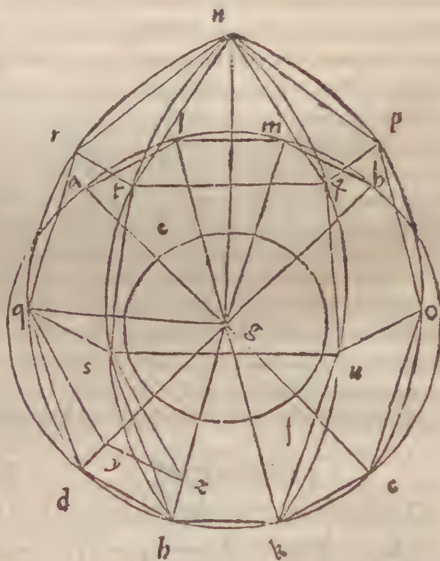
quandam circunferentiam minorē ipsa α δ relinquatur, & esto λ δ & ab ipso λ in β δ, perpēdicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniā parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ε ζ κ θ orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbē ε ζ κ θ, multo minus igitur ipsæ λ δ, δ ν, tangunt ipsum ε ζ κ θ orbem. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuum aptabimus in orbe α β γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multāgulū æquilaterum & parilaterum non tangens ipsum orbem ε ζ κ θ, minorem: quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde est manifestum, quòd perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 14.

14 Vabus sphæris unum centrum habētibus propositis, intra maiorē earum solidū multarū basium superficiem minoris sphæræ minimè tangentium figuraliter constituere. Quo cōstituto si in minori sphęra, siue in qualibet alia sphæra simile corpus intelligibiliter cōstituatur, erit proportio corporis multarum basium intra maiorem sphęram cōstituti ad corpus multarum basium intra minorem sphærā uel altam constitutū, sicut diametri maioris sphęræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint propositę duę sphærę, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod sit g habentes, & sit maior earū sphęra a b c d, minor uerò sphęra e f, uolumus autem intra maiorem earum unum corpus multarum basium cōstituere, de quibus nō intendimus quòd ipsæ bases sint æquales aut similes, sed quòd nulla earum tangat superficiem minoris sphæræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utranq; propositarum sphęrarum una plana superficie per commune cētrum earum transeunte, eruntq; ex diffinitione sphæræ & diffinitione circuli, communes sectiones huius secantis superficiei & superficierum sphærarum propositarum, lineę continentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorum cētrum est centrum sphæræ, de quo propositum est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secantibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundum præcepta præmissæ inscribemus unum polygonium æquilaterum, nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonum æquilaterū, ita quod



in quadrante ipsius maioris circuli qui est c d, sint tria latera huius dodecagoni quæ sint chordæ d h, h k, & k c, quæ cum sint æquales, erunt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earum æquales. Dehinc à duobus punctis h & k quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & k l, & super centrum g erigemus lineam g n perpendicularem ad superficiem circuli a b c d, quam producemus quousq; obuiet superficiei sphæræ maioris super punctum n. Deinde intelligam quatuor superficies secantes sphæras propositas, quarum unaquæq; secet eas super lineam g n, scilicet prima earū supra lineam g n & diametrū d b, secunda super lineam g n & diametrū h m, tertia uerò super lineā g n & diametrū k l, quarta aūt super lineam g n & diametrū c a: erūtq; ex diffinitionibus sphęrę & circuli, cōes sectiōes harū superficierū & superficiei sphęrę maioris, lineę cōtinētes circulos, & erūt portiones inscriptę ut inter pūctū n & q̃tuor pūcta quę sunt d h k c, quadrātes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n, h n, K n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qd' oēs

anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunferentiæ ſubtendantur, quod ex ultima ſexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifeſtum eſt, quod unuſquiſq; horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipſorum, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrantes eorũ ſunt ęquales. Quare quinq; arcus qui ſunt d n, h n, K n, c n, & d c, ſunt ęquales. In unoquoque ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenuſales chordæ, quarum quælibet ſit æqualis chordę circuli proſtrati, quæ ſunt latera polygonij ſibi inſcripti & eſt una earum chorda d h, ſintq; in primo quidem d q, q r, & r n, in ſecundo uerò h ſ, ſ t, & t n, in tertio autem K u, u x, & x n, & in quarto ſint c o, o p, & p n. Et protrahantur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti ſuperioris hemiſphærij maioris ſphęræ quę quidem quarta pars eſt d n c, inſcriptum eſſe corpus 9 baſium quarum tres quæ coëunt in puncto n, ſunt triangulæ, cæteræ autem ſunt quadrangulæ, ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia, ſed non æquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti, ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati, ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autẽ ſcies, ſi perpendiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris, de quibus conſtat quod ipſæ cadẽt ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ, demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h ſimiles, quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z, erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt æquidiſtantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, corauſtus q ſ eſt æqualis & æquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt ęquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea, ſequitur ex 9 undecimi, ut corauſtus q ſ, ſit etiam ęquidiſtans chordę d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacẽti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphæram minorem, neceſſe eſt ut nullum latus harum baſiũ corporis inſcripti ſiue quadrangulæ ſint ſiue trigonæ, tangãt eandem minorem ſphæram, cum omnia hæc latera ſint ipſis chordis ęqualia aut minora. Simpliciter autem dico quòd nulla etiam harum baſium, de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecũda parte 2 undecimi, quod ipſæ ſunt totę in ſuperficie una, poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphæram, eo quod omnis linea recta ducta ſuper quemlibet punctum cuiuſq; earum æquidiſtanter corauſto, minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarum quartarum maioris ſphæræ tã ſuperioris hemiſphærij quàm inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilaterisq; ſuperficiebus ſubtexantur, erit maiori ſphęræ corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphæræ minime tangentium, quemadmodum propoſitum fuerat inſcriptum. Dico inſuper quòd ſi in alia qualibet ſphæra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterum, ſicut diametri unius ſphæræ ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſq; corporis, baſes totidem lateratarum pyramidum, quarum omnium uertices erunt in centris ipſarum ſphærarum. Has autem pyramides perficies, ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporũ quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarũ produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ probare cunctas pyramides unius, eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuſcuiuſq; earum unius ad ſuã relatiuã alterius, ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarũ ipſarum triplicata: ſunt enim ſemidiametri ſphęrarũ, latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorum eſt ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiuſdem facile concludes propoſitum.

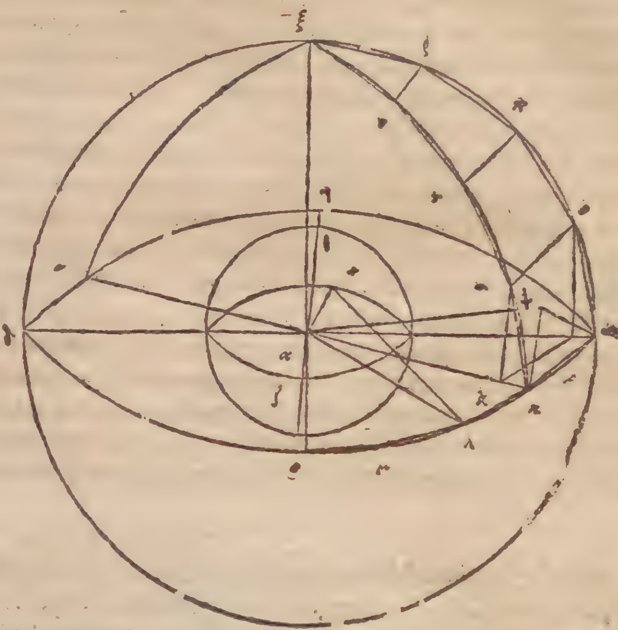
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

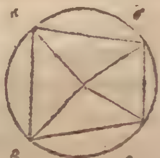
Binis ſphæris circũ idẽ centrũ exiſtentibus, in maiori ſphęra ſolidum polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. 17

THEON *ex Zamb. Intelligantur binæ ſphæræ circum idẽ centrũ* α. *Oportet iam in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphærã minorẽ in ſuperficie. Secentur ſphæræ, plano aliquo per centrũ erunt igitur ſectiones circuli: quoniã (p 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro & circũducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunq; poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductũ planũ, efficiet in ſuperficie ſphæræ circulũ, & manifeſtũ quod & maximũ, quoniã ſphæræ diameter quæ etiã eſt hemicycli diameter, & perinde circuli, maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus* βγδε, *in minori autẽ circulus* ζηθ, *excitenturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem* βδ, γε, *& binis orbibus circa idẽ centrũ exiſtentibus, hoc eſt* βγδε, ζηθ, *in maiori circulo* βγδε, *multangulum æquilaterum & parilaterũ deſcribatur (per præcedentem) non tangens ſphærã minorẽ* ζηθ, *cuius latera ſint in* βε *quarta parte,* βκ, κλ, λμ, με, *& connexa*

κα *recta*

κα recta linea, extẽdatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipso α signo, ipsi ipsius βγδε circuli plano ad angulos rectos αξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ & per αξ, & per utranq; ipsarum βδ, κν, plana producãtur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie maximos orbes, efficiant, quorum hemicyclia sint in βδ, κν, diametris, ipsa βξδ, κξν. Et quoniam ξα recta est ad ipsius βγδε planum, & omnia igitur quæ per ξα, plana, recta sunt ad ipsius αβγδε circuli planum, quare & βξδ, κξν, hemicyclia, recta sunt ad ipsius βγδε circuli planum. Et quoniam hemicyclia βεδ, βξδ, κξν, sunt æqualia, in æqualibus nanq; sunt diametris βδ, κν, & βε, βξ, κξ, quartæ partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multanguli sunt in βε quarta parte, tot quoq; sunt in ipsis βξ, κξ, quartis partibus ipsis κβ, κλ, λμ, με, rectis lineis æquales. Describantur, & sint βο, οπ, πρ, ρξ, κσ, στ, τυ, υξ, & connectantur ipsæ σο, τπ, υρ. Et ab ipsis οσ, in ipsius βγδε, circuli planum perpẽdiculares excitentur. Cadunt, inquam, in communes sectiones planorum βδ, κν, quoniam & ipsorum βξδ, κξν, plana recta sunt ad ipsius βγδε, circuli planum, cadant, & sint οφ, σχ, & connectantur φχ. Et quoniam in æqualibus hemicyclijs βξδ, κξν, æquales rectæ lineæ sunt βο, κσ, & perpendiculares ductæ sunt οφ, σχ, æqualis igitur est οφ ipsi σχ, & βφ, ipsi κχ, est autem & tota βα, toti κα æqualis, & reliqua igitur φα, reliquæ χα est æqualis. Est igitur sicut βφ ad φα, sic est κχ ad χα, parallelus igitur est φχ, ipsi κβ. Et quoniam utraque ipsarum οφ, σχ recta est ad ipsius βγδε circuli planum, parallelus igitur est οφ ipsi σχ: patuit autem, quòd & ipsi æqualis, ipsæ χφ, σο, igitur, æquales et paralleli sunt. Et quoniã χφ, ipsi σο parallelus est, sed φχ, ipsi κβ parallelus est, & σο igitur ipsi κβ parallelus est, & ipsas cõnectunt, ipsæ βο, κσ, igitur βο, κσ, quadrilaterũ, in uno est plano. Quoniã (p 7 undecimi) si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipsarũ accipiãtur cõtingentia signa, & ad ipsa signa annexa recta linea, in eodẽ est cũ ipsis parallelis plano. Idq; ꝑpterea & unũquodq; ipsorũ σοπτ, τπρυ, quadrilaterorũ, in uno est plano. Est aũt triangulũ υρξ, in uno plano. Si uerò intelligamus ab ipsis οσπτ, ρξυ, signis in α cõnexas rectas lineas, cõstituetur quædã figura solida polyhedra inter βξ, κξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõposita, quarũ bases quidẽ sunt κβοσ, σοπτ, τπρυ, quadrilatera, & υρξ triãgulũ, uertex aũt α signũ. Si aũt & in unoquoq; ipsorũ κλ, λμ, με, laterũ, sicut in βκ eadẽ cõstruamus, et insup in reliquis trib. quartis partib. & in reliquo hemisphærio, cõstituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra, cõtenta ex pyramidib. quarũ bases sunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υρξ, et quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α signũ. Dico q, prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ sphærã in superficie, in qua est circulus ζηθ. Excitetur (p 11 undecimi) ab ipso α signo in ipsius κβοσ quadrilateri planũ, perpẽdicularis αψ, et incidat ipsi plano in ψ signo, & cõnectãtur βψ, ψκ. Et quoniã αψ recta est ad ipsius βκοσ planũ, et ad oẽs igitur ipsã tãgẽtes rectas lineas & existẽtes in ipsius quadrilateri plano recta est αψ (per 2 diffinitionẽ undecimi) Igitur αψ, recta est ad utrãq; ipsarũ βψ, ψκ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) αβ ipsi ακ est æqualis, æquũ est & qd' ex αβ, ei qd' ex ακ. Et ipsi qdẽ qd' ex αβ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ ex αψ, ψβ, rectus enim q ad ψ. Ipsi aũt qd' ex ακ, æqualia sunt quæ ex αψ, ψκ. Quæ igitur ex αψ, ψβ, æqua sunt eis quæ ex αψ, ψκ. Cõe auferatur qd' ex αψ, reliquũ igitur qd' ex βψ, reliquo qd' ex ψκ est æquale, æqualis igitur est βψ, ipsi ψκ. Similiter iã demõstrabimus qd' et quæ ab ψ ad οσ cõnexæ rectæ lineæ, æquales sunt utriq; ipsarũ βψ, ψκ, Cẽtro igitur ψ, et spacio altero ipsorũ βψ, ψκ, circulus descriptus, ibit etiã per οσ, et quadrilaterũ κβοσ, erit in circulo. Et quoniã κβ maior est ipsa χφ, æqualis aũt est χφ ipsi σο, maior igitur est βκ ipso σο. Aequalis aũt est κβ, utriq; ipsarũ κσ, βο, et utraq; igitur ipsarũ κσ, βο, ipsa σο maior est. Et quoniã in circulo quadrilaterũ est κβοσ, et βκ, βο, κσ, æquales et minor οσ, et ex cẽtro circuli est βψ, igitur qd' ex κβ, eo qd' ex βψ maius est q̃ duplũ. Excitetur (p 12 primi) ab ipso κ, in βζ ppẽdicularis κω. Et quoniã βδ ipsa δω minor est quàm





est quàm dupla, estq́; sicut β δ ad δ ω sic quod ex δ β, β ω, ad id quod sub δ ω, ω β, descripto autem ab ipsa θ ω quadrato, completoq́; quod in parallelogrammo, & quod sub δ β, β ω, minus est quàm duplum, & connexa κ β, quod sub δ β, θ ω, æquum est ei quod ex β κ, quod uerò sub δ ω, ω β, æquum est ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ θ, eo quod ex κ ω minus quàm duplum. Sed quod ex κ β, eo quod ex β ψ maius est quàm duplum, maius igitur est quod ex κ ω, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) θ α, ipsi κ α est æqualis, æquum est & quod ex β α ei quod ex κ α. Ei autem quod autẽ ex α θ (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex θ ψ, ψ α. Ei autem quod ex κ α (per 47 primi) æqua sunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex κ ω, ω α, quorum quod est κ ω maius est eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex ω α minus est eo quod ex ψ α. Maior igitur est α ψ, ipsa α ω, multò igitur maior est α ψ, ipsa α κ. Estq́; ipsa α ψ in unam ipsius polyhedri basin, & α κ in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrum nõ tangit sphæram in superficie: quod facere oportebat.

Ostendendum iam & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa α κ. Excitetur (per 11 primi) ab ipso κ ipsi α κ ad angulos rectos κ, & connectantur α λ. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam γ β circunferentiam diuiduè, & dimidium ipsius diuiduè, & hoc semper facientes, relinquemus quandam circunferentiam quæ est minor quam circunferentia β γ δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi κ λ, relinquatur, & esto κ β circunferentia. Minor igitur est & κ β recta linea, ipsa κ λ. Et quoniam in circulo est θ κ σ ο quadrilaterum, & æquales sunt ο β, θ κ, κ ζ, & minor est ο σ, angulus igitur qui sub β ψ κ obtusus est, maior igitur est β κ, ipsa β ψ. Sed ipsa κ β maior, est quàm ipsa ʋ λ, multò maior igitur est κ λ, ipsa β ψ, maius igitur est & quod ex κ λ, eo quod ex θ ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, igitur ei est æquum quod ex α β. Sed ei quod ex α λ, æqua sunt quæ ex α κ, κ λ: ei uerò quod ex α β æqua sunt quæ ex θ ψ, ψ α. Quæ igitur ex α κ, κ λ, æqualia sunt eis quæ ex β ψ, ψ α. Quorũ quod ex θ ψ, minus est eo quod ex κ λ, & reliquũ igitur quod ex ψ α, maius est eo quod ex α κ. Maior igitur est α ψ, ipsa α κ. Binis igitur sphæris circum idem centrũ existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum descriptum est nõ tangens minorem sphæram in snperficie: quod facere oportuit.

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera sphæra ei quod in β γ δ ε, sphæra, solido polyhedro, simile solidum polyhedrum inscribatur, in ipsa β γ δ ε, sphæra solidum polyhedrum ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrum triplam habet rationem, quàm ipsius β ρ δ ε, sphæræ dimetiens ad ipsius alterius sphæræ dimetientem. Distributis nanq; solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi) adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est κ β ο σ quadrilaterum, uertex autem α signum, ad eam quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplam habet ratione, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm α β quæ ex centro eius est sphæræ quæ circum α centrum, ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circum centrum α, ad quamlibet pyramida eiusdem ordinis in altera sphæra triplam habebit rationem quàm α θ ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrum quod in sphæra quæ circum centrum α, ad totum solidum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm β δ diameter ad alterius sphæræ diametrum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

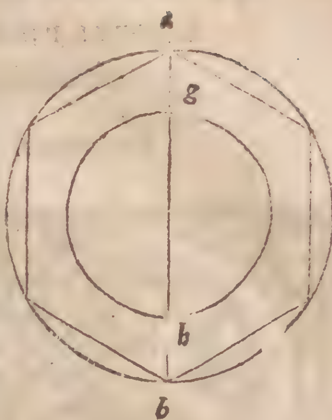


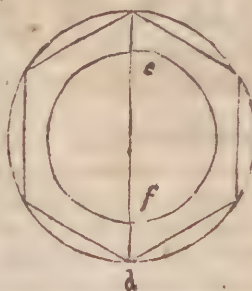
(O)Mnium duarum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suę diametri ad diametrum alterius proportio triplicata. 15

CAMPANVS. Sint duæ sphæræ a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico quòd proportio earum, est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniam neq; ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neq; ad maiorem est proportio sphæræ a b, sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphæram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrum c d triplicata. Demonstrabo itaq;, quod sphæra e f non potest esse minor neq; maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem, imaginabor eam includi à sphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta præcepra præmissæ, unũ corpus multarũ basiũ nõ tangentiũ superficiẽ sphęræ e f, minoris, dicaturq́; istud corpus nomine sphęræ cui inscribitur c d. Postea simile corpus multarũ basiũ inscribã sphæræ a b, qd' etiã nomine suæ sphęræ dicatur a b: cõstat itaq; ex secũda parte pręmissę & undecimi quinti, qd' proportio sphæræ a b ad sphærã e f, est sicut corporis multarũ basiũ

quod

quod eſt a b, ad corpus multarum baſiū quod eſt c d, utraq; enim eſt ſicut diameter a b ad diametrū c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi: illa uerò, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſphęræ a b ad corpus multarū baſium a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cū igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiam ſphęra e f, maior corpore multarum baſium c d. Hoc autē eſt impoſſibile, nam ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f minor ſphæra c d. Si autē dicat aduerſarius eam eſſe maiorē, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per cōuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphæram a b, ſicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphæræ c d, ad ſphæram g h, eritq; ex 14 quinti ſphęra g h, minor ſphęra a b, eo quod ſphęra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphęrę c d ad aliquam ſphæram minorū ſphæra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrū a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile, nam ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto, ut demonſtratum eſt prius. Itaq; ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphęra c d. Igitur (ex 7 quinti) cōclude propoſitam concluſionem, quæ imponit finē libro duodecimo.

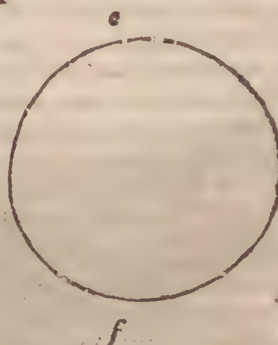


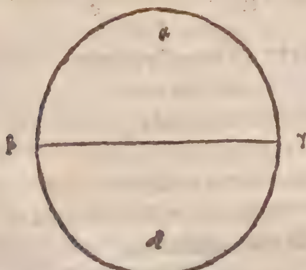


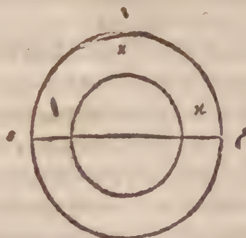
Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

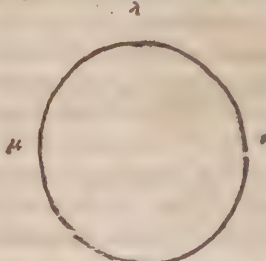
18 Sphæræ adinuicē, in triplici ſunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zamb. *Intelligantur ſphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipſarū ſint β γ, ε ζ, dico q; ſphæræ α β γ ad ſpæram δ ε ζ, triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si autem nō, habebit igitur α β γ ſphæra ad minorē aliquā ipſa δ ε ζ, ſphæra triplam rationē, uel ad maiorē, quā β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorē η θ κ, & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi η θ κ, circum idē centrū, deſcribaturq; (per præcedentē) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidū polyhedrū non tangēs minorē ſphærā η θ κ in ſuperficie. Deſcribatur autē (per eādem) & in α β γ ſphæra ei quod in δ ε ζ, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrū. Igitur ꝑ correlariū eiuſdē, ſolidū polyhedrū, quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidū polyhedrū quod in δ ε ζ, triplā habet rationem quam β γ ad ε ζ. Habet autē et α β γ ſphæra, ad η θ κ ſphæram triplam rationem quàm β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram η θ κ, ſic ſolidum polyhedrum quod in α β γ ſphæra, ad ſolidum polyhedrum quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrū, ſic η θ κ, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidū polyhedrum. Maior autē eſt α β γ ſphæra ε ο quod in ſe polyhedro. Maior igitur & η θ κ ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipſo nāq; cōprehenditur, quod eſt impoſsibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipſa δ ε ζ ſphæram, triplam rationem non habet quam β γ, diameter ad δ ζ diametrū. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; δ ε ζ ſphæra, ad minorem ipſa α β γ ſphæra, triplam habet rationē quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quòd neq; ſphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipſa δ ε ζ ſphæra triplā habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poſsibile habeat ad maiorē λ μ ν.*









Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α β γ triplam habet rationem quā diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autē λ μ ν ſphæra ad α β γ ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorem aliquam ipſa α β γ ſphæra: ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ, & ſphæra δ ε ζ ad minorē ipſa α β γ, ſphæra triplā habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoſſibile. Igitur ſphæra α β γ, ad maiorem ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationem non habet quàm β ε ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ: quod oſtendendum fuerat.

Euclid.

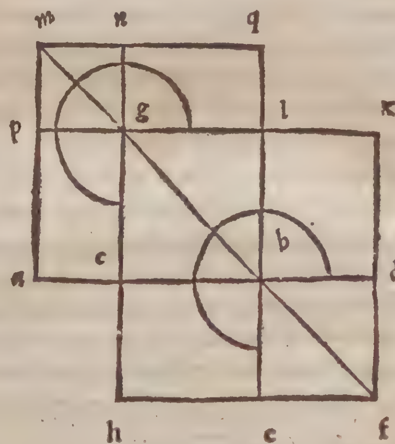
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber tertiusdecimus.*

Ex Campano. *Propositio 1.*



Vm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentē medium duoq́ extrema, si maiori portioni linea in longū addat̄ æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratū lineæ ex eis duabus cōpositæ, quadrati medietatis eiusdē lineę diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius linea b c, cui b c directè adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quòd quadratum lineæ c d, erit quintuplum ad quadratum lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatē lineæ b c, protracta diametro f b g, sitq́ circūpositus gnomo e g d, eritq́ ex 22 sexti superficies inde composita, quæ sit h k, tanquam quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratum h k, quintuplum esse ad quadratum d e. Sit igitur c l quadratum circūpositi gnomonis, sibiq́ circūponatur alius gnomo ad quantitatē lineæ a c protracta diametro f b usq́ ad m, sitq́ hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrum f m in puncto g. Manifestum est autē ex 22 sexti, quod compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratum sit a q) est quadratū lineæ a b, quod ex quarta secūdi necesse est esse quadruplū ad quadratū d e, eo quod linea b d est medietas lineæ a b. Cumq́ sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoq́ per 43 primi superficies m l æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq́ & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se) & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq́ æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac cōmuni scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q ęquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratū a q. Itaq́ totum quadratum h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi scientia quintuplum ad idem: quod est propositum.



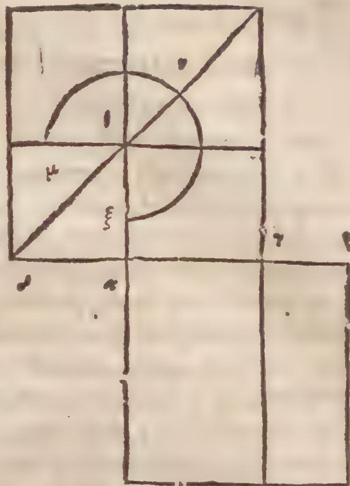
IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdē quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquum est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secūdi manifestum est, cum a b sit dupla ad b d. At uerò quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaq́ per cōmunē scientiam quod fit ex b d, bis in b c, et quod ex b c in se, est ęquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatū, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totum est æquale quadrato c d, constat uerum esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*



I recta linea extrema & media ratione secetur, maius segmentū admittēs totius dimidiā, quintuplū potest eius quod ex totius dimidia.

THEON



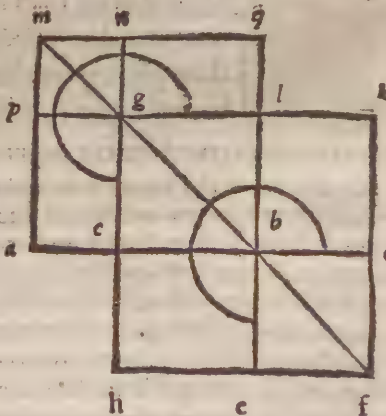
THEON ex Zāb. *Recta enim linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ signo, & sit maius segmentum αγ, & extēdatur in rectam lineam γα, αδ: & ponatur ipsius αβ, dimidia αδ. Dico q, quod ex γδ, eius quod ex δα, quincuplū potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis αβ, δγ, quadrata αε, δζ, & in δζ describatur figura, extendaturq; ζγ in κ. Et quoniam αβ, extrema & media ratione diuisa est in γ, igitur quod sub αβ, βγ, æquum est ei quod ex αγ. Est autem id quod sub αβ, βγ, ipsum γε, quod autem ex αγ, ipsum ζθ. Igitur γε, ipsi ζθ est æquale. Et quoniam βα ipsius αδ dupla est, æqualis autem est βα ipsi κα, & αδ ipsi αθ, igitur & κα, ipsius αθ dupla est. Sicut autem κα ad αθ, sic γκ ad γθ. Duplum igitur est γκ, ipsius γθ. Sunt autem & ipsa λθ, θγ, dupla ipsius γθ (supplementa nanq; adinuicem sunt æqualia per 43 primi) Igitur γκ, ipsis λθ, θγ, est æquale, demōstratum autem est, quod & γε, ipsi ζθ est æquale, totum igitur αε quadratum, æquum est ipsi μνξ gnomoni. Et quoniam βα ipsius αδ dupla est, quadruplum est quod ex βα eius quod ex αδ, hoc est αε ipsius δθ. Est aūt αε, ipsi μνξ gnomoni æquale & μνξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δθ. Totū igitur δζ, quincuplū est ipsius δθ. Estq; δζ quod ex γδ, & δθ, quod ex δα: quod ex γδ igitur, quincuplum est eius quod ex δα. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est siue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratū quadrati alterutrius suarū portionū sit quintuplū, in lōgū sibi linea addatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, maiorq; portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadem prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h K quintuplum ad quadratū d e, & linea a b dupla ad lineā b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Cōstat autē ex 4 secundi, quod quadratum a q est quadruplum ad quadratum d e. Itaq; gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atq; eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoq; quantum c q, sequitur quod c q, sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroq; superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cū igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autem quadratū c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri, concludе propositum.

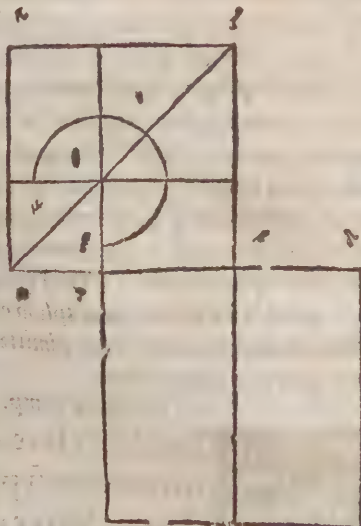


IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex d bis in c b cū quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex cōmuni scientia ut quadratum lineæ b c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 2. *Propositio* 2.

Si recta linea sui ipsius segmento quincuplũ potuerit, dupla prędi 2
cti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentũ reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

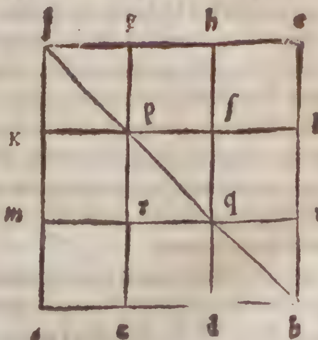
THEON ex Zāb. *Recta enim linea α β, sui ipsius segmento α γ quincuplum poßit, ipsius autẽ α γ dupla sit γ δ. Dico quòd ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est γ β. Describãtur enim ex utraq; ipsarum α β, γ δ, quadrata α ζ, γ κ, & describatur in ipso α ζ, figura & extendatur β ζ in ν. Et quoniam α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniam δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplum igitur est quòd ex δ γ eius quod ex γ α, hoc est γ κ ipsius α θ. Patuit autem, quòd μ ν ξ, gnomõ ipsius α θ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomon ipsi γ κ. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis autem est δ γ ipsi γ κ, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & κ γ, ipsius γ θ, duplum igitur est & κ β, ipsius β θ. Sunt autem & λ θ, θ β, dupla ipsius β θ. Igitur κ β, ipsis λ θ, θ β est æquale. Ostensum autem est quod & totus μ ν ξ gnomon toti γ ν est æqualis, & reliquum igitur θ ζ, ipsi β κ, est æquale. Estq; ipsum β κ, id quod sub γ δ, δ β, æqualis enim est γ δ ipsi δ κ, & θ ζ ipsum quod ex γ β. Igitur quod sub γ δ, δ β, æquum est ei quod ex γ β. Est igitur sicut δ γ ad γ β, sic γ β ad β δ. Maior autẽ est δ γ, ipsa γ β, maior igitur est & γ β ipsa β δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ β. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa β γ, sic ostendendum est. Si autẽ nõ, esto (si poßibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplũ igitur est qđ ex β γ, eius quod ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius qđ ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex β α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex β α igitur, æquum est eis quæ ex β γ, γ α, quod est impoßibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor quàm ipsa β γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla maior est ipsa β γ: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio* 3.



Cum diuisa fuerit linea secundum proportionem haben 3
tem medium & duo extrema, si minori portioni tanquã dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compositę quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema, sitq; eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratum lineæ c d. Describatur enim quadratũ a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itemq; k l & m n, ęquidistanter lateribus oppositis, secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrum in duobus alijs locis r & s. Manifestum igitur est ex 22 sexti uel ex correlario 4 secundi, quod omnes superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, sunt quadratę. Quatuor autẽ superficies quæ sunt a r, m p, p h & s e, constant ex 43 primi & prima sexti esse adinuicem æquales: nam duæ postremæ p h & s e, sunt adinuicem æquales ex 1 sexti. Quoniam igitur ex præsenti hypothesi & diffinitione lineę secundũ quod proponitur diuisę & prima parte 16 sexti quadratũ c l est ęquale superficiei a g, ideoq; et gnomoni r f s propter id quod superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratũ r s quod est tãquã quadratũ lineæ c d, sequitur ex cõmuni scientia quod

quod quadratum m h sit quintuplum quadrati r ſ. Conſtat enim ex gnomone quadruplo, & r ſ ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum.

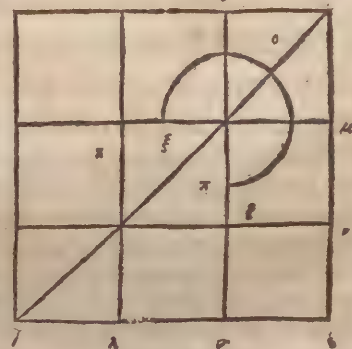
IDEM aliter. Cum ſit linea b c diuiſa per æqualia in puncto d, & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod ſit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacentis, æquale quadrato a d. At quia quod ſit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autem eſt quadruplum ad quadratum c d, manifeſtè patet ueritas eius quod dicitur. ¶Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huius ſuum antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratum m h quintuplũ ad quadratũ r f, eritq; gnomo r f ſ, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim eſt quadruplum ad quadratum r ſ. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineę a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratum ſit æquale ei quod ſit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod ſit ex a b in a c cum quadrato c d, ſit quintuplum ad idem quadratum c d. Ideoq; eo dempto, erit reſiduum uidelicet quod ſit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4 ſecundi quadratum lineæ c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod ſit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundũ proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmẽtũ admittens dimidiam maioris ſegmẽti, quincuplum poteſt eius quod à media maioris ſegmenti ſit quadrati.

THEON ex Zãb. *Recta enim quædam linea αβ, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmẽtum αγ, ſeceturq; (per 10 primi) αγ bifariàm in δ. Dico q; quod ex βδ quincuplũ, poteſt eius quod δγ. Deſcribatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αε, & deſcribatur figura. Et quoniam αγ, dupla eſt ipſius δγ, quadruplum igitur eſt quod ex αγ eius quod ex δγ, hoc eſt ρσ ipſius ζκ. Et quoniã quod ſub αβ, βγ, æquũ eſt ei quod ex αγ, eſtq; quod ſub αβ, βγ, ipſum γε, & quod ex αγ, id quod ρσ, igitur γε ipſi ρσ eſt æquale. Quadruplum autem eſt ρσ, ipſius ζκ, quadruplũ igitur eſt & γε ipſius ζκ. Rurſus quoniam æqualis eſt αδ ipſi δγ, æqualis eſt & θκ, ipſi κβ, quare et σζ quadratum, æquum eſt ipſi θλ quadrato, æqualis igitur eſt κκ ipſi κλ, hoc eſt μν ipſi νε, quare & μζ, ipſi ζε eſt æquale. Sed μζ, ipſi γκ eſt æquale, & γκ igitur, ipſi ζε eſt æquale. Commune apponatur γν. Igitur ξοπ, gnomon, æquus eſt ipſi γε: ſed γε quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius κζ, & ξοπ, igitur gnomon ipſius κζ quadruplus eſt. Igitur quadratum δν, quincuplum eſt ipſius ζκ quadrati, eſtq; δν id quod ex δβ, & κζ quod ex δγ. Quod ex δβ igitur, quincuplum poteſt eius quod ex δγ: quod oſtendere oportuit.*



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directè tanquam maior ſectio adijciatur, erit totam lineã inde compoſitam ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c, & ſit eius maior portio c b, totiq; a b adijciatur directè linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuiſa eſt in puncto b, & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c, igitur ex undecima eiuſdem a b ad b d, ſicut b c ad c a, quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a ſicut a c ad c b, & coniũctim d a

ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq́ſ ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdem d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq́ſ ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionē habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b. Quod eſt propoſitum. Eodem quoq́ſ modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundū prædictā proportionē diuiſæ tanquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundū eandem proportionem diuiſa, eritq́ſ maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq́ſ maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecūdum proportionem eandē in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d, erit ex undecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq́ſ per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdē, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq́ſ a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq́ſ utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

a d c b

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

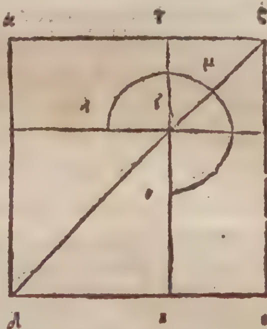
Zamb. 4. I ſecundum proportionē habētem medium & duo extrema quęlibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea quodq́ſ ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur. 5

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionem in puncto c, ſitq́ſ maior portio eius linea c b. Dico quòd quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itēq́ſ quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.

a c b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

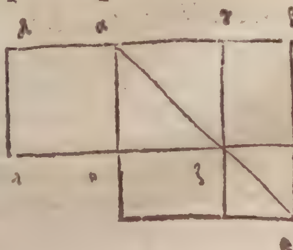
Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq́ſ ratione ſecet, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraque quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato. 4



THEON ex Zāb. *Sit recta linea αβ, ſeceturq́; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentum αγ. Dico quòd quæ ex αβ, βγ, tripla ſunt eius quod ex ipſa αγ. Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa αβ quadratum αδεβ, & deſcribatur figura. Quoniam igitur αβ extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmentū eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq́; id quod ſub αβ, βγ id quod ακ, quod autem ex αγ, id quod θη, æquum igitur eſt ακ ipſi θη. Sed αζ, ipſi ζε, æquum eſt, apponatur commune γκ, totum igitur αη, toti γε eſt æquale. Igitur γε, αη, ipſius αη dupla ſunt. Sed αηγε, ſunt id quod λμν gnomon, & γκ quadratū. Igitur λμν gnomon & γκ quadratum, dupla ſunt ipſius αη. Sed quod αη, ipſi θη ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λμν gnomon & γη quadratū dupla ſunt ipſius θη, quare λμν gnomē & γη, θη quadrata, tripla ſunt ipſius θη, quadrati. Et λμν gnomō & γη, θη, quadrata, ſunt totū αε, & γη, quæ ſunt ex αβ, βγ quadrata, & ηθ ipſum qd' ex αγ quadratū, quæ igitur ex αβ, βγ quadrata, tripla ſunt eius quod ex αγ quadrati: quod oſtēdere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dē æqualis maiori ſegmento, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea. 5



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea αβ extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum αγ, & ipſi αγ æqualis ponatur αδ. Dico q, δβ recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum, αε & deſcribatur figura. Quoniam enim αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq́; quod*

ſub

sub αβ, εγ, id quod γε, & id quod ex αγ, ipsum γδ: æquum igitur est γε, ipsi γε, sed ipsi quidē γε, æquū est εδ: ipsi aūt γε, æquum est αδ: & αδ, igitur ipsi δε est æquale. Commune adijciatur εδ, totum igitur δκ, toti αε est æquale, estq; δκ id qd' sub βδ, δα, æqualis enim est αδ, ipsi δκ, et αε, ei qd' ex αβ: quod igitur sub βδ, δα, æquum est ei quod ex αβ. Est igitur sicut δβ, ad εα, sic εα ad αδ. Maior autem est δε, ipsa βα, maior igitur et εα, ipsa αδ, ipsa igitur εδ extrema et media rōne secatur in α, & maius segmētū est: quod erat ostendendum

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, *est assumptio quæsiti tāquā cōcessi p ea quæ sequūtur in uerū aliquod cōcessum.*

Quid sit compositio.

COMPOSITIO *uerò, est assumptio cōcessi p ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationē.*

RESOLVTIO *primi theorematis. Recta enim quædam linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ, sitq; maius segmētū αγ, et dimidiū ipsius αβ, æqualis apponatur αδ. Dico q, qd' ex γδ, eius qd' ex αδ quincuplū est. Quoniā enim qd' ex γδ eius quod ex δα quincuplū est: at qd' ex γδ est, ea quæ ex γα, αδ, unà cū eo qd' bis fit sub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, unà cū eo qd' bis sub γα, αδ, quincuplū est eius quod ex γα, αδ, diuidēdo igitur qd' ex γα unà cū eo quod bis sub γα, αδ, quadruplum est eius quod ex αδ. Sed ei quod bis sub γα, αδ, æquū est ei quod sub γα, αβ, dupla enim est βα ipsius αδ. Ei aūt quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur: qd igitur sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, quadruplū est eius qd' fit ex αδ. Sed qd' ex αβ, quadruplū est eius quod fit ex αδ, sed quod sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, est id quod ex αβ. Quod igitur ex αβ, eius quod ex αδ quadruplum est, est uerò: dupla enim est αβ ipsius αδ.*

δ α γ β

COMPOSITIO *primi theorematis. Quoniā igitur quod ex βα eius qd' ex αδ quadruplū est, sed qd' ex βα, est id quod sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, quod igitur sub βα, αγ, unà cum eo quod sub αβ, βγ quadruplū est eius quod ex αδ. Sed quod sub βα, αγ, æquū est ei qd' bis sub δα, αγ, quod aūt sub αβ, βγ, est æquū qd' ex αγ, qd' igitur ex αγ unà cū eo qd' bis sub δα, αγ, quadruplū est eius qd ex δα. Quare qd' ex δα, αγ, unà cū eo qd' bis sub δα, αγ, quincuplū est eius quod ex δα. Quæ aūt ex δα, αγ, unà cū eo quod bis sub δα, αγ, est id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplum est eius quod ex δα: qd' ostēdere oportuit*

RESOLVTIO *secundi theorematis. Recta enim quædā linea γδ, sui ipsius segmento δα, quincuplum possit, ipsius autem δα, dupla sit αβ. Dico quòd αβ extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmētū est αγ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim αβ extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est αγ, quod igitur sub αβ, βγ, æquum est ei quod ex αγ. Est autem & quod sub βα, αγ, æquum est ei quod bis sub δα, αγ, dupla enim est βα, ipsius αδ. Quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod sub βα, αγ, quod est id quod ex αβ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, unà cū eo quod ex αγ. Quod autem ex αβ, eius quod ex δα quadruplum est: quadruplum igitur est & quod bis sub δα, αγ, unà cum eo quod ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, unà cum eo quod bis sub δα, αγ, quod est id quod ex γδ quincuplum sunt eius quod ex δα: sunt uerò, propter hypothesin.*

δ α γ β

COMPOSITIO *secundi theorematis. Quoniā igitur qd' ex γδ quincuplū est eius quod ex δα, quod aūt ex γδ est id quod ex δα, αγ, unà cū eo quod bis sub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, unà cū eo qd' bis sub δα, αγ quincupla sunt eius quod ex δα: diuidendo igitur, quod bis sub δα, αγ, unà cū eo quod ex γα, quadruplū est eius quod ex αδ, est uerò & quod ex αβ quadruplū eius qd' ex αδ, quod igitur bis sub δα, αγ, qd' est id quod sub βα, αγ, semel unà cū eo qd' ex αγ, æquū est ei quod ex αβ. Sed quod ex αβ, est id quod sub αβ, βγ, unà cum eo qd' sub βα, αγ, qd' igitur sub βα, αγ, unà cum eo quod sub αβ, βγ, æquum est ei qd' sub βα, αγ, unà cū eo qd' ex αγ, & sublato cōmuni, eo qd' sub βα, αγ, reliquū igitur qd' sub αβ, βγ, æquū est ei qd' ex αγ. Est igitur sicut βα ad αγ, sic αγ ad γβ. Maior aūt est βα ipsa αγ, maior igitur est & αγ, ipsa γβ. Igitur αβ extrema & media rōne secatur in γ, & maius segmentum est αγ: quod erat ostendendum.*

RESOLVTIO *tertij theorematis. Recta enim quædā linea αβ, extrema & media rōne secetur in γ signo, sitq; maius segmētū αγ & ipsius αγ, dimidia esto γδ. Dico q, ex βδ ipsius γδ quincuplū est. Quoniā enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplum est quod aūt ex δβ, est id quod sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ. quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quincuplum est eius quod ex δγ, diuidēdo igitur qd' sub αβ, βγ, quadruplum est eius quod ex δγ. Ei autem quod sub αβ, βγ, æquum est id quod ex αγ: ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplum est eius quod ex δγ, est uerò, ipsa enim αγ est dupla ipsius δγ.*

α δ γ β

COMPOSITIO *tertij theorematis. Quoniā igitur αγ ipsius δγ dupla est, quadruplum est quod ex αγ, eius quod ex δγ. Sed ei quod ex αγ, æquum est quod sub αβ, βγ, quod igitur sub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum est. Componendo igitur (per 18 quinti) quod sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quod est id quod ex δβ, quincuplum est eius quod ex δγ: quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quarti theorematis. Recta enim linea α β, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmentum α γ. Dico quòd quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ. Quoniam enim quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius qd' ex α γ, sed quæ ex α β, β γ, sunt id quod bis sub α β, β γ, unà cũ eo quod ex α γ, quod igitur bis sub α β, β γ, unà cũ eo qd' ex α γ, triplũ est eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplum est. Quare qd' semel sub α β, β γ, æquũ est ei quod ex α γ: est uerò. Ipsa enim α β, extrema & media rõne secta est in γ.* 4

α γ β

COMPOSITIO. *Quoniam igitur α β, extrema & media ratione in γ, secatur maiusq́; segmentum est α γ, quod igitur sub α β, β γ, ei est æquum quod ex α γ, quod bis igitur sub α β, β γ, duplum est eius quod ex α γ. Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis sub α β, β γ, unà cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ. Sed quod bis sub α β, β γ, unà cum eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ: quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratione secatur in γ sitq́; maius segmentũ α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q̃, δ β, extrema & media ratione secatur in α & maius segmentũ est α β. Quoniam enim δ β extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ. Aequalis aũt est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Conuertendo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ, diuidendo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis aũt est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ ad γ β, est uerò: ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.* 5

δ α γ β

COMPOSITIO *Quoniã α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis aũt est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cõponẽdo (p 18 quinti) sicut β δ ad δ α, sic α β ad β γ. Cõuertẽdo sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis aũt est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmẽtũ est α β: qd' ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 6.



Omnis rõnalis lineę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ et duo extrema diuisæ, utraq; portionẽ residuum esse necesse est. 6

CAMPANVS. Sit linea a b secũdũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis dico quòd utraq; portio eius est residuũ. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adiiciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & diffinitione. Cõstat aũt ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c, quintuplũ est ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambę rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies ęqualis quadrato lineę a c quæ est residuũ, erit latus eius secundũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare constat propositũ. ¶Amplius aũt si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius a b diuisa in c secundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c, sit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia hui⁹ quadratũ d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est rationalis cũ ipsa sit dimidiũ a c, sequitur ut duę lineæ d b, & b c sint rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicantes. Quare ut prius, linea & b est residuũ. ¶At uerò si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ, diuisa sicut proponitur in puncto c, & sumatur aliqua rationalis in lõgitudine quæ sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictam proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demõstratione roboratur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b communicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi quòd a c cõmunicet cũ d f, & c b cum f e, in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ, ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ, sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demõstratum est. Quare constat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuum.

d a c b

a d c b

a c b

d f e

CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demõstratur qd' maior portio lineæ diuisæ secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficiẽtibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõstratur hoc de minori portiõe quod ipsa quoq; sit residuũ si tota est rõnalis, nõ procedit ex sufficiẽtib⁹, nisi tota sit rationalis in lõgitudine. Tertia aũt pars qua proba

probatur quod minor portio est residuum, sufficienter procedit, siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuum, sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantum, sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, sufficit ponere portionem maiorem similiter rationalem in potentia tantum: ad concludendũ autem hoc de minori portione mediante tota, necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine, aut utendum est 2 quartidecimi, quemadmodum dictum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunq; segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

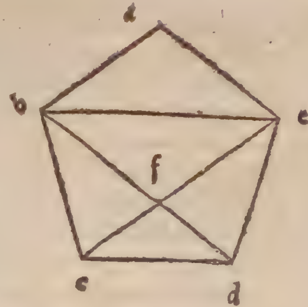
THEON ex Zãb. *Sit recta linea rationalis α β, seceturq; extrema & media ratione in γ, sitq; maius segmentũ α γ. Dico q, utraq; ipsarũ α γ, γ β, irrõnalis est ea quæ appellatur apotome. Extẽdatur enim α β, & ponatur ipsius β α, dimidia α δ. Quoniã igitur recta linea α β, extrema & media rõne secatur in γ, maioriq; segmento α γ apponitur α δ dimidia existens ipsius α β, quod igitur ex γ δ, eius qd' ex δ α quincuplũ est (p 1 decimitertij) Quod ex γ δ igitur, ad id qd' ex δ α, rõnem habet quã numerus ad numerũ. Quod igitur ex γ δ, ei qd' ex δ α, cõmensurabile est. Quod aũt ex δ α, rõnale est, ipsa enim δ α, rõnalis est, dimidiũ existẽs ipsius α β rõnalis existẽtis. Rõnale igitur est & qd' ex γ δ, rõnalis igitur γ δ. Et quoniã qd' ad id qd' ex δ α rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lõgitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniã α β extrema & media rõne secatur, & maius segmentũ est α γ, igitur qd' sub α β, β γ ei qd' ex α γ æquũ est. Igitur ex α apotome ad α β rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit β γ, qd' ex apotome uerò ad rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomẽ. Igitur γ β, prima est apotome (p 97 decimi) Ostẽsum aũt est, qd' & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod oportuit ostendere.*

δ α γ β

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 I quis pẽtagonus tres æquos angulos habẽs, fuerit æquilaterus, æquiãgulus quoq; idẽ pentagonus esse probatũ.

CAMPANVS. Sit pẽtagonus a b c d e, æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cõtinuè sumãtur, adinuicẽ ęquales, & sint pri⁹ incõtinuè sumpti, sintq; anguli a c d, illi tres qui ponũtur adinuicẽ æquales. Dico totũ pentagonũ esse æquiangulũ. His angulis subtendãtur chordę b e, b d & e c, & totus pentagonus, diuidatur in trigonũ, & quadrilaterũ cuius duæ diagonales sint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorũ secantes se intra quadrilaterũ ipsum in pũcto f, eritq; per 4 primi basis b e ęqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e, eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cõi sciẽtia totalis angul⁹ e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalẽ angulũ b esse æqualẽ angulo totali c, est enim per 4 primi basis b e ęqualis basi c e, & angulus a b e ęqualis angulo d c e, per quintã aũt eiusdẽ scilicet primi est angulus e b c ęqualis angulo e c b, igitur ex cõi sciẽtia totalis angulus b, est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cõtinuè sumpti, æquales: & sic quoq; erit pẽtagonus æquiãgulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineę c f & f d erũt ęquales, cũ duo anguli triãguli f c d qui sunt ad basin c d, sint ęquales, igitur ex cõi scientia erit linea f b, æqualis lineę f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideòq; per 5 primi erit angulus f b e ęqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ sciẽtiã angulus b totalis, est ęqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cõponentes unũ, sunt æquales tribus partialibus cõponentib. aliũ, unusquisq; suo relatiuo. Manifestũ est igitur, quod tres anguli e b c, nõ cõtinuè sumpti in proposito pẽtagono sunt ęquales. Cũ autem sic demõstratũ est totũ pẽtagonũ esse ęquiangulum, utrolibet ergo modo constat propositum.

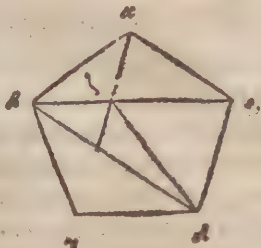


Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

THEON ex Zã. *Quinquãguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α β γ, signa, inuicẽ sint æquales. Dico q, qnquãgulũ α β γ δ, æqãgulũ est. Cõnectãtur enim α γ, β ε, et β δ. Et quoniã binæ γ β, β α duab. β α, α ε, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub γ β α ei q sub β α γ est æqualis, basis igitur α γ (p 4*

primi) basi βε est æqualis, & triangulum αβγ, triangulo αβε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur, qui sub βγα ei qui sub βεα, qui autem sub αβε ei qui sub γαβ. Quare & latus αζ, ipsi βζ lateri est æquale, patuit autem quod & tota αγ, toti βε est æqualis, & reliqua igitur ζγ, reliquæ ζε est æqualis. Est autem & γδ, ipsi δε æqualis. Binæ iam ζγ, γδ, duabus ζε, εδ, sunt æquales, & communis ipsorum basis, est ζδ. Angulus igitur qui sub ζγδ, angulo qui sub ζεδ est æqualis. Patuit autem quod & qui sub βγα, ei qui sub αεβ, est æqualis, totus igitur qui sub βγδ, toti qui sub αεδ est æqualis. Sed qui sub βγδ, æqualis supponitur eis qui ad αβ, & qui sub αεδ, igitur eis qui ad αβ, angulis est æqualis. Similiter iam ostendemus, quod & qui sub γδε angulus, eis est æquus qui ad αβ, angulis. Aequiangulum igitur est, αβγδε quinquagulum. Sed iam non sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad αγδ, signa. Dico quod & sic quinquangulum αβγδε æquiãgulum est. Cõnectantur enim βδ. Et quoniam binæ βα, αε, duabus βγ, γδ, sunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, basis igitur βε (per 4 primi) basi βδ, est æqualis, & triangulum αβε, triangulo βδγ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub αεβ, ei qui sub γδβ. Est autem & qui sub βεδ angulus, ei qui sub βδε æqualis, quoniam & latus βε lateri βδ est æquale. Totus igitur qui sub αεδ angulus, toti qui sub γδε est æqualis. Sed qui sub γδε, eis qui ad αγ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub αεδ, eis est æquus qui ad αγ. Iam id propterea & qui sub αεγ, æqualis eis qui ad αγδ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum αβγδε quinquangulum: quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

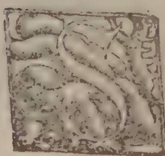
Zamb. 12. 

OMnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipse circunscribitur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protraha tur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineæ a b, triplum est ad quadratũ semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtendatur chorda b e, eritq; ex 8 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimam sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicem æquales, eo quod eorum chordæ quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circunferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quòd angulus a b e est rectus, ideoq; quadratum lineæ a e, est æquale quadratis duarum linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratũ a e, quadruplũ est ad quadratũ b e ex 4 secundi cum linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo quadratũ a b triplũ esse ad quadratũ a b, & ideo ad quadratũ a d: qd' est ꝓpositũ.



Non lateat autem nos, quòd linea b c, quæ est latus trigoni, diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidem punctus diuisionis f. Cõstat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq; per primam partem 3 tertij, omnes anguli qui sunt ad f, sunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ sunt b f & f e. Et quia b d, est æqualis b e, erunt ex communi scientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinque quadrato b f, erit ex communi scientia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac communi scientia, quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est, quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

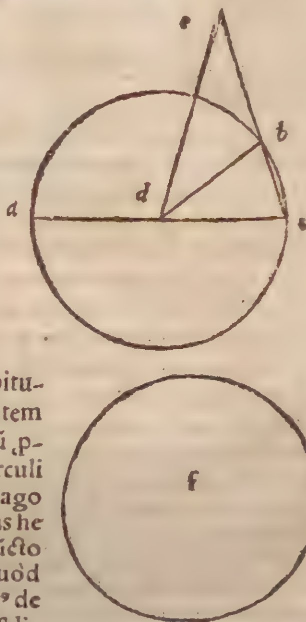
Zamb. 9. 

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

SI latus hexagoni æquilateri, latusq; decagoni æquilateri, quos ambos unus idemq; circulus circunscribit, sibi inuicem in longum directumquè coniungantur, tota linea

linea ex eis composita, secundum proportionem habentem medium, & duo extrema diuisa erit, maiorqúe eius portio latus hexagoni.

Campanvs. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, sitq; arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c, cui subtendatur chorda c b, quam constat esse latus decagoni æquilateri, proposito circulo inscripti, adiungaturq; lineæ c b in continuum & directum linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b, secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem dico esse lineam b e, quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b, eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d, ex correlario 15 quarti, angulus quoq; d b c est æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c est duplus ad angulum e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulũ e: est enim ex communi scientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq; sit etiam idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcum b c, necesse est ex communi scientia, ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, & b d c partialis, cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit communis utriusq;, necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquiãguli, quare per 4 sexti proportio duorum laterum e c & c d continentiũ angulum c in totali triangulo, est sicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b est sicut e b ad eandem ex prima parte eiusdem, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propositum, lineam e c esse diuisam secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni: quod oportuit nos demonstrare.



Campanvs. Conuersam quoq; demonstrare conuenit, quod facilè fiet, uia retrogada, eam enim assumit Ptolemæus capitulo 9 primæ dictionis Almagesti, ad demonstrandum quantitatem chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq; quòd si linea quælibet secundũ ꝓportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdem minor erit latus decagoni, at uerò cuius minor erit latus decagoni, eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiõe manẽte) linea e c diuisa in pũcto b secũdũ prędictã ꝓportionẽ, & maior eius portio sit e b, dico quòd cuiuscũq; circuli linea e b est lat⁹ hexagoni, eiusdẽ est linea b c lat⁹ decagoni, & cuiuscũq; circuli linea b c est latus decagoni, eiusdem est linea e b latus hexagoni. Intelligo autem hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti, erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia ꝓportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b, sunt æquiãguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera ꝓportionalia respiciũt. Cũq; sit angulus a d b quadrupl⁹ ad angulũ e ex 32 primi bis assumpta, & quinta eiusdẽ bis, sequitur ut etiã idẽ angulus a d b sit quadrupl⁹ ad angulũ b d c. Ideoq; ex ultima sexti, arcus a b, quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c, est latus decagoni circulo a b c inscripti. Quod si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq; ex prædictis b c, latus decagoni eiusdẽ. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni ęquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c. Et q̃a omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiãgula ut ꝓbatũ est in 15 quarti libri, sequitur utrosq; decagonos esse ęquiãgulos. Cũq; oẽs anguli unius pariter accepti sint ęquales omnib. angulis alterius pariter acceptis, sicut euidenter apparet ex demõstratis in 32 primi, necesse est ex hac cõi sciẽtia (quorũlibet ęqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiusdẽ denominatiõis, esse æquales) ut unus horũ decagonorũ sit æquiãgulus alij, ideoq; similis ex diffinitiõe similiũ superficierũ. Et q̃a si duę figurę similes duob. circulis inscribãtur, erit ꝓportio duorũ relatiuorũ laterũ illarũ figurarũ sicut duarũ diametrorũ illorũ circulorũ, ut apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi, cũ latera decagonorũ similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint ęqualia, sequitur ut diame-

tri eorum sint æquales, ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri & latus hexagoni, çqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti, sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est, quod demonstrare uoluimus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualiũ laterum proponit trigonum describẽdum, cuius uterq; duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertium duplus existat, talis enim est uterq; triangulorũ e d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuisç secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti, basis uerò est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti: quod est propositum.

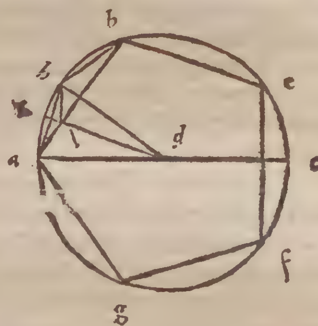
Eucl. ex Camp. *Propositio 10.*

Zambert. 10.



Omne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri, quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti. 10

CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, sitq; d h, & protrahantur duç chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiam duo arcus a h & h b, æquales adinuicem ex 27 tertij. Est igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quod quadratum lineæ a b quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & secunda est latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ est latus decagoni, quæ producatur usq; ad circunferentiam, sitq; d K, quæ secet lineam a b quæ est latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d K quæ est perpendicularis ad chordam a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a K est æqualis arcui K h, quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis est angulo l h a. Cumq; etiam sit ex eadem angulus h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l h a sit æqualis angulo h b a, ergo ex trigesimasecunda primi duo trianguli b a h & a h l, sunt æquianguli: est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utrique. Itaque per quartam sexti proportio b a ad a h, est sicut a h ad l a: quare ex prima parte decimæsextæ sexti, quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h, quæ est latus decagoni. Cum sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c residuus æqualis arcui f residuo, quare arcus e c, est medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h K. Et quia arcus e b est duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h K, ideoq; ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l. Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b est communis utrique, ergo per 4 sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primam partem 16 sexti, quod prouenit ex a b in b l, est æquale quadrato d b. At uerò probatum est prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, est æquale duobus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex a b in

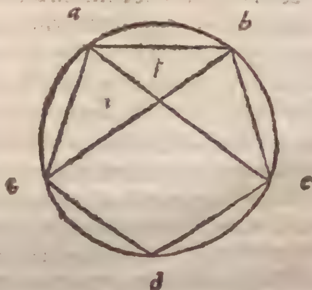


a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, linea uerò a h est latus decagoni æquilateri, & linea b d est (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

11 I duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtendãtur, utraque alteram secundum proportionem habentem medium, duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit. *Zamb. 8.*

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdem literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtendãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaq; utranq; harum esse diuisam in puncto f, secundum proportionem habentem medium, duoq; extrema, & quòd maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex 27 tertij, quòd quinq; arcus circuli pentagonum propositum circunscribentis, quorum latera ipsius pentagoni sunt chordæ, sunt adinuicem æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicem ęquales, nam arcus a b, a e, & b c, sunt adinuicem æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulum f a b. Igitur angulus a f e, est ęqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi, est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, cõmunis utrique, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b. Cumq; sit e f, æqualis a b, eo qđ ipsa (ut probatũ est) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti, ut sit proportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b est diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est uerum de linea e b, erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & communi scictia, portiones enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineam e b.



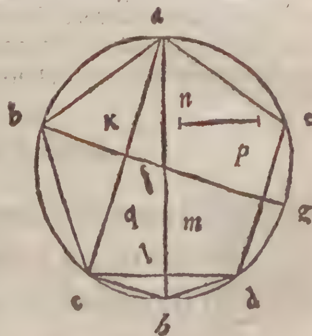
Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

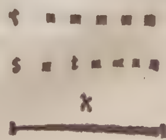
12 I circuli pentagonum æquilaterum circunscribẽtis, diameter fuerit rationalis, eius latus pẽtagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor. *Zamb. 11.*

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdẽ literis ascripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, sitq; utraq; harum diametrorũ linea rationalis in lõgitudine. Dico tunc quòd latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrũ b g, in puncto k, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideoq; ex ultima sexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

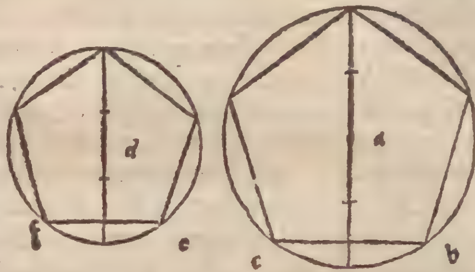
Cũm

Cùm itaq; duo latera a b & b K trianguli a b K sint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a k æqualis basi k c, & omnes anguli qui sunt ad k, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pẽtagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per ęqualia in puncto l. Cùm enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit ęqualis arcui a d, erunt duo residui semi circulorum qui sunt c h & d h, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ipsæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo trianguli a c l & a f k sunt æquianguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; est rectus, & angulus a est cõmunis utriq;, quare ex 4 sexti ꝓportio l c ad c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartę parti semidiametri, eritq; per æquam proportionalitatem proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartam partem lineę f a quę est f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum) erit per 11 quinti d c ad c K, sicut k f ad f m, & coniunctim lineę cõstãtis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad m f, & ideo per primam partem 21 sexti proportio quadrati lineæ compositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Constat autem ex præmissa, quòd si linea a c diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea constans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuisæ secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq; per primam istius 13 libri quadratum lineæ compositæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; est ad quadratum lineę c k, ideoq; quadratum lineæ k m, quintuplum quoq; est ad quadratum lineæ m f, cum sit horum quadratorum & illorũ una proportio. Est autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratum lineę m f, est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secunda parte 18 sexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, est sicut lineæ k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineã m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundum doctrinam 9 sexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ posita est in principio quinti, proportio b m ad m f, sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineę k m & n p, sunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex secunda parte eiusdẽ, linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, est sicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, est rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m K est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probandum assumpsimus, sic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum s, sintq; t & s quantũ r, ac si esset r quinq;, s unum, t quatuor, & sit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cùm igitur sit quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad numerum s, erit per euersam proportionalitatem quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, sicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea est incommensurabilis lineæ b m in longitudine, non est ergo dubium, quin b k sit residuum quartum. Manifestũ uerò est ex 34 tertij, quòd illud quod fit ex b k in k g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiam ipsum idẽ est æquale quadrato K c, eo qd' a K est æqualis K c, ergo quadrato b K addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex prima secundi quod fit ex b K in se, & in k g, est æquale ei quod fit ex b K in g b, erit linea b c latus tetragonicum superficiei contentæ à duabus lineis g b & K b. Et quia linea g b est rationalis, linea uerò b K est residuum quartum, & quia linea potẽs in superficiem linea rationali residuoq; quarto contentã est linea minor ut cõstat ex 89 decimi libri, necesse est lineam b c, quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineã minorem quod





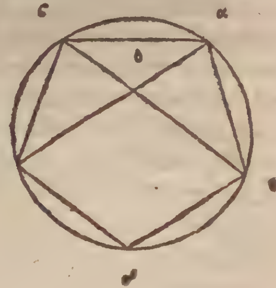
quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in longitudine. ¶At uerò ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum, adhuc neceſſe eſt ut latus pẽtagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tantum, ſupra quam deſcribatur circulus, eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq; pentagonus & circulus a. Dico quòd linea b c eſt linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus d. Conſtat igitur ex hac 12, quod e f eſt linea minor, cum diameter d, ſit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pentagonum d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim eſt ex ſecunda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineę e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorum a & d ſint communicãtia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearum b c & e f, communicantia: ergo linea b c communicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 10 decimi, quod etiam b c ſit linea minor, quod eſt propoſitũ. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rõnalis in lõgitudine, ſiue in potẽtia tãtũ, neceſſe eſt ut lat⁹ pẽtagoni ęqlateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

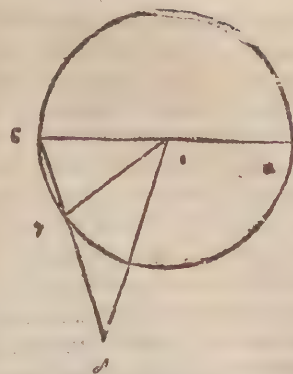
8 Si quinquãguli ęquilateri & ęquiãguli binos ordinatĩ angulos rectæ lineæ* explicĩũt extrema & media rõne ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, & maiora earum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia. *Camp. 11.* *ὑποτείνωσαν ſubtendant*

THEON *ex Zãb. Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α ϐ γ δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α β, rectæ lineæ α γ ϐ ε, * explicẽt, ſeſe inuicẽ in θ ſigno diſpeſcẽtes. Dico q, ipſarũ utraq; extrema & media ratione ſecatur in ϑ ſigno, & earũ maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circũſcribatur (per 14 quarti) ipſi quinquangulo α ϐ γ δ ε, circulus α ϐ γ δ ε. Et quoniã binæ rectæ lineæ ε α, α β, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & angulos æquales cõprehẽdũt, baſes igitur β ε (p 4 primi) baſi α γ eſt æqualis, & triangulũ α β ε ipſi triangulo α β γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtẽdũtur. Angulus igitur qui ſub β α γ, ei qui ſub α ϐ ε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub α ϑ ε, eius qui ſub β α ϑ anguli: extra enim eſt ipſum α β ϑ triãgulũ. Eſt aũt & q ſub β α γ, duplus, eius q ſub ϐ α γ quoniã & circũferentia ε δ γ, ipſius γ β circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub θ α ε, ei qui ſub α ϑ ε eſt æqualis. Quare et ϑ ε recta linea, ipſi ε α, hoc eſt ipſi α β eſt æqualis. Et quoniam β α recta linea ipſi α ε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub α ϐ ε, ei qui ſub α ε β. Sed qui ſub α ϐ ε, ei qui ſub ϐ α θ, patuit quod æqualis: qui igitur ſub β ε α, ei qui ſub β α ϑ eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorum α β ε, & α β θ, communis eſt angulus qui ſub α β ε, reliquus igitur qui ſub ϐ α ε angulus, reliquo qui ſub α θ β eſt æqualis. Triangulum igitur α β ε, ipſi α β ϑ triangulo æquiãgulũ eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut ε β ad β α, ſic α ϐ ad β θ. Aequalis aũt eſt β α, ipſi ε θ. Sicut igitur ϐ ε ad ε ϑ, ſic ε ϑ ad θ ϐ, maior autem eſt β ε, ipſa β α, maior igitur eſt ε ϑ, ipſa ϑ β. Ipſa igitur β ε, extrema et media ratione in θ ſecatur, & maius ſegmentum ϑ ε æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod α γ extrema & media ratione in θ ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γ θ ipſius quinquanguli lateri eſt æquale: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

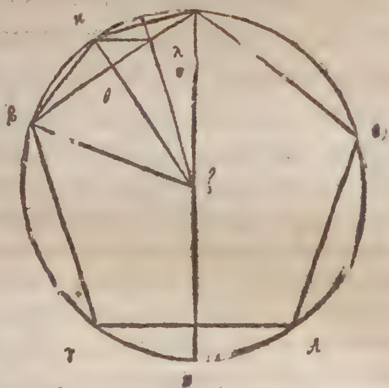
9 Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorũ componãtur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.



THEON ex Zāb. Sit circulus α β γ, & in ipso circulo α ε γ, descriptarū figurarū decagoni quidē latus esto β γ, & sexanguli γ δ, & sint in rectas lineas. Dico q̃ tota β δ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentū est γ δ. Assumatur enim (per 1 tertij) cētrū circuli signū ε, & cōnectantur ε ζ, ε γ, ε δ, & extēdatur ζ ε in α. Et quoniā decagoni æquilateri latus est β γ, quincupla igitur est α γ β circunferētia ipsius γ ζ circūferētiæ. Quadrupla igitur est α γ circūferētia, ipsius γ β. Sicut aūt α γ circūferentia ad γ β, sic angulus qui sub α ε γ ad angulū qui sub γ ε β: quadruplus igitur est qui sub α ε γ, eius qui sub γ ε ζ. Et quoniā qui sub ε β γ angulus ei qui sub ε γ β angulo est æqualis, qui igitur sub α ε γ angulus, duplus est eius qui sub ε γ β. Et quoniā ε γ recta linea æqualis est ipsi γ δ, utraq; enim ipsarū æqualis est ipsius sexanguli lateri in α β γ circulo descripti, & angulus qui sub γ ε δ, angulo qui sub γ δ ε est æqualis, igitur angulus qui sub ε γ β, duplus est eius qui sub ε δ γ. Sed eius qui sub ε γ ζ, duplū esse demōstratū est eū qui sub α ε γ. Igitur qui sub α ε γ, quadruplus est eius qui sub ε δ γ. Ostensum est autē quod & eius qui sub β ε γ, quadruplus est qui sub α ε γ, æqualis igitur est q̃ sub ε δ γ, ei q̃ sub ζ ε γ. Cōmunis aūt ipsorū binorū triāgulorū, hoc est β ε γ et β ε δ, est angulus qui sub ε ζ δ, & reliquus igitur qui sub ζ ε δ, ei q̃ sub ε γ ζ est æqualis. Aequiāgulū igitur est triāgulū ε β δ, ipsi ε ζ γ triāgulo: proportionaliter igitur est sicut β δ ad β ε, sic ε β ad β γ. Aequalis aūt est ε ζ, ipsi γ δ. Est igitur sicut ζ δ ad δ γ, sic δ γ ad γ β. Maior aūt est β δ, ipsa δ γ, maior igitur est & δ γ, ipsa γ ζ. Igitur ipsa ζ δ, recta linea extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmētum est δ γ: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si in circulo quinquāgulū æq̃laterū descriptū fuerit, ipsius q̃nquāguli latus pōt & sexāguli et decagoni latus in eodē circulo descriptorū. 10



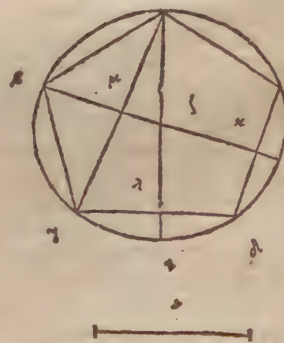
THEON ex Zāb. Sit circulus α β γ δ ε, & in ipso α ε γ δ ε (p 11 q̃rti) quinquāgulū describatur α ε γ δ ε. Dico q̃ ipsius α β γ δ ε quinquāguli latus, potest & sexāguli et decagoni latus in ipso α β γ δ ε circulo descriptorū. Assumatur (p 1 tertij) cētrū circuli, & sit ζ, & cōnexa α ζ, extēdatur in η signū & cōnectatur ζ β, & ab ipso ζ in α β ꝑpēdicularis excitetur (p 12 primi) ζ θ, et extēdatur in κ, et cōnectātur α κ, κ ζ, et rursus ab ipso ζ, in α κ excitetur (p 12 primi) perpēdicularis ζ λ, & extēdatur in μ, & cōnectātur κ ν. Et quoniā circūferētia α β γ η ipsi α ε δ η circūferētiæ est æqualis, quarū α ε γ ipsi α ε δ est æqualis, reliqua igitur γ η circūferētia reliquæ δ η circūferētiæ est æqualis. Quinquāguli aūt γ δ, & decagoni igitur γ η. Et quoniā ζ α ipsi ζ β (p 15 diffinitionē primi) est æqualis & perpēdicularis est ζ θ, igitur angulus q̃ sub α ζ κ, ei q̃ sub κ ζ β est æqualis: quare & circūferētia α κ, ipsi κ β est æqualis. Dupla igitur est α ε circūferētia, ipsius β κ circūferentiæ, decagoni latus igitur, est recta linea α κ, & id ꝑpterea & α κ, ipsius κ μ est dupla. Et quoniā dupla est circūferētia α β ipsius circūferētiæ β κ, æqualis aūt est γ δ circūferētia ipsi α β circūferētiæ, dupla igitur est γ δ circūferētia ipsius β μ circūferētiæ. Est aūt γ δ circūferētia, ipsius γ η dupla: igitur circūferentia γ η, ipsi β μ circūferētiæ est æqualis. Sed β κ ipsius κ μ dupla est, quoniā & κ α, et γ η igitur ipsius κ μ est dupla. Sed & γ β circūferētia, ipsius β κ circunferētiæ dupla est: æqualis enim est γ β circūferētiæ, ipsi ε α & tota igitur η β circūferētia, totius β μ est dupla. Quare & angulus qui sub η ζ ε, anguli qui sub β ζ μ duplus est. Est aūt qui sub η ζ β, eius qui sub ζ α β duplus. Aequalis enim est qui sub ζ α β, ei qui sub α β ζ. Qui sub ε ζ ν igitur, ei est æquus qui sub ζ α β. Binorū aūt triangulorū α β ζ & β ζ ν, cōis angulus est qui sub α ε ζ. Reliquus igitur qui sub α ζ β, reliquo qui sub β ν ζ est æqualis. Triāgulū igitur α ε ζ, ipsi β ζ ν triāgulo æquiāgulū est, proportionaliter igitur est sicut α ε recta linea ad β ζ, sic ζ β ad β ν, qd' igitur sub α ε, ε ν, ei quod ex ε ζ est æquale. Rursus quoniā æqualis est α λ ipsi λ κ, cōmunis aūt & ad angulos rectos λ ν, basis igitur κ μ (p 4 primi) basi α ν est æqualis, & angulus igitur qui sub λ κ ν, ei qui sub λ α ν est æqualis. Sed qui sub λ α ν ei qui sub μ β ν, est æqualis, & qui sub λ κ ν igitur, ei qui sub κ β ν est æqualis, & ipsorū triāgulorū binorū α κ β & α κ ν, cōe est qd' sub ν α κ. Reliquū igitur qd' sub α κ β, reliquo qd' sub κ ν α est æquale. Aequiāgulū igitur est triāgulū μ β α, ipsi μ ν α triāgulo: proportionaliter igitur est sicut β α recta linea ad α κ, sic κ α ad α ν. Quod igitur sub β α, α ν, æquū est ei qd' ex α κ. Ostensum est aūt q̃, qd' sub α β, ε ν, æquū est ei qd' ex β ζ. Quod igitur sub α ε, ε ν, unà cū eo quòd sub ε α, α ν, qd' est id qd' ex ε α, ei est æquū qd' ex β ζ unà cū eo quod

quod ex κλ, & βκ quidē est latus ipsius quinquāguli, & βζ sexāguli, & κλ decagoni. Quinquāguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 11.*

11 Si in circulo rōnalē habēte diametrū, quinquāgulū æquilaterū inscribatꝰ, quinquāguli latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Camp. 12.

THEON *ex Zāb. In circulo enim αϐγδε, rōnalē habēte diametrū, quinquāgulū inscribatur αβγδε. Dico q; ipsi αβγδε quinquanguli latus αβ irrationalis est ea quæ appellatur minor. Assumatur enim (p 1 tertij) circuli cētrū ζ signū, & cōnectantur αζ, ζβ & extēdātur in ηθ, signa & cōnectatur αγ, ponaturq; ipsius αζ, quarta pars ζκ. Rationalis aūt αζ, rationalis igitur & ζκ. Est aūt & βζ rationalis. Tota igitur βκ rationalis est. Et quoniā circūferētia αγη ipsi αδη circūferētiæ est æqualis, quarū αϐγ æqualis est et ipsi αεδ, reliqua igitur γη reliquæ ηδ est æqualis. Et si cōnectamus κδ* ducuntur recti q ad λ anguli, & dupla est γδ ipsius γλ, & id propterea & qui ad μ recti sunt, & dupla est αγ ipsius γμ. Quoniā igitur angulus q sub αλγ ei est æquus q sub αμζ, cōis aūt ipsorū triangulorū binorū αλγ, αμζ, est qui sub λαγ, reliquus igitur qui sub αγλ ei est æqualis qui sub μζα, æquiangulū igitur est triāgulū αγλ, ipsi αμζ triangulo, proportionaliter igitur est sicut λγ ad γα, sic μζ ad ζα, & antecedētiū duplicia. Sicut igitur dupla ipsius λγ ad γα, sic ipsius μζ dupla ad ζα. Sed sicut ipsius μζ dupla ad ζα, sic μζ ad ipsius ζα dimidiā. Sicut igitur ipsius λγ dupla, ad γα, sic est μζ ad dimidiā ipsius ζα, & sequētiū dimidia. Sicut igitur ipsius λγ dupla ad ipsius γα, dimidiā, sic μζ ad quartā partē ipsius ζα et ipsius λγ dupla est δγ, ipsius uerò γα, dimidia est γμ ipsius aūt ζα, q̄rta pars est ζκ. Est igitur sicut δγ ad γμ, sic μζ ad ζκ. Cōponēdo (p 18 quinti) & sicut utraq; δγμ ad γμ, sic μκ ad ζκ: & sicut (p 11 quinti) qd' ex utraq; ipsarū δγμ, ad id qd' ex γμ, sic qd' ex μκ ad id qd' ex κζ. Et quoniā (p 8 decimitertij) ea quæ sub duobus lateribus pētagoni subtēsa ut αγ, extrema & media rōne secta, maius segmentū est æquale ipsius pentagoni lateri, hoc est ipsi δγ, maius aūt segmentū totius admittēs dimidiū quincuplū potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius αγ dimidia est γμ, quod igitur ex δγμ tāquā ex una, quincuplū est eius qd' ex γμ. Sicut aūt qd' ex δγμ sicut una, ad id qd' ex γμ, sic ostensum est esse id qd' ex μκ ad id quod ex κζ, quincuplū igitur est quod ex μκ, eius quod ex κζ, rōnale aūt quod ex κζ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μκ. Rōnalis igitur est μκ, rationē enim habet quā numerus ad numerū quod ex μκ, ad id quod ex κζ. Et quoniā quadrupla est ϐζ ipsius ζκ, quincupla igitur est ϐκ ipsius κζ. Vigintiquincuplex igitur est quod ex ϐκ, eius quod ex κζ. Quincuplū aūt est id quod ex μκ, eius quod ex κζ, quincuplū igitur est quod ex βκ, eius quod ex κμ. Quod igitur ex ϐκ, ad id quod ex κμ rōnē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) βκ ipsi κμ in lōgitudine, & ipsarū utraq; rationalis est. Ipsæ igitur βκ, κμ, rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Si aūt à rationali rōnalis auferatur potētia tantū cōmēsurabilis subsistens toti, reliqua irrationalis est, uocatur aūt apotome (per 63 decimi) igitur μϐ apotome est. Cōgruens autē ei est μκ. Dico q; & quarta. Quo enim maius est id quod ex βκ eo qd' ex κμ, ei æquū esto quod ex ν. Igitur ipsa βκ, ipsa κμ maius potest ipso ν. Et quoniā (per 16 decimi) cōmēsurabilis est κζ ipsi ζϐ & cōponēdo (per 18 quinti) cōmensurabilis est κβ ipsi βζ, sed βζ ipsi βθ lōgitudine est cōmēsurabilis, & βκ igitur ipsi ϐθ cōmensurabilis est. Et quoniā quod ex ϐκ eius quod κμ quincuplū est, qd' igitur ex ϐκ ad id quod ex κμ rōnē habet quā quinq; ad unū. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 quinti) qd' ex βκ ad id quod ex ν, rōnē habet quā quinq; ad quatuor, nō quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmēsurabilis igitur est ϐκ, ipsi ν. Igitur βκ, ipsi κμ maius potest, eo quod ex sibi incōmēsurabili. Quoniā igitur tota βκ, ipsa κμ cōgruētc maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, & tota βκ, ipsi βθ rationali expositæ cōmēsurabilis est. Apotome igitur quarta est ipsa μβ. Quod autē sub rationali & apotome quarta cōorehēsum rectāgulū, irrōnale est & ipsum potēs irrationalis est, minorq; appellatur (per 94 decimi) Pōt aūt qd' sub θβ, βμ, ipsa αβ, quoniā ꝑpter cōnexionē ipsius αθ, triāgulū αϐθ æquiāgulū fit ipsi αβμ. Et est sicut βθ ad βα, sic est αβ ad βμ, ipsa igitur αβ quinquāguli latus, irrōnalis est minor appellata: qd' erat ostendendum.* ἀνάγοντα



Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 12.*

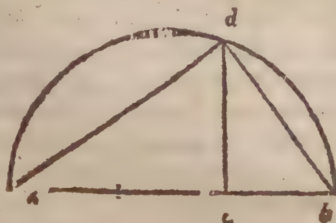
12 Si in circulo triāgulū æquilaterū descriptum fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8.

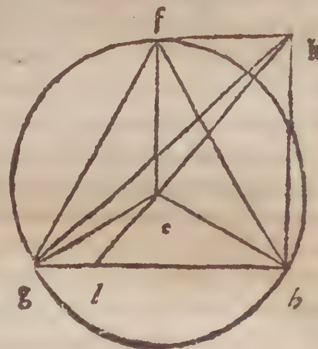
THEON *ex Zamb. Sit circulus αβγ, & in eo triangulum æquilaterū describatur αβγ. Dico q; ipsius αβγ trianguli latus potentia triplū est eius quæ ex centro ipsius circuli αϐγ. Assumatur enim (per 1*

tertij) centrum ipsius circuli δ, & connexa α δ extēdatur in ε, & cōnectatur β ε. Et quoniā triāgulū α β γ æquilaterum est, igitur β ε γ, circunferentia tertia pars est ipsius circuli α β γ circūferentiæ: igitur β ε circunferentia, sexta pars est circūferentiæ ipsius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa β ε recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro hoc est ipsi δ ε. Et quoniam α γ ipsius δ ε dupla est, quadruplū est quod ex α ε eius quod ex δ ε, hoc est eius quod ex β ε. Aequū autē est id quod ex α ε, eis quæ ex α β, β ε, quæ igitur ex α β, β ε, quadrupla sunt eius quæ ex β ε, diuidendo igitur quòd quod ex α β, triplum est eius quod ex β ε. Aequalis autem est β ε, ipsi δ ε, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ ε. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli: quod ostendere oportuit. Eucl. ex Cāp. Prop. 13.




Yramidem quatuor basium triangulariū & æquilaterū 13
ab assignata sphæra circunscriptibilē fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialteram proportionem potentialiter habere probatur.



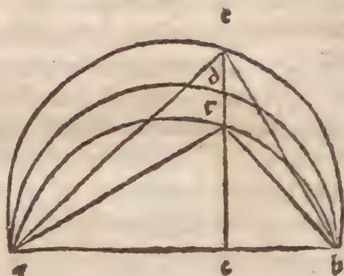


Campanvs. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur pūcto c, ita quod a c sit dupla ad b c, & lineetur super eā semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineā a b, & producantur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrū e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triāgulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahantur à cētro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrū e, erigatur (secūdū quod docet 12 undecimi) linea e K quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiē circuli f g h, & demittantur à puncto K hypothenusæ K f, k g, k h, eritq; cōpleta pyramis quatuor basiū triāgulariū & æquilaterarū, quam dico esse ab assignata sphæra circūscriptibilē, & dico quadratum diametri propositæ sphæræ, sesquialterum esse ad quadratū lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, quod linea c d est medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiusdem, quadratū lineæ a c ad quadratum lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratum a c & quadratū c d, ad quadratum c d, sicut linea a b ad b c, ideoq; ex penultima primi quadratum a d ad quadratum d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq; quadratū a d triplum ad quadratum d c. Est autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex communi scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem, linea e K continet cum singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarum quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus, erit per 4 primi unaquæq; trium linearum K f, K g, K h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatam pyramidem esse quatuor basium triangularium æquilaterarum.

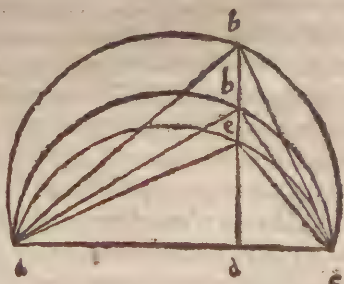
¶ Ipsam autem esse circunscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e K intelligatur adiici secundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota K l sit æqualis a b, quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipsius superficiem ex parte inferiori, sicut est e K ex parte superiori, eritq; unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter K e & e l, quemadmodum est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæque suæ relatiuæ. Si igitur super lineam l K describatur semicirculus, circumducaturq; quousque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione sphærarum æqualium, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarum sunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uerò semicirculū necesse est transire per tria puncta f g h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd semicirculus hic, quoniam super lineam K l fuerit descriptus, si circunducatur quousque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, super omnia puncta circunferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circunstat medio loco proportionalis ponatur, fueritq; super eam lineam cui perpendicularis superstat semi-

semicirculus descriptus, circũferẽtia ipsius per extremitatẽ lineæ medio loco proportionalis positę perpẽdiculariter necessario transibit. Cũ igitur cũctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares ad lineam K l, & medio loco proportionales inter partes ipsius quæ sunt K e & e l, sequitur ut semicirculus descriptus super K l, si circũducatur, trãseat per omnia pũcta circũferentiæ f g h, & per omnes solidos angulos pyramidis fabricatę. Itaq; à diffinitione eius quod est figuram inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quã semicirculus per lineã K l lineatus motu suo describit. Et quia hęc sphæra descripta, est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionem æqualium sphærarum, sequitur ex communi scientia ut hæc pyramis fabricata, sit ab assignata sphæra circunscriptibilis: quod est propositum.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c, per euersam proportionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c, ideoq; ex secũda parte correlarij 8 sexti & correlario 17 eiusdẽ, quadratũ lineæ a b erit etiã sesquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uerò a b est diameter sphærę, constat uerũ esse quod per correlarium dicitur. ¶ Ne autẽ quicquã de uetusta ueritate proposita hæsitare contingat, eã uolumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineã a b linea c d perpendicularis, quę ponatur medio loco proportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita quod sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineam a b, describatur semicirculus a e b. Dico quòd huius semicirculi circunferẽtia transibit per punctũ d, qui est extremitas perpendicularis. Sin aũt aut secabit lineã c d, aut supertransibit eam totã ipsam transiens & includens & non contingens. Secet ergo primò eam in puncto e, & ducantur lineæ e b & e a, eritq; ex primu parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, aut uerò ex secũda parte 8 quinti proportio a c ad c e, est maior quã a c ad c d, eo quod c e est minor quàm c d. Cũ igitur sit c e ad c b, sicut a c ad c e, & c d ad c b, sicut a c ad c d, erit per 12 quinti e c ad c b, maior quã c d ad c b: ideoq; per primã partẽ 10 quinti e c est maior quã d c, pars uidelicet, quàm suũ totũ, quod est impossibile. Nõ ergo secabit circunferẽtia semicirculi lineã c d. Supertrãseat igitur & producatur c d usq; ad circunferentiã, sitq; tota c e, & protrahantur lineæ e b & e a, sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorem quàm sit linea c e, quod est etiam impossibile. Constat ergo propositum.



Similiter aũt dicimus, quòd si fuerit aliquis angulus rectus, cui basis subtendatur super quã semicirculus lineetur, ipsius circunferentiam per angulum rectũ transire necesse est. Conuersam huius proponit prima pars 30 tertij. Quod aũt dicimus, sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico quòd ipsius circunferentia transibit per pũctũ b, in quo coeũt lineæ continẽtes angulũ rectũ. Cuius demonstratio est, quod neq; transibit supra neq; infra. Sin aũt transeat primò infra, sitq; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circũferentiam semicirculi in puncto e, & protrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ est impossibile ex tertia petitione, cum uterq; sit rectus, hic quidẽ ex hypothesi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nõ ergo trãsibit circũferentia semicirculi infra angulũ b. Transeat itaq; supra, & sit a f c, producatur aũt perpendicularis d b, quousq; obuiet circunferentiæ semicirculi a f e in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus, sequitur impossibile per 21 primi, sicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem necessarium est ad cognitionem eorum quæ sequuntur.

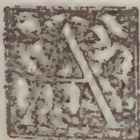


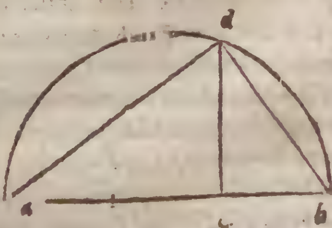
Euclid. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 13.*

13 Pyramidẽ cõstituere, & data sphęra cõprehẽdere, & demõstrare φ ipsius sphęrę dimetiẽs potẽtia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiẽs α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius β γ dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos γ δ, & connectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex cẽtro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) cẽtrum circuli, sitq; θ signum, & connectantur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur (per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & connectantur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planum, & ad omnes igitur ipsam tãgentes rectas lineas, & in eodẽ ipsius*

ζη circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionē) Tāgit aūt ipsam unaquæq; ipsarū θε, θζ, θη. Igitur θκ, ad unāquāq; ipsarū θε, θζ, θη recta est. Et quoniā æqualis est αγ ipsi θκ & γδ ipsi θε, & rectos cōprehēdūt angulos, basis igitur δα (p 4 primi) basi κε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarū κζ, κη, ipsi δα est æqualis. Tres igitur κε, κζ, κη, inuicē sunt æquales. Et quoniā dupla est αγ ipsius γβ, tripla igitur est αβ ipsius βγ. Sicut aūt αβ ad βγ sic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ sicut ostēdetur. Quoniā enim est sicut βα ad αγ, sic qd' ex δα ad id qd' ex αγ, cōuertēdo (p correlariū 19 quinti) sicut αβ ad βγ, sic qd' ex αδ ad id qd' ex αγ. Sicut demōstrabitur. Triplū igitur est qd' ex αδ, eius qd' ex δγ. Est aūt & qd' ex ζε, eius qd' ex εθ triplū, & æqualis est δγ ipsi εθ, æqualis igitur est δα ipsi εζ Sed δα unicuiq; ipsarū κε, κζ, κη, ostēsa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarū εζ, ζη, ηε, unicuiq; ipsarū κε, κζ, κη est æqualis, æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triāgula, hoc est εζη, εζκ, κζη, κηε. Pyramis igitur cōstructa est ex quatuor triāgulis æqualib. et æquilateris cuius basis est εζη triāgulū, fastigiū uerò est signū κ. Oportet iā ipsam data sphæra cōprehēdere, ostēdereq; qd' ipsius sphæræ diameter potētia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extēdatur enim in rectas lineas ipsi κθ, recta linea θλ & ipsi βγ æqualis ponatur θλ. Et quoniā est sicut αγ ad γδ, sic γδ ad γβ, æqualis aūt est ipsa quidē αγ ipsi κθ, & γδ ipsi θε, & γβ ipsi θλ, est igitur sicut κθ ad θε, sic εθ ad θλ: qd' igitur sub ipsis κθ, θλ, æquū est ei qd' ex εθ. Et rectus est uterq; ipsorū κθε, εθλ angulorū. Igitur semicirculus descriptus super κλ ueniet et per ε, quoniā si cōnectamus ελ, rectus fit qui sub λεκ angulus, eo quia triāgulū ελκ utriq; ipsorū ελθ, εθκ, triāgulorū æquiāgulū fit. Si iā manēte κλ circūducatur semicirculus, & in idē unde duci incœpit rursus steterit, ueniet et per signa ζη, cōnexis ipsis ζλ λη, et rectis similiter factis ijs qui ad ζη, angulis pyramis data sphæra cōprehēsa erit, ipsa enim κλ sphæræ dimetiēs, æqualis est ipsi αβ datæ sphæræ diametro, quoniā ipsi qdē αγ æqualis ponitur κθ, ipsi aūt γβ ipsa θλ. Dico iā q ipsius sphæræ dimetiēs, lateris ipsius pyramidis potētia sesqualter est. Quoniā etenim dupla est αγ ipsius γβ, tripla igitur est αβ ipsius βγ. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 quinti) sesqualtera est αβ ipsius αγ. Sicut aūt βα ad αγ, sic qd' ex βα ad id qd' ex αδ, quoniā cōnexa ipsa βδ, est sicut βδ ad αδ, sic δα ad αγ, propter ipsorū δαβ, δαγ, triāgulorū similitudinē, & eo quia est sicut prima ad tertiā sic qd' ex prima ad id qd' ex secūda. Sesqualterū igitur est qd' ex βα, eius qd' ex αδ. Et βα quidē est ipsius datæ sphæræ diameter, et αδ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqꝉtera est. Quod erat ostēdēdū. Ostēdēdū iā q, est sicut αβ ad βγ, sic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa αγ describatur (p 46 primi) quadratū εγ, & cōpleatur ζε parallelogrāmū. Quoniā igitur triāgulū δαβ ipsi δαγ triāgulo æquiāgulū est, est sicut βα ad αδ, sic est δα ad αγ. Igitur qd' sub βα, αγ, æquū est ei qd' ex αδ. Et quoniā est sicut αβ ad βγ, sic est εβ ad βζ, et est qdē ipsum εβ id qd' sub βα, αγ (æqualis enim est εα ipsi αγ, & βζ, i. qd' sub αγ, γβ) sicut igitur αβ ad βγ, sic qd' sub ipsis βα, αγ, ad id qd' sub ipsis αγ, γβ. Et qd' sub βα, αγ, æquū est ei qd' ex αδ, qd' autē sub αγ, γβ, æquū est ei qd' ex δγ, ipsa enim δγ perpēdicularis, basis segmētorū αγ, γβ, media est ꝓportiōalis, quoniā q sub αδβ rectus est. Sicut igitur αβ ad βγ, sic qd' ex αδ ad id qd' ex δγ: qd' ostēdere oportuit. Euc. ex Cā. Prop. 14.

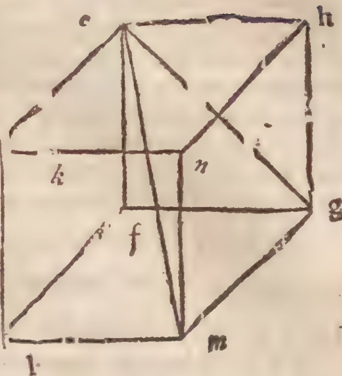
Zamb. 15  B assignata sphera circūscriptibilē cubū cōstituere. Eiusdē aūt sphæræ diametrū lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit. 14



CAMP. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quā lineetur semicircul⁹ a d b, diuidaturq́ꝫ diameter in pūcto c, prorſ⁹ secūdū cōditionē pręmissę, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineā c b, et producatur c d perpēdicularis ad a b, et protrahantur d b & d a. Postea fiat unū quadratū cui⁹ omnia latera sint æqualia b d, sitq́ꝫ e f g h, super cui⁹ quatuor āgulos erigātur, ut do

cet 12

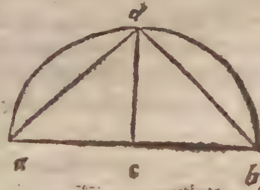
cet 12 undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad superficiẽ ipsius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, sintq; e k, f l, g m, h n, eruntq; hæ quatuor perpẽdiculares, singulæ singulis æquidistãtes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cũ lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ. Deinde cõiungantur extremitates istarũ perpẽdicularĩu, ꝓtractis lineis K l, l m, m n, n K, eritq; cõpletus cubus, sex superficieb⁹ quadratis cõtentus, cõstat ex 34 primi, quòd quatuor superficies ipsum ambiẽtes (& ipsæ sunt quarũ opposita latera sunt 4 ꝑpẽdiculares) sunt oẽs quadratę, de basi aũt, hoc positũ est, at uerò de suprema eius superficie quæ est k l m n, quòd ipsa quoq; sit quadrata, cõstat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq; ex 4 undecimi manifestũ est, singula latera eiusdẽ cubi duab⁹ ipsius oppositis superficieb. orthogonaliter insistere. Vt aũt cubũ hũc ab asignata sphæra circũscriptibilẽ esse demõstremus, in una suarũ superficierũ ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq; e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq; ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq; & ad quadratũ g m, eo quòd g m est æqualis f g, sunt enim omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et qa rursus ex penult. primi, quadratũ e m est æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, propter hoc quòd angulus e g m est rectus ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, cõstat enim ex duplo & simplo. Cũq; ex secũda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ quadratũ quoq; a b sit triplũ ad quadratũ b d, eo quòd linea a b tripla est ad lineã b c, sit aũt b d æqualis f g, sequitur ex cõi sciẽtia, ut e m quæ est diameter cubi sit ęqualis a b quę est diameter sphęrę. Itaq; si super e m linectur semicirculus circũducaturq; quousq; ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: sphæra descripta, erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ æqualis sphæræ asignatæ. At uerò quia hic semicirculus transitũ faciet per punctũ g, eo quòd angulus e g m est rectus, eadẽq; ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, qd' ex antecedẽte ante hãc 14 immediatè pręmisso manifestũ est, cõstat cõstitutũ cubũ ab asignata sphęra (eo quòd à sua æquali) circũscriptibilẽ esse: qd' demõstrare oportebat. Correlarij uerò demõstratio in istius demõstrationis processu præpatuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 Orpus octo basiũ triangulariũ & æquilaterarũ à sphęra proposita circunscriptibile, cõponere: eritq; palàm eiusdẽ sphæræ diametrũ lateri ipsius corporis duplicẽ esse potentialiter. *Zamb. 15.*

CAMPANVS. Diameter sphæræ ꝓpositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & super eã linectur semicirculus a d b, & ꝓducatur c d perpẽdicularis ad a b, & iũgatur pũctus d cũ a & cũ b, describaturq; unum quadratũ cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq; quadratũ hoc e f g h, in quo ꝓtrahãtur diametri duę e g & f h, secãtes seinuicẽ in pũcto k. Cõstat igitur ex 4 primi, quòd utraq; istarũ diametrorũ sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphęræ, cũ angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq; anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Cõstat rursus, quòd eæ dẽ diametri e g & f h diuidũt seinuicẽ per æqualia in pũcto K. Hoc aũt ex 5 primi & 32 & 6 eiusdẽ facilè est elicere. Erigatur itaq; super punctũ K, linea K l perpendicularis ad superficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittãtur hypothenusæ l e, l f, l g, l h, erũtq; ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ harũ hypothenusarũ æquales sibi inuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidẽ quatuor æquilaterarũ triãgulariũq; basiũ, super quadratũ constitutã. Huic itaq; sub ipso quadrato similẽ pyramidẽ, hoc modo appone. Lineã l K producas, perforãdo quadratũ, usq; ad m, ita quòd k m existẽs sub quadrato, sit æqualis l k existẽti supra, & iunge punctũ m cũ singulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifestũ est ex penult. primi, queadmodũ de alijs quæ sunt in superiori parte, qd' ipsæ sint æquales adinuicẽ & laterib. quadrati. Cõpleuim⁹ igitur corp⁹ 8 basiũ triãgulariũ & ęqlaterarũ. Hoc aũt ab asignata sphęra circũscriptibile esse, sic habeto. Cõstat enim qd' lineã l m est æqualis diametro asignatæ sphæræ, nã utraq; earũ est æqualis diametro quadrati. Igitur si sup l m linectur semicircul⁹ qui circũuoluatur quousq; ad locũ suũ redeat, sphæra quã motu suo describet, erit æqualis asignatæ sphæræ, ut ex diffinitione æqualiũ sphærarũ colligitur. Hic uerò semicirculus trãsibit per





quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia puncta circunferentiæ circuli circunscribētis quadratum, eo quòd semidiameter quadrati, ut linea f k, & portiones lineæ l m, quæ sunt l k & K m, sunt adinuicē æquales, quare ex diffinitione eius quod est figuram unam alij figuræ inscribi, fabricatum corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaq; & sphæræ assignatæ ex conceptione, cum ipsæ sint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifestè constat, sunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quartam primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum est ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d: uerum est ergo correlariū. Eucl. ex Zāb. Problema 2. Propositio 14.

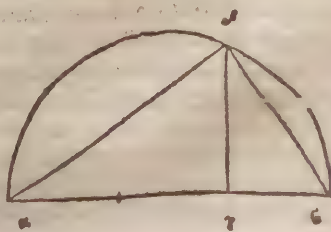
Octahedrum construere, & data sphæra comprehendere ea qua pyramidem, ostendereq́ quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est. 14

THEON ex Zāb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́; (per 10 primi) diuidue in γ, et describatur super α β semicirculus α δ β. Exciteturq́; (per 10 primi) ab ipso γ ipsi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipsi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Exciteturq́; (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea κ λ, & extendatur in alteram partem plani λ μ ut ipsa κ μ, auferaturq́; ab utraq; ipsarum κ λ, κ μ, uni ipsarum κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq; ipsarum κ λ, κ μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam κ ε ipsi κ θ est æqualis, & angulus qui sub ε κ θ rectus est, igitur quod ex θ ε duplū est eius quod ex ε κ. Rursus quoniam λ κ ipsi κ ε est æqualis, & angulus qui sub λ κ ε rectus est, quod igitur ex ε λ, duplum est eius quod ex ε κ. Ostensum autē est quòd & quod ex θ ε, duplum est eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ est æquale. Ipsa igitur λ ε ipsi ε θ est æqualis. Idq́; propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Idq́; propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum est. Similiter iam demonstrabimus qđ unumquodq; reliquorum triangulorum, quorum bases quidem sunt ipsa ε ζ η θ quadrati latera, fastigia uerò λ μ, signa, æquilaterum est. Octahedrum igitur constitutum est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehensum.* *Oportet iam & illud sphæra data comprehendere, ostendereq́; quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniam enim ipsæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicem sunt æquales, super λ μ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λ μ, circunducatur semicirculus, & in idem unde circunduci cœpit steterit, ueniet & per ζ η θ signa, & octahedrum sphæræ erit comprehensum.* *Dico q & data. Quoniam nanq; æqualis est λ κ ipsi κ μ, communis autem κ ε, & angulos rectos comprehendunt, basis igitur λ ε (per 4 primi) basi ε μ est æqualis. Et quoniā angulus qui sub λ ε μ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplū est eius qđ ex λ ε. Rursus quoniā α γ ipsi γ β est æqualis, dupla est α β ipsius β γ. Sicut aūt α β ad β γ, sic qđ ex α β ad id qđ ex β δ. Duplū igitur est quod ex α β eius qđ ex β δ. Ostensum est autē q & qđ ex λ μ duplum est eius qđ ex λ ε, & qđ ex β δ, ei est æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipsi δ β. Quod igitur ex α β, ei qđ ex λ μ est æquale, ipsa igitur α β ipsi λ μ est æqualis, estq́; α β datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λ μ, æqualis est datæ sphæræ diametro. Cōprehensum est igitur octahedrū data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris: quod facere & ostendere oportebat.*

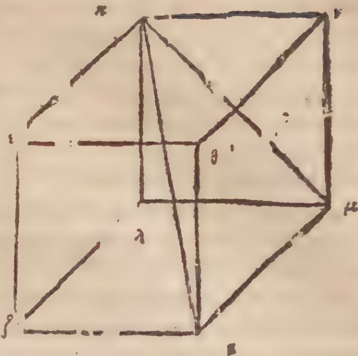
Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 15.

Cubū cōstruere & data sphæra cōprehēdere ea, qua priora, ostēdereq́ q ipsius spheræ dimetiens potētia triplus est lateris ipsius cubi. 15

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́; in γ, ut α γ dupla sit ipsius γ β. Describatq́; super α β, semicirculus α δ β, & ab ipso γ ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipsi δ β, & ab ipsis ε ζ η θ, signis, ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitētur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipsarū ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipsarū ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipsarum*



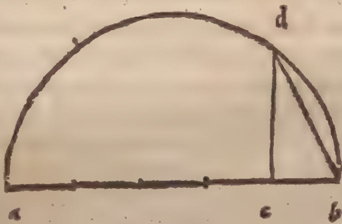
rum ικ, ζλ, ημ, θν, connectanturq; ipsæ κλ, λμ, μν, νκ: cubus igitur ζν, constructus est sub sex quadratis æqualibus comprehensus. Oportet iam sphæra data comprehendere, & ostendere quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia triplex est ipsius cubi lateris. Connectantur enim ipsæ ηκ, ικ. Et quoniam angulus qui sub ηικ rectus est, eo quia ηι recta est ad planum ιν, uidelicet & ad rectam lineam ιν, igitur super ηκ descriptus semicirculus ueniet & per ι signa. Rursus quoniam ζκ recta est ad utranq; ipsarum ζλ, ζι, & ad ζν: igitur planum recta est ipsa ζη. Quare & si connectamus ipsam ζκ, ipsa ηζ recta erit ad ipsam ζκ, ac per hoc rursus super ηκ descriptus semicirculus, trāsiet & per ζ, similiter & per reliqua signa ipsius cubi ueniet. Si iam manente ipsa ηκ, circunductus semicirculus in idem steterit unde circunduci cœpit, cubus sphæra comprehensus erit.

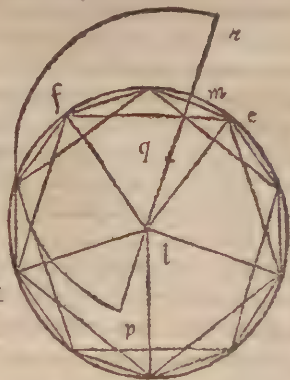


Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis est κζ ipsi ζι, & angulus qui ad ζ rectus est, quod igitur ex ικ, duplum est eius quod ex ιζ. Aequalis autem est ιζ ipsi ικ, quod igitur ex ιη, duplum est eius quod ex ιζ. Quare quod ex ηι, ιη, triplum est eius quod ex ικ. Et quoniam αβ ipsius βγ triplex est, sicut autem αβ ad βγ, sic quod ex αβ ad id quod ex βδ, triplū igitur est quod ex αβ, eius quod ex βδ, patuit autem quòd & quod ex ηκ, triplum est eius quod ex κι, & æqualis posita est κι, ipsi βδ, æqualis igitur est & ηκ, ipsi αβ. Et αβ est datæ sphæræ dimetiēs, & ηκ igitur æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra comprehenditur cubus, & unà ostenditur quòd sphæræ diameter potentia tripla est ipsius cubi lateris: quod facere & ostendere oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 16.

16 
Orpus uiginti basium triangulariū atq; æquilaterarum à data sphera diametrum rationalem habente circunscriptibile, fabricare: eritq; palàm, latus eiusdē corporis esse lineam irrationalem, eam scilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS. Sit hic quoq; diameter assignatæ sphæræ a b, quæ ponatur esse rationalis siue in longitudine siue in potētia tantum, & diuidatur in puncto c, ita quòd a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde secundū quantitatē lineæ d b lineetur circulus e f g h k supra centrum l, cui inscribatur pentagonus æquilaterus eisdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducātur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rursus in eodē circulo inscribatur decagon⁹ æquilater⁹, diuidātur enim cūcti arcus quorū chordæ sunt latera pētagoni per æqualia, & à pūctis medijs ad extremitates cunctorū laterū inscripti pētagoni lineæ rectæ dirigātur. Itēq; super singulos angulos pētagoni erigatur cathetus, secūdū qd' docet 12 undecimi, quorū quilibet sit etiā æqualis lineæ b d & cōtinuentur extremitates horū qnq; cathetorū, quinq; coraustis, erūtq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicē æqdistātes, cūq; ipsi sint çquales, erūt quoq; ex 33 primi qnq; corausti eorū extremitates iūgētes æquales laterib⁹ pētagoni. Demitte igitur à sūmitatib⁹ singulis singulorū cathetorū, binas & binas hypothenusas ad duos circūstātes angulos inscripti decagoni, & harū decē hypothenusarū à quinq; extremitatib⁹ cathetorū ad quinq; pūcta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni, descendentiū extremitates cōtinua aliū pentagonū rursus ipsi circulo inscribendo, qui quoq; erit æquilater⁹ ex 23 tertij. Cū hoc itaq; feceris, uidebis te perfecisse decem triāgulos, quorū latera sunt decem hypothenusæ & quinq; corausti & quinq; latera huius secundi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triangulos, æquilateros esse, sic collige. Cùm enim tam semidiameter descripti circuli quàm quilibet erectorum cathetorum sit æqualis lineæ b d ex hypothesi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorum æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ b d in-





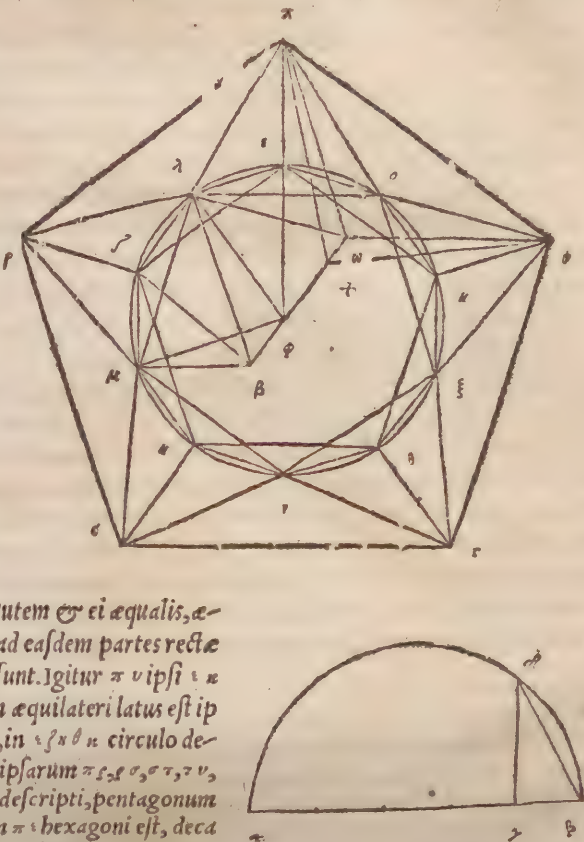
b d inscripti. Quia uerò ex penultima primi unaquæque decem hypothenusarum tanto est potentior catheto quantum potest latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoque pentagoni est tanto potentius eodem quantum potest idem latus decagoni, erit ex communi scientia unaquæque harum hypothenusarum æqualis lateri pentagoni. De coraustis autem iam patuit, quòd ipsi sint æquales lateribus pentagoni. Itaque cuncta latera horum decem triangulorum, aut sunt latera pentagoni æquilateri secunda uice circulo inscripti, aut illis æqualia, sunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aũt super centrũ circuli quod est punctum l, erige alium cathetum æqualem prioribus qui sit l m, eiusque superiorem extremitatem quæ est m, iunge cum singulis extremitatibus priorũ, per quinque coraustos, eritque ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, singulis cathetorum angularium æquidistans, ideoque ex 33 primi, hi quinque corausti erunt semidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanquã latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraque parte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, supra quidem adijciatur ei m n, deorsum autem sub circulo adijciatur sibi à centro circuli p, postea demittantur à puncto n, 5 hypothenusæ ad 5 superiores angulos decem triangulorum, qui sunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenusæ æquales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de alijs decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus 20 basium triangularium atque æquilaterarũ cuius cuncta latera sunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter est linea n p, horum autem 20 triangulorũ decem consistunt in circuitu supra circulum, quinque autem consurgunt sursum ad punctum n cõcurrentes, atque quinque reliqui deorsum emergunt super punctum p coëuntes. ¶ Hoc autem icosedron corpus à data sphæra circũscriptibile esse, sic erit manifestum. Cum linea l m sit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunscribit, tota l n erit ex 9 huius diuisa secundum proportionem habentem medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaque l m per æqualia in q, eritque ex communi scientia p q, æqualis q n, nam p l posita est æqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n est medietas n p, quemadmodum est q m medietas m l. Cùm ergo quadratum n q, sit ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoque ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, est enim ex 4 secundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoque l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, est ut simplum ad simplum, teste 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum est ad quadratum b d ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem, est etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypothesi æqualis b d, erit ex cõmuni scientia a b æqualis n p. Itaque si super lineam n p semicirculus describatur, qui tandiu quòd locum primum repetat circunuoluatur, sphæra ipsius motu descripta, erit à diffinitione sphærarum æqualium, æqualis sphæræ propositæ. Et quoniam linea l m est medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoque inter l n & p l, erit quoque quælibet semidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cum l m sit æqualis semidiametro circuli, itaque semicirculus super p n descriptus transibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoque & per singulos angulos solidi fabricati, in illa circunferentia consistentes. Et quia eadem ratione singuli corausti continuantes extremitates angularium cathetorum cum extremitate centralis, sunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum est æqualis l m, sequitur ut idem semicirculus trãseat etiam per reliquos angulos figuræ icosedræ statutæ. Est igitur corpus hoc inscriptibile sphæræ cuius diameter p n, ideoque & sphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autem huius solidæ figuræ dico esse lineam minorẽ. Constat enim quòd linea b d est rationalis in potentia, cum eius quadratum sit subquincuplum ad quadratum lineæ a b quæ posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia tantũ. Itaque semidiameter atque diameter circuli e f g est etiam rationalis in potentia, nam eius semidiameter est æqualis b d. Igitur ex 12 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inscripti est linea minor: at uerò (sicut in huius demonstrationis processu patuit) latus huius figuræ est quantum latus pentagoni,

pentagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum, id est basium, est linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 16.*

16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq́ quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́; in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectaturq́; δ β, ponaturq́; circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (p 11 quarti) quinquangulum æquilaterum & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circunferentiæ bifariàm in signis λ μ ν ξ ο, connectanturq́; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterum igitur est quinquangulum λ μ ν ξ ο, et decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε ζ η θ κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq; ipsarũ ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autem æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq; ipsarum π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonum igitur π ρ σ τ υ æquilaterum est. Et quoniam π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pẽtagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo descriptorũ latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterũ igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ est. Et quoniam ostensum est utranq; & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorum, æquilaterum est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq́; ex utraq; parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq; ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uerò χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existẽs, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uerò ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ, quæ est hexagoni,*



συνάγεται colligitur.

*ducetur'q; ipsa μψ pentagoni, est autem & λμ pentagoni, triangulum igitur λμψ æquilaterum est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt μν, νξ, ξο, ωλ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoq; data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φχ, decagoni autem ipsa χω, ipsa igitur φω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φχ. Est igitur sicut ωφ ad φχ, sic φχ ad χω: æqualis autem est & φχ ipsi φλ, & χω ipsi φψ, est igitur sicut ωφ ad φλ, sic φλ ad φψ, & recti sunt anguli, qui sub ωφλ, λφψ. Si connectamus igitur ipsam λω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψλω, propter ipsorum ψλω, φλω, triangulorum similitudinem. Semicirculus igitur super ψω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ωφ ad φχ, sic φχ ad χω, æqualis autem ipsa quidem ωφ ipsi ψχ, & φχ ipsi χπ, est igitur sicut ψχ ad χπ, sic πχ ad χω. Ac per hoc rursus si connectamus ipsam πψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur super χω descriptus semicirculus, ueniet & per π, & si manente ψω, circunductus semicirculus in illud idem unde circunduci cœpit steterit, ueniet & per π, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) φχ diuidué in α. Et quoniam recta linea φω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ωχ, ipsa igitur ωχ admittens dimidium maioris segmenti χα, quincuplum potest eius quod ex dimidia maioris segmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur est quod ex ωα, eius quod ex αχ. Ipsius autem ωα, dupla est ωψ, ipsius autem αχ, dupla est χφ. Quod igitur ex ωψ, quincuplum est eius quod ex φχ. Et quoniã αγ ipsius γβ est quadrupla, quincupla igitur est αβ ipsius βγ. Sicut autem αβ ad βγ, sic quod ex αβ ad id quod ex βδ, quincuplum igitur est quod ex αβ, eius quod ex βδ. Patuit autem quòd quod ex ωψ, quincuplũ est eius quod ex φχ. Et δβ æqualis est ipsi φχ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius εζηθκ circuli, æqualis igitur est & αβ ipsi ψω. Et αβ est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrũ comprehẽsum est. Dico iam quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli εζηθ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli εζηθ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uerò in circulo rationalem habente diametrũ, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipsius εζηθκ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus, irrationale est, minor appellatum: quod facere & ostendere oportebat.

CORRELARIVM.

Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

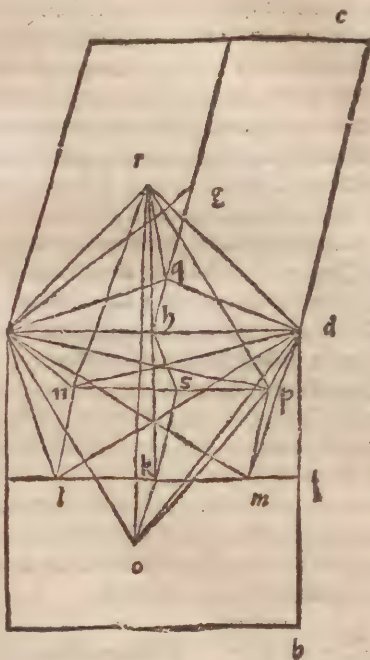
Euclid. ex Camp. Propositio 17.



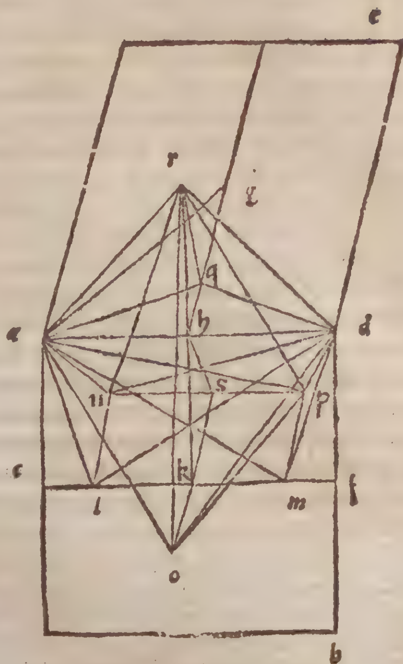
Orpus duodecim basium pentagonarũ æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere: eritq; palàm latus eiusdem corporis, irrationale esse id quod residuum dicitur. 17

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circunscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autem nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, communis istis duabus superficiebus. Diuidãtur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia, uidelicet d b & latus ei oppositũ, & puncta diuisionis continuentur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidãtur per æqualia, & pũcta diuisionis cõtinuentur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; pũctus h, medius pũctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & ꝓtrahatur h K. Quãlibet igitur triũ linearũ e K, K f, & g h, diuide secundũ ꝓportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in trib⁹ pũctis l m q, sintq; maiores portiões earũ, l K, K m, & g q, quas manifestũ est esse æquales, cũ totæ lineæ diuisæ sint æquales, uidelicet quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde à duob. pũctis l & m, erige ꝑpẽdiculares, ut docet 12 undecimi, ad sũpficiẽ a b, quarũ utrãq; ponas æqualẽ lineæ k l, sintq; l n & m p, similiter à pũcto q, erige ꝑpẽdiculariter q r ad sũpficiem a c,

ciema c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaqꝫ lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l, ideoqꝫ etiam ad lineam l n, cum k l & n l sint æquales. At uerò k e, est æqualis e a, igitur duæ lineę a & e, & e l, sunt potẽtia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l, est potentia tripla ad l n, ideoqꝫ per eandem, a n est potentia quadrupla a e l n. Cumqꝫ omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex communi scientia quòd a n sit dupla in lõgitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m: sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis, tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicem. & duabus prædictis. Habemus itaqꝫ ex his 5 lineis, pentagonum æquilaterum qui est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum non esse pentagonum, quia nec forsan est totus in superficie una, quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidem à puncto k lineæ k f. perpendicularis ad superficiem a b, quæ sit æqualis l k, eritqꝫ ob hoc æqualis utriqꝫ duarum l n & m p. Cumqꝫ ipsa sit æquidistans utriqꝫ earum ex sexta undecimi, ideoqꝫ cum ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium, necesse est ut punctus f sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f, sunt itaque duo trianguli k f h & q r h super unum angulum, uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k f ad q h, nam ut g h ad q r, sic k h ad q r ex 7 quinti, & ut r q ad q h, sic k f ad q h ex eadem, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo quòd q r est æqualis g q, ergo per 30 sexti linea r h f, est linea una. Quare ex secunda undecimi, totus pentagonus de quo disputamus, est in superficie una. Ipsum quoqꝫ dico esse æquiangulum. Cum enim e k sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoqꝫ ex 4 punctis tota e m diuisa secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema, maior quoqꝫ portio eius linea e k, ideoqꝫ (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoqꝫ duæ e m, & m p, nam m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e, nam a e est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potentia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimam primi bis assumptam, quòd linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaqꝫ a p, est potentia quadrupla ad lineam a e. Latus uerò cubi cum sit duplum ad lineam a e, est potentia quoqꝫ quadruplum ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex communi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cumqꝫ a d sit unum ex lateribus cubi, erit a p æqualis a d. Ideoqꝫ ex 8 primi angulus a r d, est ęqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineam d n esse potentialiter quadruplum ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaqꝫ hac uia rationeqꝫ consimili, & super unumquodqꝫ reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidum 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis cõtentum, cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem est demonstrare, solidum hoc esse à data sphæra circunscriptibile. Protrahantur igitur à linea f k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliam super lineam e f, eritqꝫ ex 40 undecimi, ut communis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo communis sectio earum usqꝫ ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Constat autem, quòd utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoqꝫ æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi, quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k f est æqualis k m, erit o f diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o f & f k (ideoqꝫ o f & f p, eo quod f p, ad quos hæc demonstratio non extenditur, est æqualis k f) triplum in potentia ad lineam o k, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius constat, quòd semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi, quem circunscribit eadem sphæra. Itaque o p, est quanta semidiameter sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à



puncto o, angulos singulos pentagonorũ omniũ super latera cubi descriptorum ad singulos, inquã, qui proprij sunt pentagonis, non autem communes eis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono statuto tres anguli n, p r, de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos singulos pentagonorum qui sunt communes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d, constat quòd ipsæ sunt ęquales semidiametro sphæræ circunscribentis cubum, ipsæ enim sunt semidiametri cubi ex 40 undecimi, at uerò semidiameter cubi est tanquam semidiameter sphæræ ipsum circunscribentis quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad singulos angulos dodecedri, sunt æquales adinuicem & semidiametro sphæræ. Semicirculus itaq; super totam diametrũ sphæræ uel cubi lineatus, sic circunducatur, transibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipsum est ab asignata sphæra circunscriptibile. Dico iterum quod latus huius figuræ est linea irrationalis, ista uidelicet quæ residuum dicitur, si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationale in potentia, si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11, quod linea r p diuidit lineam a d quæ est latus cubi, secũdum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum, ex sexta huius, manifestum est latus figuræ duodecim basium, esse residuũ: quod demonstrare uoluimus.



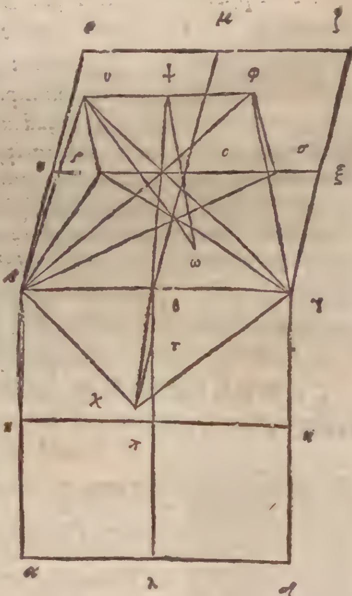
CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque est circunscriptibile ab asignata sphæra. Sunt autem hæc solida primum quidem quatuor basium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum est sex basium quadratarum & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium, & dicitur octoedron. Quartum autem est solidum icosedron, & est uiginti basiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 basibus pentagonis consistit, diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; solida, regularia dicuntur, quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera, & à sphæra atq; adinuicem circunscriptibilia, plura uerò his quinq; æquilatera quæ sunt, æquiangula esse est impossibile. Ad constitutionẽ cuiuslibet anguli solidi, necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus, nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis, at uero heptagoni & cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est, teste 21 undecimi, impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamẽ atque æquiangulæ, solidum angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atque æquiangula, potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; solidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores esse quatuor rectis angulis manifestum est, & quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile, ideoq; unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis constitutum est illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoque est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaque fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione, nam oẽs eius anguli erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidũ angulũ constitui, ex quatuor aũt aut ex pluribus impossibile est: propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicum solidum quod cubum dicimus, fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli, sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi,

primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propterea quod ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulę) unicum solidum quod cubum dicimus, fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli, sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impossibile est angulum solidum fieri, ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaque tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum solidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor basium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor consurgunt: corpus octo basium, quod octoedron diximus. At uerò si quinque triangulorum æquilaterorum anguli, solidum angulum contineant, fiet corpus icosedron uiginti basiũ triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia, & quare plura his non sint, dictum est.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 17.*

17 Dodecahedrum construere & data sphæra comprehendere, qua & prædictas figuras, ostendereque quòd dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON *ex Zamb. Exponatur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, αβγδ, εβζ, seceturque (per 11 primi) unumquodque ipsorum laterum αβ, βγ, γδ, δα, εζ, εβ, ζγ, diuiduè in κ, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & connectantur ipsæ ηκ, θλ, sese secantes in signo ο & μθ, νξ seinuicem secantes in signo π, seceturque unaquæque ipsarum νο, οξ, θπ, extrema & media ratione in ρ, τ, σ signis, sintque ipsarum maiora segmenta ρο, οσ, τπ, & constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ρ, σ, τ, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipsius cubi ipsæ ρυ, σφ, τχ, exponanturque æquales ipsis ρο, οσ, τπ, connectanturque ipsæ υβ, βχ, χγ, φυ. Dico quod υβχγφ pentagonum, æquilaterum est, & in uno plano, & insuper æquiangulum. Connectantur enim ρβ, σβ, φβ. Et quoniam recta linea νο extrema & media ratione secatur in ρ, & maius segmentũ est ρο, quæ igitur ex νο, νρ, tripla sunt eius quod ex ρο. Aequalis aũt est ον, ipsi νβ, & ορ ipsi ρυ. Quæ igitur ex βν, ρυ, tripla sunt eius quod ex ρυ. Eis autem quæ ex βν, νρ æquum est quod ex βρ, quod igitur ex βρ, triplum est eius quod ex ρυ, quare quæ ex βρ, ρυ, quadruplum sunt eius quod ex ρυ. Eis uerò quæ ex βρ, ρυ, æquum est id quod ex βυ, quod igitur ex βυ, quadruplum est eius qd' ex υρ. Dupla igitur est βυ, ipsius ρυ. Est autẽ & φυ dupla ipsius υρ, quoniam & φυ dupla ipsius νρ, quoniam & σρ, ipsius ορ, hoc est ipsius ρυ dupla est. Aequalis igitur est βυ, ipsi υφ. Similiter iam ostendetur, quòd & unaquæque ipsarum βχ, χγ, γφ, utrique ipsarum βυ, υφ, est æqualis, quinquangulum igitur βυφγχ, æquilaterum est. Dico quod & in uno est plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipso ο, utrique ipsarum ρυ, σφ, parallelus ad exteriores partes cubi, οψ, & connectantur ψθ, θχ. Dico quod ipsa ψθχ recta linea est. Quoniam enim θπ, extrema & media ratione secatur in τ & maius segmentum est πτ, est igitur sicut θπ, ad πτ, sic πτ ad τθ, æqualis autem est θπ ipsi θο, & πτ utrique ipsarum τχ, οψ, est igitur sicut θο, ad οψ, sic χτ, ad τθ, & est parallelus quidem θο ipsi τχ, utraque enim ipsi βδ plano ad angulos rectos est, & ipsa τθ parallelus est ipsi οψ, utraque enim ipsarum plano ad angulos rectos est. Quando autem bina triãgula composita fuerint ad unum angulum (ut sunt ipsa ψοθ & θτχ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipsorum eiusdem rationis latera sint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 sexti.) Igitur ψθ, ipsi θχ in rectam lineam est. Omnis autem recta linea, in uno est plano. In uno igitur plano est ipsum υβχγφ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum est. Quoniam enim recta linea νο extrema & media ratione secatur in ρ, & maius segmentum est ορ, est igitur sicut utraque νο, ορ, simul ad ον, sic ον ad ορ. Aequalis autem est ορ, ipsi οσ. Est igitur sicut σν ad νο, sic νο ad οσ. Ipsa igitur σν, extrema & media ratione secatur in ο, & maius segmentum est νο, quæ igitur ex νσ, σο, tripla sunt eius quod ex νο. Aequalis autem est νο, ipsi νβ, & σο ipsi σφ, quæ igitur ex νσ, σφ, quadrata tripla sunt eius quod ex νβ, quare quæ ex φσ, σν, νβ, quadrupla sunt eius quod ex νβ. Eis autem quæ ex σν, νβ, æquale est (per 47 primi) id quod ex σβ, quæ igitur ex βσ, σφ, hoc est quòd ex βφ (rectus enim est qui sub φσβ,*



angulus) quadruplũ est eius quod ex υ β, dupla igitur est β φ, ipsius ς υ. Est autẽ & β ι, ipsius β υ dupla, æqualis igitur est ς φ, ipsi β γ. Et quoniam binæ β υ, υ φ, duabus β χ, χ γ, sunt æquales, & basis ς φ basi ς γ est æqualis, angulus igitur qui sub β υ φ angulo qui sub ς χ γ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demõstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ γ, æqualis est ei qui sub β χ γ. Tres igitur anguli qui sub β χ γ, ς υ φ, υ φ γ, inuicẽ sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulũ erit (per 7 decimi tertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur β υ φ χ γ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonum β υ φ γ φ æquilaterum et æquiangulum est, estq; super ς γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoq; ipsius cubi duodecim laterum eadem construamus, constituetur figura quædam solida comprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data comprehendere, & demonstrare quod dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & sit ψ ω, coincidit igitur ψ ω, ipsi cubi diametro & bifariàm se inuicẽ dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione secatur in ο, & maius illius segmentũ est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quòd ex υ ο. Aequalis autem est υ σ, ipsi ψ ω, quoniam & ipsa υ ο, ipsi ο ω est æqualis, & ψ ο, ipsi ο ς, sed ο σ ipsi ψ υ, quoniam & ρ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla sunt eius quod ex υ ο. Eis autem quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplum est eius quod ex υ ο. Est autem & quæ ex centro sphæræ cubum ipsum comprehendentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubum construere, ac sphæra comprehendere, ac demonstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimi tertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et υ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum comprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis cẽtrum est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisq; reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiem. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehẽsum est. Dico iam quòd ipsius dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa υ ο extrema & media ratione diuisa maius segmentum est ς ο, ipsa autem ο ξ, extrema & media ratione diuisa maius segmentum est ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ς ς. Et quoniam est sicut ο υ ad ο ς, & ο ς ad υ ς & duplicia (partes enim æquè multiplicium eandem habent rationem) sicut igitur υ ξ, ad ς σ, sic ς σ, ad utranq; ipsarum υ ρ, ς ξ, simul. Maior autem est υ ξ, ipsa ς σ, utraq; ipsarum υ ς, ς ξ, simul. Igitur υ ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ς σ. Aequalis autẽ est ς σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur υ ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est υ ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũque segmentorum, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimi tertij. Igitur υ φ, latus existens dodecahedri irrationalis est ea quæ apotome appellatur: quod ostendere oportuit, & fieri postulabatur.

CORRELARIVM. *Ex hoc inquam, est manifestum quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus: quod erat ostendendum.*

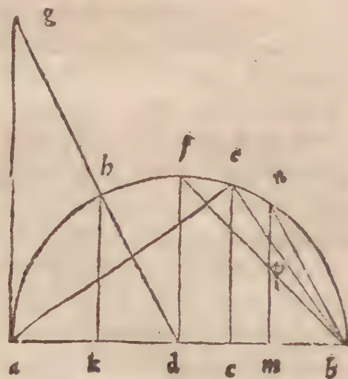
Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*



Atera quinq; corporũ præmissorũ ab eadẽ sphera circũ 18
scriptibiliũ, cuius sphere sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hãc diametrum in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d, & lineamus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quæ sint c e & d f, & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 13 quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex demõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demonstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangularium & æqui-

æquilaterarum. Prodeat itaq; à puncto a, linea a g perpendicularis ad a b, & æqualis eidem a b, & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h K perpẽdicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h K dupla ad K d: sunt enim duo trianguli g a d & h K d, æquianguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris est æqualis angulo K minoris, nam uterq; rectus, & angulus d, est communis utriq;: igitur ex 4 secundi, h K est potentia quadrupla ad K d, ergo ex penultima primi h d, est potentia quincupla ad K d. Cumq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad K d. At uerò cum tota a b sit dupla ad totam b d, quemadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractam ex secũda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratum b d est noncuplum ad quadratum d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantum ad quadratum K d, erit ex secunda parte decimæquinti, quadratum d c minus quadrato K d, ideoq; d c minor K d. Sit g d m æqualis K d, & prodeat m n usq; ad circunferentiam, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cum b. Cũ igitur d K & d m sunt æquales, erunt (ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a cẽtro æquidistare) duæ lineæ h K & m n æqualiter distãtes a cẽtro, ideoq; æquales adinuicem ex secunda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdem. Itaq; m n est ęqualis m K, nam h K erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & K m dupla est ad d K, & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k, erit ex 15 quinti quadratũ a b similiter quincuplum ad quadratũ K m, est enim quadratum dupli ad quadratum dupli, sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione autem 16 manifestum est, quod diameter sphæræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basium, ergo K m est ęqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quã ad K m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestũ est, quod diameter sphæræ constat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cum ergo K m sit tanquam latus hexagoni, at uerò a K sit ęqualis m b, nam ipsa sunt residua æqualium demptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis K m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demonstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 30 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium. Constat lineam n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphęra circumscriptibilis, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d, sitq; maior portio eius p b. Constãt igitur ex demonstratione præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basium. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorum corporum ex diametro sphærę nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basium e b latus cubi f b, latus octoedri, at uerò n b, latus icosedri, linea aut p b latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur: cõstat enim, quod a e est maior f b: nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quã n b, at uerò n b, dico etiã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secundi quadratum a c quadruplũ ad quadratũ c b. Constat autẽ ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem, quod quadratum a b triplum est ad quadratum b c. Sed per 21 sexti quadratum a b ad quadratum b c, est sicut quadratum b e ad quadratum c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secunda parte correlarij 8 sexti. Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum est ad quadratum c b. Et quia quadratum a c quadruplum est ad idem quadratũ, ut ostensum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestum uerò ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, erit maior portio eius linea K m quę est æqualis m n. At uerò cum b diuiditur secundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaq; a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quàm p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum est ex 2 decimiquarti, quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur, seinuicem excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic instãtias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autẽ præmittunt idcirco octoedro, quia eadem diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est

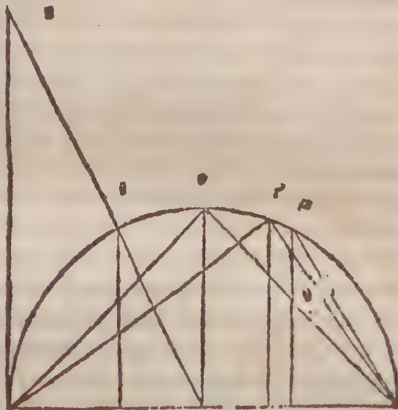


igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorũ corporũ, post ipsum aũt est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimum autem est omnium p b, latus dodecedri.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

Latera quinq; figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́; in γ, ut α γ ipsi γ β, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ δ, ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γ ε, δ ζ, & connectantur α ζ, ζ β, β ε. Et quoniã dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β ipsius δ β: conuertendo igitur (per correlarium 28 quinti) sesquialtera est β α ipsius α δ. Sicut autem β α, ad α δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulum, ipsi α ζ δ triangulo, sesquialterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesquialtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β, ipsius β δ. Sicut autem α β, ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β, triplum igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β. Est autem et ipsius sphæræ diameter, potentia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij) & sphæræ diameter est α β, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autem α β ad γ β, sic quod ex α β, ad id quod ex β ε. Duplum igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur β ε, octahedri est latus. Excitetur iam (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α κ. Ponaturq́; ipsa α κ æqualis ipsi α β, & connectatur κ γ, secetq́; κ γ circunferentiam semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α β (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θ λ. Et quoniã dupla est κ α, ipsius α γ (æqualis enim est κ α ipsi α β) sicut autem κ α ad α γ sic θ λ, ad λ γ, dupla igitur est & θ λ ipsius λ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ λ, eius quod ex λ γ. Quæ igitur ex θ λ, λ γ, quæ idem sunt ei quod ex θ γ, quincuplum est eius quod ex λ γ. Aequalis autem est θ γ ipsi γ β, quincuplum igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ λ. Et quoniam dupla est α β ipsius β γ, quarum α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur β δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ δ, nonicuplum igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autem est quod β γ, eius quod ex γ λ, maius igitur est quod ex γ λ, eo quod ex γ δ maior igitur est γ λ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ λ æqualis γ μ, & ab ipso μ ipsi α β ad angulos rectos excitetur μ ν, & connectatur ν β. Et quoniã quod ex γ β eius quod ex γ λ quincuplum est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius autem γ λ dupla est λ μ, quincuplum igitur est quod ex α β eius quod ex λ μ. Est autem sphæræ diameter potẽtia quincupla, eius quæ ex cẽtro ipsius circuli à quo icosahedrum describitur, estq́; α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur λ μ ex centro est circuli à quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur λ μ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus (per correlariũ 16 decimitertij) estq́; ipsa quidem α β, ipsius sphæræ diameter, & λ μ hexagoni latus, & æqualis est α λ ipsi μ β, utraq; igitur ipsarum α λ, μ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrum describitur. Et quoniam decagoni quidem μ β, hexagoni autem μ ν (æqualis enim est ipsi λ μ, quoniam & ipsi θ λ, æqualiter enim distant à cẽtro) & utraq; ipsarũ θ λ, ν μ, dupla est ipsius λ γ, quinquãguli igitur est ν β. Quod aũt pẽtagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est ν β.*



Et quoniã ζ β est latus cubi, secetur extrema & media ratione in π, sitq́; maius segmentũ π β. Igitur π β, dodecahedri est latus. Et quoniã ostensum est quòd ipsius sphæræ diameter potentia est sesquialtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potẽtia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potentia sextalium ipsius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus triũ, cubi uerò duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi autẽ lateris, potẽtia est duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalib. subsistũt. Reliqua uerò duo et icosahedri et dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnib. rõnalibus existũt, irrationalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod aũt maius est icosahedri latus ν β, dodecahedri latere π β sic ostẽdemus. Quoniã triãgulũ ζ δ β, ipsi triãgulo ζ α β æquiãgulũ est, proportionaliter est sicut β δ, ad β ζ, sic ζ β ad β α. Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiam, sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Est igitur sicut δ β ad β α, sic qd' ex δ β ad id qd' ex β ζ. Cõuersim igitur sicut α β ad

Latus pyramidis.
Latus cubi
Latus octahedri.
Latus icosahedri.
Latus dodecahedri.
Cõparatio laterum.

αβ ad βδ, sic qd' ex ζβ ad id quod ex βδ. Tripla autem est αβ, ipsius βδ, triplum igitur qd' ex ζβ, eius qd' ex ζδ. Est aut & qd' ex αδ, eius qd' ex δβ, quadruplum, dupla enim est αδ, ipsius δζ. Maius igitur est qd' ex αδ, eo qd' ex ζζ, & maior igitur est αδ, ipsa ζβ, multò igitur maior est αλ, ipsa ζβ. Et ipsa quidem αλ, extrema & media rõne diuisa, maius segmentũ est κβ, quoniã ipsa quidẽ λκ hexagoni est, & κα decagoni, ipsa aũt ζβ extrema et media rõne diuisa maius segmentũ est νζ. Maior igitur est κλ, ipsa νζ. Aequalis aũt est κλ, ipsi λμ, maior igitur est λμ, ipsa νβ. Ipsa aũt λμ, maior est μβ: multò igitur maior est μβ latus existens icosahedri, ipsa νζ latere existente ipsius dodecahedri: quod facere & ostendere oportuit.

Aliter, quod maior est μβ ipsa νβ. Quoniã enim dupla est αδ ipsius δζ, tripla igitur est αβ ipsius δζ. Sicut aũt αβ ad βδ, sic qd' ex αζ ad id qd' ex βζ, quoniã triangulũ ζαβ ipsi ζδβ triãgulo æquiangulũ est, qd' igitur ex αβ, eius qd' ex ζζ triplũ est. Patuit autẽ qd' ex αζ eius quod est ex κλ, quincuplũ. Quinq; igitur quæ ex κλ, tribus quæ ex ζβ, sunt æqualia. Sed tria quàm ex ζβ, sex quæ ex νζ, sunt maiora, & qnq; igitur quæ ex κλ sex quæ ex νβ sunt maiora. Quare & unũ qd' ex κλ, uno qd' ex νβ maius est, maior igitur est κλ, ipsa νβ, æqualis aũt est κλ, ipsi λμ, maior igitur est & λμ, ipsa νβ, multò igitur maior μζ, ipsa νβ: qd' ostendere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζβ, sex quæ ex νβ sunt maiora, sic ostẽdemus. Quoniã enim maior est ζν ipsa νζ, qd' igitur sub βζ, ζν maius est eo qd' ex ζζ, ζν, qd' igitur sub ζζ, ζν, unà cũ eo qd' sub βζ, ζν, maius est quàm duplũ eius qd' sub βζ, ζν. Sed qd' sub βζ, ζν, unà cũ eo qd' sub βζ, ζν, id est, qd' ex βζ, qd' uerò sub βζ, ζν, æquũ est ei qd' ex νβ, extrema nãq; & media rõne secatur ipsa βζ in ν, & quod sub extremis æquũ est ei qd' à media (p 17 sexti) Quod igitur ex ζβ, eo qd' ex βν maius est quàm duplũ, unũ igitur qd' ex ζβ, duobus quæ ex βν maius est, quare & tria quæ ζβ, sex quæ ex βν, sunt maiora: quod ostẽdere oportuit. Dico iam ꝙ præter prædictas quinq; figuras, non cõstruetur alia figura cõprehensa sub æquilateris & æquiangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nanq; triãgulis, neq; sub duobus alijs planis, solidus angulus nõ construitur. Sub tribus triãgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinq; quæ icosahedri. Sub sex triãgulis æquilateris & æquiangulis ad unũ signũ cõstitutis, nõ erit solidus angulus, existẽte nanq; æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt sex quatuor rectis æquales: quod est impoßibile. Omnis nãq; solidus angulus, sub paucioribus quàm quatuor rectis cõprehenditur (p 21 undecimi) iã id ꝑpterea, neq; sub pluribus quàm sex planis angulis solidus cõstruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cõprehenditur. Sub quatuor est impoßibile, erunt enim rursus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impoßibile, existẽte nanq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores: quod est impoßibile. Neq; sub polygonis alijs figuris cõprehendetur solidus angulus, quoniã absurdũ esset. Igitur præter prædictas qnq; figuras alia figura solida nõ construetur sub æquilateris & æquiangulis cõprehensa: quod erat ostendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquanguli angulus rectus est & quintũ: sic ostendendum. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulũ αβγδε, & circunscribatur (p 14 quartidecimi) ei circulus αβγδε, & accipiatur (p 1 tertij) illius centrũ, sitq; ζ, cõnectanturq; ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε. Bifariã igitur secant ipsius pentagoni angulos ad ipsam αβγδε signa. Et quoniã quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorũ (sicut qui sub αζβ) unius recti est, † quasi quintũ reliqui igitur qui sub ζαβ, αβζ, unius sunt recti & quintum. Aequalis autem est qui sub ζαβ, ei qui sub ζβγ, totus igitur ꝗ sub αβγ pẽtagoni angulus, unius recti est & quintũ: qd' ostendere oportuit. FINIS.



† παρὰ πέμπτον præter quintum, id est quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FACILÈ PRINCIPI, DEPUTATUS LIBER De regularium corporũ proportione Campano cõmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

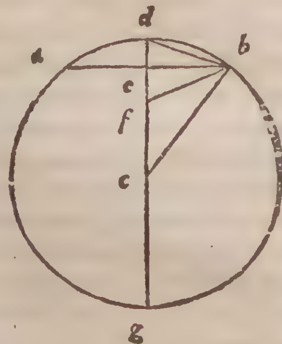
Euclid. ex Camp. Propositio 1.



OMnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni ĩtra circulũ ipsũ descripti dimidiũ, lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni ĩtra circulũ eũdẽ, descriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũq; cõiũctis ęqualis esse probat. Patet igitur ꝙ perpẽdicula

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, est ęqualis perpendicu lari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directè coniunctis.

Campanus. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per secundam partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitq; hæc perpendicularis linea c d, secans a b in puncto e, & arcũ eius in puncto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua constat quòd ipsa est latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti, cum ipsa subtendatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; quòd linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Constat autem ex ultima sexti, quod angulus g c b, quadruplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcum b d: at uerò angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulum b d c, nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus est ad angulum b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulum b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est ęqualis duobus intrinsecis, qui sunt b c f & c b f per 32 primi. Itaque duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideoq; per 6 primi c f est æqualis b f, ideoq; etiam c f, est æqualis b d, & nam b d & b f, sunt æquales adinuicem. Quare dimidium c d cum dimidio b d, est quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, est quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, est quantum c f, & dimidium f d, est quantum e f. Itaq; e c, est quantum dimidium c d cum dimidio c b & d b: quod est propositum.



Correlarium autem sic constat. Manifestum est enim ex 8 tredecimi libri quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti, est æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferentiam. Hoc quidem ibi demonstratũ est, & quasi correlarium conclusum. Cùm igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis dimidio lineæ ductę à centro ad circunferentiam & dimidio lateris decagoni, sequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

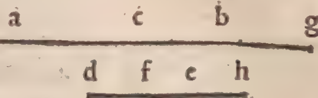
Campani annotatio. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristæus in libro intitulato, Expositio scientiæ quinq; corporum: necnon & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figuræ 12 basium ad figuram 20 basium, dicens quod proportio superficierum figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habentis 20 bases, est tanquam proportio corporis 12 basium ad corpus 20 basium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circunferentiam eius est quasi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti basium icosedri ad circunferentiam eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem sunt de figura 12 & 20 basium ab una eademq; sphæra circunscriptibilium. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cum ambo una eademq; sphæra circunscribit sicut proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmissorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circunscribens pentagonum dodecedri æqualis circulo circunscribenti trigonum icosedri cum dodecedron & icosedron eadem sphæra circunscribit, quemadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonstratione firmatur. Præmittenda sunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. Propositio 2.


Vicquid accidit uni lineę diuisę secundũ proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere.

Campanus.

CAMPANVS. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, sintq; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quòd ambarum ad sui maiores portiones est una proportio, itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim, nihil enim aliud est, quicquid uni earum accidit idem quoq; alij accidere, constat enim ex diffinitione lineæ secundum proportionem medium duoq; extrema diuisæ & ea parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c, est æquale quadrato a c, eodemq; modo quod fit ex d e in e f, est æquale quadrato d f: ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratū a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratū d f, utraq; enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c, ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e, in e f cum quadrato d f, ad quadratum d f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quæ sit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quæ dicatur e h. Manifestum est igitur ex octaua secundi, quod quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At uerò similiter quadruplum eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f, est æquale quadrato d h. At uerò ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquū est quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g sunt æquales, similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, æquum est quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h sunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, sicut quadratum d h ad quadratū d f. Quare ex secunda parte 21 sexti, proportio lineæ a g ad lineam a c est sicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, sicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, sunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, sicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplū d e, sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, sicut a c ad d f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim: quod oportebat ostendere.

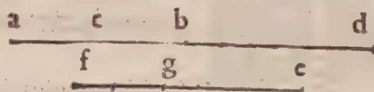


Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

3 

Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior eius portio erit latus decagoni circūscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundum proportionem habente medium duoq; extrema in pūcto c, sitq; maior proportio eius b c. Dico quòd cuiuscunq; circuli a b est latus hexagoni, eiusdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineā a b, linea d b, quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, eritq; ex 9 tredecimi, linea a d diuisa secundum proportionem habētem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, igitur erit per præmissam ambarum ipsarum ad sui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio, sicut a b ad b c, quæ est etiam eius maior portio, sed d a ad a b, sicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuisæ secūdum proportionem habentē medium duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per secundam partem 9 quinti b d & b c, sunt æquales. Cùm ergo d b sit latus decagoni, erit quoq; ex communi scientia b c latus decagoni.



Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq; ex quartam tredecimi tota a d diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuersam nonam tredecimi quam continuè post ipsam demonstrauimus, cuius circuli linea a b est latus hexagoni, eiusdem linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterum idem alia uia (si libet) demonstrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & sit maior

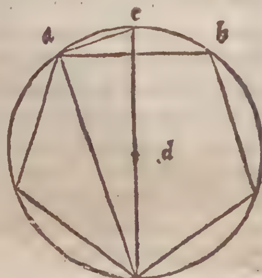
maior portio, eius linea f g. Constat igitur ex præmissa quod quemadmodum a b est æqualis e f, sic a c, est æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumque fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli, cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictum est) ex 9 tredecimi tota a d, diuisa secundum proportionem habentem mediũ duoque extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaque per præmissam a b ad b d, sicut f g ad g e, quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. Cumque a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e, æquum est quadrato f, ex diffinitione lineę diuisæ secundum proportionem habẽtem medium duoque extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g, est æquale quadrato f g, ideoque ex prima sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoque c b æqualis b d, & latus decagoni: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti, quadratumque lineæ quæ illius pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuntio. 4

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit a b, & probatur diameter c d e, diuidens lineam a b, & eius arcum per ęqualia. Est igitur arcus a e, medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e, latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtenditur uni ex angulis pẽtagoni prædicti, eo quod arcus a c, est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secundi quadratum lineæ c e, quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cum autem angulus c a e, sit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntque ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, est æquale quadratis duarũ linearum a e & d e, sequitur ut quadrata duarum linearum a b & e a, sint quincuplum ad quadratum d e: quod est propositum.



CORRELARIVM.

Manifestum est ergo quod quadratum duarum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cum cubum & figuram duodecim basium eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

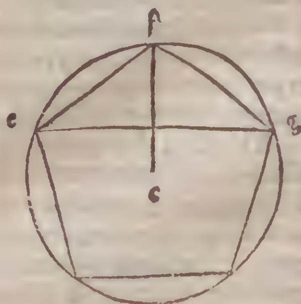
Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demonstratione 17 tredecimi, quod latus cubi subtenditur angulo pentagoni dodecedri, cũ cubum & dodecedron una eademque sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

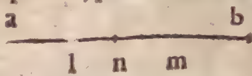


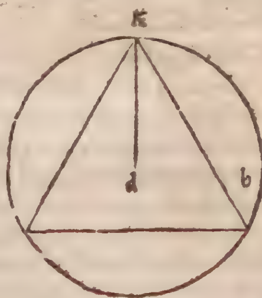
Pentagonus figuræ duodecim basium, triangulusque figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemque circulo circunscribuntur. 5

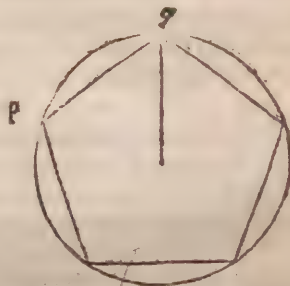
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pentagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque quod hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonum c, alter uero trigonum d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex suis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quæ subtẽdat angulum f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur



gnetur literis k h, & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quam sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, sitq; maior portio eius linea l n, & secundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaq; semidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m, eritq; ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti, ideoq; per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti, inscribatur pentagonus æquilaterus circulo p q, cuius unum latus sit p q, eritq; ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Constat autem ex demonstratione 18 tredecimi, quod h k est æqualis p q, ergo quadratum h k, est æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demonstratione 17 tredecimi, manifestum est quòd e g latus cubi ab eadem sphæra circumscriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ, potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi. Si autem e g diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, patet ex demonstratione tredecimi quod e f est tanquam maior portio eius, igitur ex secunda huius, e g ad l m, sicut e f ad l n, nam ut tota ad totam, sic maior portio ad maiorem. Itaq; per 21 sexti quadratum e g ad quadratū l m sicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarū linearum l m & l n, pariter accepta, sicut quadratum e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti & permutatā proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorū duarū linearum e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, sicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplū autem quadrati e g, est tanquam quadratum a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, est per hypothesin quincuplum ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoq; est quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, est quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, sequitur ex communi scientia ut triplum quadratorum e g & e f, sit quincuplum ad quadratū h k. Constat autem ex 8 tredecimi, quod quincuplū quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d K, nam simplū est triplum. Et ex quarta huius cōstat, quod triplum quadratorum e g & f, est quindecuplum quadrati e f, nam simplum est quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq; per 15 quinti quadratum c f, est æquale quadrato d k, quare etiam linea c f, est æqualis lineæ d K. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium, circulus circunscribens pentagonum c, est æqualis circulo circunscribenti trigonum, nam semidiametri horum circulorū sunt æquales, uidelicet c f & d K: quod erat ex principio demonstrandum.



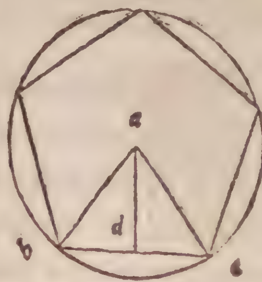




Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



Quadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli circunscribentis pētagonum figuræ duodecim basium ad latus pentagoni, atq; sub latere ipsius pentagoni continetur, omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse æquale, ex necessitate conuincitur.



CAMPANVS. Sit pentagonus a una ex 12 basibus figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c, sibiq; ex 14 quarti circunscribatur circulus supra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d, perpēdicularis ad b c. Dico ergo quòd trigincuplum eius quòd fit ex a d in b c, est æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonū d, esse diuisibilē in quinq; triangulos æquales triangulo

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes sint æquales & similes pentagono a) diuisibiles sunt in 60 triangulos, quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod aūt fit ex a d in b c, est duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simplū ad simplū sic duplū ad duplum. Cū itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiā sexagincuplum ad triāgulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 7.*



Vadratum quoq; quod est triangulum, alias trigincuplum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium, atque sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basium pariter acceptis. 7

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unum ex eius lateribus sit f g, sibiq; ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur qd' trigincuplū eius, qd' fit ex e h in f g, est æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Cōstat enim trigonū esse diuisibilem in tres trigonos, quorū quilibet per octauā primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cū cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tanquam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi, quòd fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplū e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis: quod erat demonstrandum.



CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quòd proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadem sphæra cōclusæ, est tanquam proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni, ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra, quoniam hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo cōis ueritas sic patet. Cūstat enim ex 6 huius, quòd trigincuplū a d in b c, æquum est omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis cuius, pētagonus, a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter, quòd trigincuplum e h in f g, æquum est omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus, siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat, siue diuerse, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, sicut omnes superficiebus illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplū. Constat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



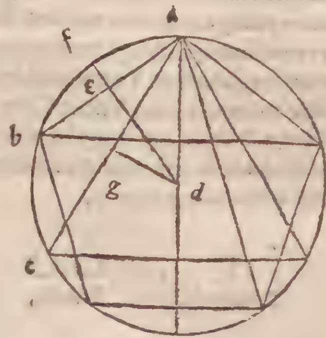
Roportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basium pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium. 8

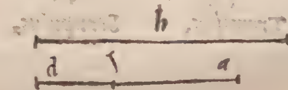
CAMP-

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquam dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoque medietas secundum proportionem habentem medium duoque extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquam dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia, Sit a b diuisa secundum proportionē habentem medium duoque extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tãquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuisa est in f secundum proportionem habentem medium duoque extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti qd' proportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplũ, tanquã simplũ ad simplũ. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estque c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cùm igitur tota a b sit dupla ad totam d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundum proportionem habentem medium duoque extrema, linea diuisa in f, quemadmodum proponitur.



Nunc igitur demonstrationi eius quod propositũ est insistamus. Ad cuius exemplum sit a b c circulus cuius centrum d, circunscribens pentagonũ dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circunscribit & concludit, nam ex 5 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonũ circunscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitque linea h, tanquam latus cubi ab eadem sphæra circũscripti. Dico itaque quod proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c, producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usque ad circunferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autem perpendicularem constat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordam quidem a b per secundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circunferentiæ. Subtendatur itaque sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habentem medium duoque extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, est æqualis dimidio f, dimidioque f a in longũ directũque cõiunctis. Sit igitur d g perpẽdicularis ad a c, eritque ex correlario 8 tredecimi g d, tanquã dimidium d f. Itaque si à linea d e quæ est tanquam dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f, erit per illud quod antè hoc probatum est, linea d e diuisa secũdum proportionem habentem medium duoque extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonstratione autem 17 tredecimi constat, quod si linea h, quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primã partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdẽ, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierũ illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uerò eius qd' prouenit ex h in g d, ad illud qd' prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c. Itaque per 11 quinti proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c: quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.





Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextãte ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiserunt: omnesque eas simul, hoc est ipsum totum, Assem uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt Deuncem: decem autem, Dextantem: nouem, Dodrantem: octo uerò Bessem: at septem, Septantem uel Septuncem: sex autem, Semissem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uerò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easque per ordinem talibus designauere figuris, quæ sæpissimè inueniuntur in antiquis libris,

As, Deunx, Dextans, Dodrans, Bes, Septunx,

Semis, Quincunx, Triens, Quadrans, Sextans, Vncia.

Vnciam quoque, quam duodecimam partem Assis fore diximus, in alias duodecim fractiones, sed alia uia diuiserunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: sextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semisseclam: decimamoctauam, Tremissem: uigesimamquartam, Scrupulum: quadragesimamoctauam, Obulum: septuagesimamsecundam, Bissiliquam: nonagesimamsextam, Ceracem: ultimam uerò quę est centesima quadragesimaquarta pars ipsius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. His autem duodecim fractionibus Vnciæ, posteriores adiunxere Chalcum: est autem Chalcus, centesima nonagesimasecunda pars Vnciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimum extremum diatesseron & diapente symphoniarum tonorum semitonorumque interuallis distinctarum, harum fractionum denominatio conscenderet uel contenderet: & ipsas omnes secundùm ordinem talibus annotauere figuris,

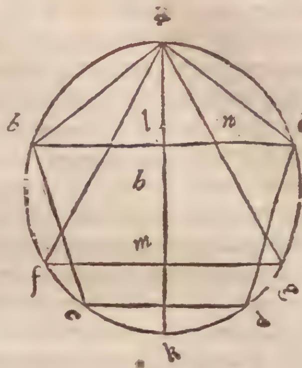
Semuncia, Duella, Sicilicus, Sexcula, Drachma, Semissecla,

Tremissis, Scrupulus, Obulus, Bissiliqua, Ceraces, Siliqua.

Chalcus.

Eius ergo quod dicitur, sensus est: Quòd si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinque sextas lineas subtendentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, sicut centrum d, eique ex undecima quarti, inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex suis angulis continentia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in puncto g, sitque d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritque b f dodrans diametri: est enim tres quartę ipsius, & a h erit dextans uel sextans a c: est enim quinta sextę eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, est ęquale pentagono inscripto circulo. Cùm enim a g sit perpendicularis ad b d, erit ex quadragesimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoque quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum, & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cùm itaque totus pentagonus quintuplus sit ad eundem triangulum, constat quòd istud quod fit ex b f in a h, est ęquale pentagono. Et illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaque circulo, cuius centrum h inscripti, pentagonus figurę duodecim basium, & trigonus figuræ uiginti basium, quas eadem sphæra circunscribit. Constat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, sitque pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea

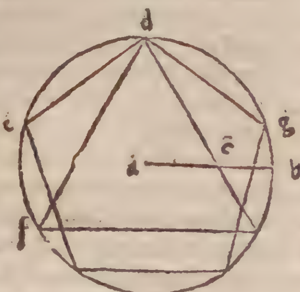
tur linea b e, quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadē ſphæra cōcluſi, ad lineā f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergò l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinq; eius ſextę. Ita quòd per præmiſſum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantes, coæquant 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplum uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplū illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplum f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

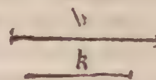


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

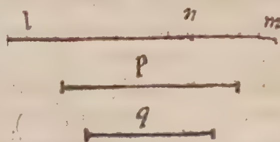
9  Iuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiuſq; maiorē portionem ad lineā potētem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pētagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potēs ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur K potens ſuper totam a b & minorem eius portionē b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti, eſt ſicut h ad k. Cōſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tanquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tantum eſt quātum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd K quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad K, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tāquam d e, erit per ſecunda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad K. Et quia per primā partem 7 quinti, d e ad K, ſicut h ad K, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut



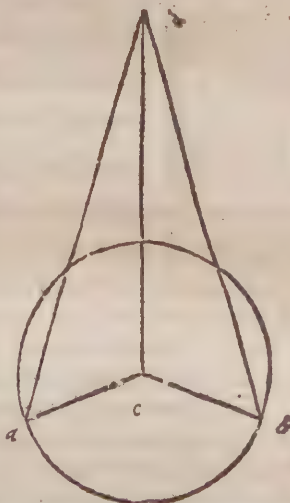


h ad K: quod est propositum. Non solum autem est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immò simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem, altera uerò super totam & eius minorem portionem, nam singularum linearum talium est proportio una. Verbi gratia, maneant priores hypotheses circa lineas a b, h & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorem portionem l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo quòd proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 2 huius, quòd b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 21 sexti, quadrati b a ad quadratum a c, est sicut quadrati m l ad quadratum n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, sicut quadrati p ad quadratum l n, & permutatim quadrati h ad quadratum p, sicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumentationis genere sequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q, est sicut quadrati c b ad quadratum n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 21 sexti, quadratum a c ad quadratum l n, sicut quadratum c b ad quadratum m n, erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p, sicut quadratum K ad quadratum q, quare per secundam partem 21 sexti h ad p, sicut K ad q. Et permutatim h ad K, sicut p ad q: quod erat demõstrandum. Et ne quisquam dubitationis locus ea quæ demonstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequẽtia firmo demõstrationis robore incõcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphæram quamlibet secet, communis sectio planæ superficiei secantis & curuæ superficiei sphæræ erit circunferentia continens circulum.

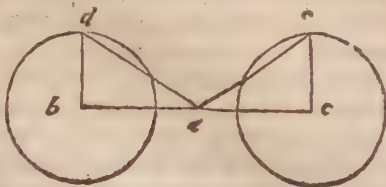
Sit igitur aliqua plana superficies secans sphæram, & sit linea a b communis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico quòd linea a b est circunferentia circuli. Aut enim centrum sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quòd si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circunferentiam sunt æquales, quemadmodum constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b circulus, & eius centrum est c, uidelicet idem quòd centrum sphæræ. Si autem centrum sphæræ fuerit extra superficiem secantem, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quò secundum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c perpendicularis ad superficiem secantem, & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectę quomodocunq; contingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiem eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad superficiem manifestũ est, quòd anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cõmuni scientia (quę ęqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratum c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere necesse est omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositum. Ex hoc itaq; manifestũ est, quòd cùm superficies secat sphæram super centrum eius, sector proueniens in superficie sphæræ est linea continens circulum, cuius centrum est centrũ sphæræ. Cùm autem superficies secat sphæram non super centrum eius, sector quoq; proueniens in superficie sphæræ, est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta à centro sphæræ ad superficiem secantem. Amplius autem dico,



Si in sphæra aliqua fuerint circuli ęquales, perpendiculares ductę à centro sphęrę ad superficies illorum circulorum erunt adinuicem ęquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorum superficies protra-

protrahantur à centro ſphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, ſecundũ quòd docet 11 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c ſunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c ſingulę lineæ rectæ ad circunferentias illorum circulorum prout libuerit, in hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq́ ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, uterq́ duorum angulorũ a b d, a c e rectus. At uerò ex ſecunda parte præmiſſi correlarij manifeſtum eſt, quòd duo puncta b & c ſunt centra circulorum b c, ideóq́ duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur ęquales, ſequitur ex diffinitione æqualium circulorum has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales, quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem, erunt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

20 

Roportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quę ambo una eademq́ ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius, autoritate Ariſtæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt, quòd circuli quorum alter circunſcribit pẽtagonum dodecedri, reliquus uerò trigonum icoſedri, quæ ambo corpora ſphæra una coërcet, ſunt adinuicẽ æquales. Itaq́ erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſuperficies omnium circulorũ circunſcribentium pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorum centra cadentes, adinuicem æquales, ſicut ex præmiſsis manifeſtum eſt, nam omnes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictum eſt, æquales ſunt ſibi adinuicem. Pyramides igitur quarum ſunt baſes pentagoni dodecedri, & coni earum ſimiliter centrum ſphæræ, ac pyramides quarum baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earum ſimiliter centrum ſphæræ, ſunt æquè altæ. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, menſurant uel determinant à conis ad baſes perpẽdiculares cadentes. Pyramides autem æquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum eſt. Itaq́ proportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri, eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonum, ideóq́ per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum, hæ autem 12 pyramides quarum ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanquam totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pentagoni tanquam omnes ſuperficies eius, itaq́ proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad trigonum icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omnium ſuperficierum dodecedri ad uigincuplum trigoni icoſedri. Cùm igitur uigincuplum huius pyramidis ſit tanquam totum corpus icoſedri, at uigincuplum iſtius trigoni tanquã omnes ſuperficies ipſius icoſedri, erit proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́ ſphæra concludit, ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorum philoſophorum de proportione horum duorum corporum ſententia, fixa ſolidaq́ demonſtratione roborata. Cui quoq́ adijciendum eſt hoc, nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri unà cum ipſo cubo ab eadem ſphæra concluſi, ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eidemq́ ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema eſt proportio lineę potentis ſuper totam & eius maiorem portionẽ, ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circunducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiam ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecundum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo unà atq́ eadem ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtum eſt quòd proportio lateris cubi alicui

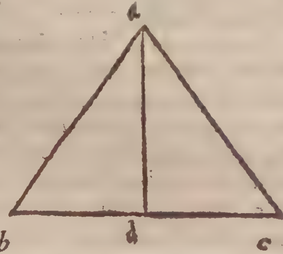
sphæræ inscripti ad latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circunscripti, item proportio cunctarũ superficierum dodecedri ad cunctas superficies icosedri, quæ ambo eadem sphæra circunscribit, & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundum proportionẽ habentem medium duoq́ꝫ extrema, & super eius maiorem portionem ad lineam potentẽ super eandem & super eius minorem portionem, itaqꝫ iterũ proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq́ꝫ sphæra coërcet, est proportio una. Mirabilis itaqꝫ est potentia lineæ secundum proportionem habentem mediũ duoq́ꝫ extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantium admiratione digna conueniant, hoc principium uel præcipuũ ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiam figura, irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est quòd proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi proportio lineæ potentis super quamlibet lineam secundum præfatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem, ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem. Quoniam uerò de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, studeamus de ipsis aliquid dicere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*



N omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpendicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potentialiter sesquitertium esse conueniet. 11

CAMPANVS. Sit enim triangulus æquilaterus a b c, ducaturq́ꝫ ab angulo a, linea a d, perpẽdicularis ad basin. Dico quòd a b est potẽtialiter sesquitertium ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaqꝫ ex 4 secũdi quadratum b c, quadruplum ad quadratũ b d, ideoq́ꝫ etiam quadratum a b, quadruplum est ad quadratum b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaqꝫ quadratũ a d, triplũ est ad quadratũ b d: constat ergo propositũ.

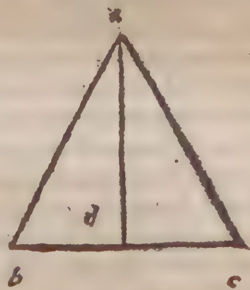


Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



Mnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur. 12

CAMPANVS. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantũ. Dico itaqꝫ quòd ipse triãgulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, angulo a ad basin, eritq́ꝫ ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitione superficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autem ex ultima parte decimæ mediante præmissa, erit incõmensurabilis lineæ a b, ideoq́ꝫ & linea b d, quæ est tanquã eius dimidium. Sunt itaqꝫ duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superficies unius earum in alteram est medialis. Cumq́ꝫ superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, cõstat uerũ esse qd' diximus.



Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*



Vnctę superficies utriuslibet duorũ solidorũ, quorum alterum est pyramis quatuor basium triangularium & equilaterarum, reliquum uerò est corpus octo basium triangulariũ & equilaterarũ pariter acceptę, si diameter sphere ea circũscribẽtis rõnalis fuerit, cõponunt superficiẽ medialẽ. 13

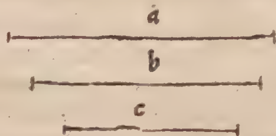
CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterũ duorum propositorũ corporũ circũscribentis fuerit rõnalis siue in lõgitudine siue in potẽtia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi, lat' pyramidis rõnale in potẽtia, et ex correlario eiusdẽ 35, latus quoqꝫ corporis octo basiũ rõnale in potẽtia, quare per præmissam, triãguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt superficies mediales. Et quia triãguli utriuslibet eorũ sibi ad inuicẽ sunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 I tetrachedron & octoedrō una eademq́ sphæra circunscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autē bases octoedri pariter acceptas, ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialteram proportionem habere necesse est.

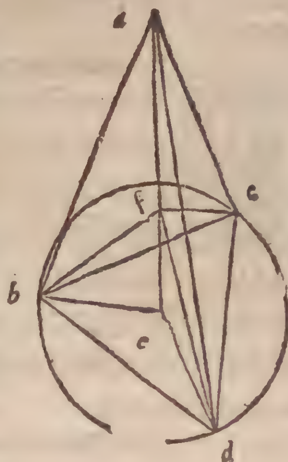
CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circunscribens pyramidem cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quòd triangulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c, & quod superficies quam componūt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorū est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quòd quadratum a ad quadratum b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uerò 15 eiusdem manifestum est, quòd quadratum a ad quadratū c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratum autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni ęquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij, hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 Yramide quatuor basium triangularium atque ęquilaterarum intra sphæram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum, eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circunscribētis eam cadere, atque eidem basin perpēdiculariter insistere necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum, intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorum esse basis, imaginemur nunc eius solidum angulum a esse conum, & triangulum b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circunscriptum esse circulum b c d, dehinc à puncto a, quem imaginati sumus conū pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f, qui est centrum sphæræ circunscribentis pyramidem de qua disputamus, & occurrat hęc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctum e. Dico igitur quòd punctum e est centrum circuli b c d, & quòd linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producam enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a b c d, sunt in superficie sphærę cuius centrum f, propter hoc quod illam sphæram positum est circunscribere hanc pyramidem, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f d, adinuicem æquales, sunt enim ductæ à centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,



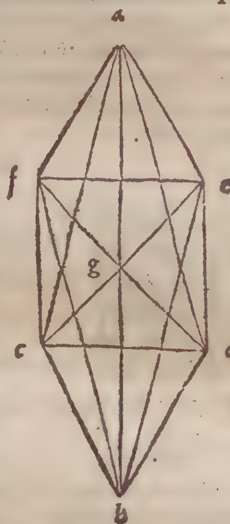
sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a e, nam pyramis posita est æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e esse æqualem angulo c f e, necesse est enim ex 8 primi, ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, est centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta à centro sphæræ ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis, cadit super centrum eiusdē circuli, sicut ex ijs quæ præmissa sunt, uidelicet ex ijs quæ 10 huius immediatè præcedunt didicisti, conuincitur lineam a f e esse perpendicularem ad superficiem circuli a b c, quemadmodum proponitur. Sin aūt, erunt eiusdem circuli duo centra, quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



Olidū octo basiū triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua sphæra circūscribitur, diuisibile est in duas pyramides ęquè altas quarum altitudo ęqualis est semidiametro sphęrę, basis autem utriusq; quadratum quod est subduplum quadrato diametri sphæræ. 16

CAMPANVS. Esto corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarū cuius sexanguli sint a b c d e f, circunscripta à sphæra cuius centrum g. Constat itaq; quod sex puncta a b c d e f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum sex punctorum, erunt duæ lineæ iungentes ipsum eis adinuicem æquales, cū ipsæ sint à centro sphærę ad superficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi, sit diameter sphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 secundi latus huius corporis potentialiter duplū ad semidiametrum sphęræ. Quadratum ergo e f, duplum est ad quadratū ipsius c e, ideoq; ęquale duobus quadratis duarum linearum e g & g f. Itaq; per penultimam primi angulus c g f, est rectus, eadem ratione quisq; angulorum f g d, d g e, et e g c, est rectus, quare per 14 primi, & c g d, et f g e est linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c f d e g, sunt in superficie una. Manifestum est autem ex 5 primi & 32 eiusdem quòd quilibet quatuor angulorum c e, d e, f, est rectus, igitur ex diffinitione quadrati, superficies c e d f, est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis, constat ex correlario 15 tredecimi, istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione cōstat utranq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum esse perpendicularem ad superficiem c e d f, & ambas scilicet a g & g b per 14 primi componere lineam unam. Diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem a c f d e, cuius basis quadratum c e d f, quod est subduplum quadrato diametri sphęrę, & etiam altitudo linea a g quę est semidiameter sphęræ, & in pyramidem b c f d e, cuius basis est prędictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ est semidiameter sphęræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

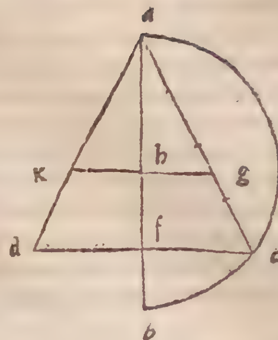


Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

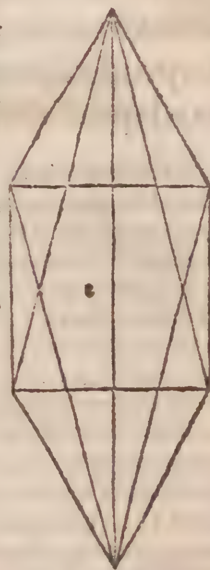


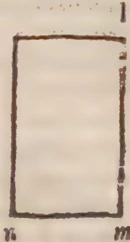
Yramidem quatuor basium triangularium atq; ęquilaterarum sphæra aliqua circunscribēte, erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrātem lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiente uigesimasseptimas eius dodrantis continetur, ad quadratum diametri sphærę, sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangularium atque ęquilaterarum, quę ambo eadem sphęra circumducantur. 17

CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b & centrum h, circunscribens pyramidē quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum quod sit e, sitq; linea l m potentialiter subsesquitertia ad dodrantem lineæ a c quę est latus pyra-

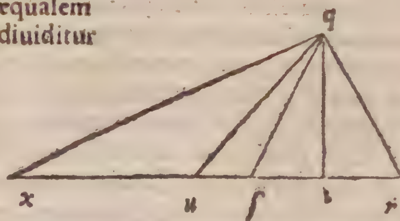


pyramides, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinque uigesimasseptimas, sit p quadratum diametri a b. Dico itaque quod proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut superficiei l m in m n, ad quadratũ p. Imaginemur enim solidum angulum a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unum latus est d c, secare diametrum sphæræ in puncto f, eritque (quemadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestum est) a f dupla ad f b. Cumque etiam a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoque a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiem secantem pyramidem a c d, super cẽtrum sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitque linea g K communis sectio huius superficiei & trianguli a c d, eritque ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h, igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secũda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierum & similium corporum, quod pyramis a g K est similis pyramidi a c d, ideoque ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaque proportio pyramidis a c d ad pyramidẽ a g K, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r f ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantem lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r f, erit ex 11 huius linea q t potentialiter subsesquitertia ad lineam q r, ideoque æqualis l m. Adiiciatur quoque lineæ r f linea f x, ita quod proportio r x ad r f, sit sicut 64 ad 27, diuidaturque r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r f est 27, aut r x 64, eritque r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritque ex 1 sexti, proportio trianguli q r x ad triangulum q r f, sicut 64 ad 27 Cumque per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in t u, duplũ quoque sit ad triangulũ q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triangulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulum q r f, est sicut 64 ad 27: ideoque sicut pyramidis a c d ad pyramidem a g K. Manifestum est autem ex 15 huius, quod linea a f est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, ideoque per 19 undecimi linea a h est etiam perpẽdicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g K pyramidis, est semidiameter sphærę. Diuidatur itaque octoedrõ e, quemadmodum proponit præmissa, erit itaque utraque duarum pyramidum in quas ipsum e diuiditur, æquè alta pyramidi a g K, nã singularum altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æquè altę, suis basibus sunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonstratum est, erit proportio pyramidis a g K ad utranque earum in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g K ad totum octoedron e, est sicut suæ basis quam constat esse æqualem triangulo q r f, ad bases ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cõstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g K, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonũ q r f, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g K ad octoedron e, sicut trigoni q r f ad quadratũ p, erit per æquã proportionalitatẽ proportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratũ p. Et hoc erat demonstrandum.







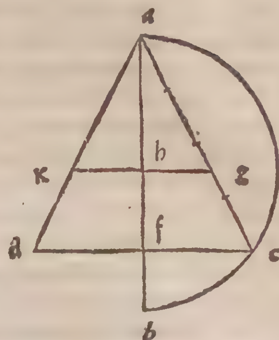


CORRELARIVM.

Ex præmissis igitur manifestum est, quòd perpendicularis ueniẽs à centro sphærę ad pyramidem quatuor basium triangularium atque ęquilaterarum circunscribẽtis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, ęqualis est sextę parti diametri sphęrę.

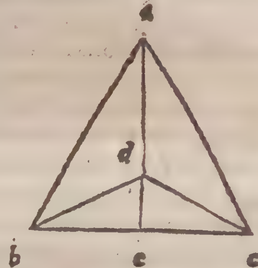
Cum

Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint similes & æquales, erunt quoque circuli ipsos circunscribentes æquales, ideoque perpendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorum centra, erũt etiam æquales, perpẽdiculares aũt cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases pyramidis, itaque perpendiculares ad bases, sunt adinuicem æquales. Linea autem h f, est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, quam h f quia constat ex prædictis esse sextam partem diametri a b, relinquitur ergo esse uerum quod per correlarium concluditur. ¶Idẽ aliter demonstrare contingit, si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum:



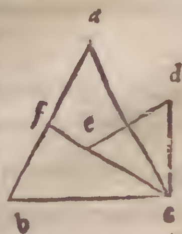
In omni triangulo æquilatero linea descẽdens ab uno angulorũ eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularem quę à centro circuli trigonum ipsum circunscribẽtis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a b c, ęquilaterus, sitque d centrũ circuli ipsum circũscribentis, à quo ducãtur lineę ad singulos angulos, quas manifestum est esse ęquales, cum sint à centro circuli ad circunferẽtiam. Sint enim tria puncta a b c, in circunferentia circuli ipsum trigonum circunscribentis, protrahatur autem a d in continuum & directum, quousque obuiet lateri b c super punctum e. Constat igitur ex 8 primi, quod angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoque ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e recti. Itaque d e perpendicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circunscribentis trigonum a b c, & a e perpendicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo quod a e tripla est ad e d. Constat enim quod tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoque qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritque tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d, Quemadmodum proponitur.



Necesse est ergo ut perpẽdicularis cadẽs ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrũ circuli trigonum ipsum circunscribentis.

Nunc itaque quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum, cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse à sphæra cuius centrum d & protrahatur linea d e perpẽdicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circunscribentis. Dico igĩtur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circunscribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Cõstat autem ex 4 secundi quod secundum quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 36 & quadratum semidiametri d c, 9 ex correlario autem 13 tredecimi est quadratum b c, 24 & per 11 huius quadratũ c f, 18 & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratum d c 9, & quadratum c e, 8, prout quadratum diametri sphæræ 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaque linea e d est unũ, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atque æquilaterarũ tripla est in potẽtia ad perpẽdicularẽ à cẽtro sphæræ circunscribẽtis ipsum, ad quãlibet suarũ basium descendentẽ. Constat quidẽ quẽadmodũ dictũ est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circunscribẽtes æquales, ideoque perpẽdiculares à cẽtro sphæræ in ipsorum circulorũ centra cadentes, erunt adinuicem æquales.



Cumque

Cumq; perpendiculares ad circulos basium, sint quoq; perpendiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c, una ex basibus octoedri circunscripti, à sphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter sphæræ sit potentialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphæræ, ideoq; cùm quadratum lineæ b c est duodecim, quadratum lineæ d c, quæ est semidiameter sphæræ sex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c est duodecim, quadratum c f est nouem. Et ex præmisso antecedente, quadratum c e est quatuor. Itaque cùm quadratum d c, quæ est semidiameter sphæræ est sex, quadratum c e est quatuor, Et quia ex penultima primi, quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum c e & e d, sequitur ut quadratum e d sit duo, prout quadratum d e est sex. Constat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 

DVplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario decimæquartæ tredecimi, quòd diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratū lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquum erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaq; duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadragesima undecimi libri facilè probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in besse quadrati producti, ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis, cubi soliditas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM

deputatus liber De regularium corporum proportione, traditore Hypsicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine est decimusquartus.

PROOEMIVM.



BASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriã petijsset, patriq; nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoque discutiendo, id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphera descriptorum comparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem: uidebatur nanque Apollonius hæc rectè minimè conscripsisse, ipsi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perscripserant. Ego uerò posterius alium comperi librum ab Apollonio conscriptum, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonstrationē: gauisi sunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; editum uidetur cōmuniter considerare, nam sic

circum-

circumfertur. Quod uerò à nobis rursus laboriose cõscriptum uisum est, ea quæ ex commentatione deprehendi, tibi† discutienda esse censui, propter eam quæ in omnibus disciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur: ut quę dicentur possis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob promptè ea amorẽ erga nos. Benignè igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tẽpus iam esto prooemio supersedere, & constructionem exordiri.

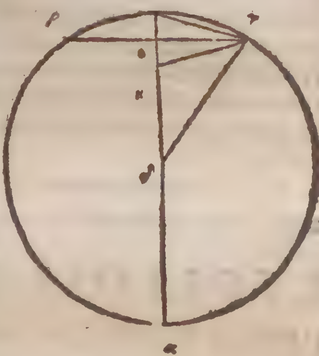
προσφωνῆσαι dedicare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Camp. 1.

Quę ex cẽtro alicuius circuli in pẽtagoni latus in eodẽ circulo descripti perpendicularis acta, dimidia est simul utriusq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.

HYPSICLES ex Zãb. *Sit circulus α β γ, & in ipso α β γ circulo latus pentagoni æquilateri sit β γ assumanturq; (per 1 tertij) centrũ ipsius circuli, sitq; δ, & in ipsam ζ γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendãturq; in rectas lineas ipsius δ ε recta linea δ ε ζ. Dico q̃ ipsa δ ε dimidia est & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo descriptorum. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipsi ε ζ æqualis η ε, & ab ipso η in γ connectatur η γ. Quoniam quincupla est totius circuli circunferentia ipsius ζ γ circunferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia est circunferentia α γ ζ, ipsius autem β γ ζ dimidia est ζ γ, igitur & circunferentia α γ ζ ipsius ζ γ circũferentiæ quincupla est. Quadrupla igitur est α γ ipsius ζ γ. Sicut aũt α γ ad ζ γ, sic qui sub α δ γ angulus ad eum qui sub ζ δ γ angulũ: quadruplus igitur est qui sub α δ γ, eius qui sub ζ δ γ. Duplus autem qui sub α δ γ, eius qui sub ε ζ γ, duplus igitur est qui sub ε ζ γ, eius qui sub η δ ε. Est autem qui sub ε ζ γ ei æquus qui sub ε η γ, duplus est igitur is qui sub ε η γ, eius qui sub η δ ε, æqualis igitur est δ η, ipsi η γ. Sed η γ ipsi ζ γ est æqualis: æqualis igitur est δ η ipsi ζ γ. Est autẽ η ε ipsi ε ζ æqualis: æqualis igitur est & ipsa δ ε, simul utriq; ε ζ γ. Cõmunis aũt apponatur & ipsa δ ε. Vtraq; igitur simul δ ζ γ, dupla est ipsius δ ε. Est autem δ ζ, æqualis quidem ipsius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia est & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo descripto rum. Manifestum nempe est ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex cẽtro circuli in latus trianguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia est eius quæ ex centro circuli.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

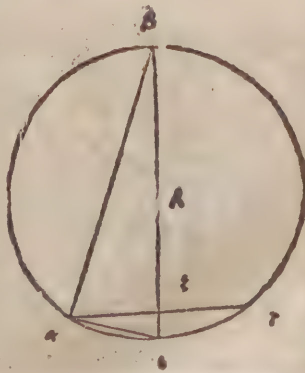
Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.

ἐκδόσει editione

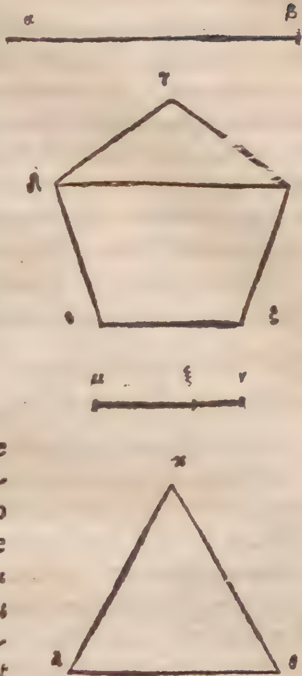
HYPSICLES ex Zãb. *Hoc inquam, ab Aristæo describitur in eo libro cuius index est quinq; figurarum comparatio, ab Apollonio autem in secũda * traditione comparationis dodecahedri ad icosahedrum, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic & ipsum dodecahedrum ad ipsum icosahedrum, quoniam ex centro sphæræ in dodecahedri pentagonum & in icosahedri triãgulũ perpendicularis acta eadẽ est. Describẽdũ quoq; à nobis est, q. idẽ circulus cõprehẽdit & dodecahedri pẽtagonũ et icosahedri triangulũ in eadẽ sphæra descriptorũ. Hoc* descripto, si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ sub binis pentagoni lateribus subtensa est recta linea, quintuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli.*

προγραφέντος.

Sit circulus α β γ, & in ipso α β γ circulo sit latus pentagoni α γ, assumaturq; (per 1 tertij) ipsius circuli centrum & sit δ, & in ipsam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ: & extendatur in ε, & connectatur α β. Dico quòd quæ ex β α, α γ quadrata, quincupla sunt eius quod ex δ ε quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni est. Et quoniam β ε, ipsius δ ε dupla est,

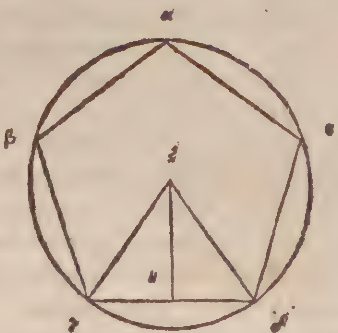


quadruplum



quadruplũ igitur est quod ex β ε, eius quod ex δ ε. Ei aũt quod ex β ε, æqua sunt quæ ex β α, α ε: quadrupla igitur sunt quæ ex β α, eius quod ex δ ε: quincupla igitur sunt quæ ex α β, α ε, & δ ε, eius quod ex δ ε: quæ autẽ ex δ ε, ε α, æqualia ei quod ex α γ: quincupla igitur sunt quæ ex β α, α γ, quod ex δ ε. Hoc ostenso demonstrandum est quòd circulus idem cõprehendit & dodecahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter α β, & in eadem sphæra describatur dodecahedrũ & icosahedrũ, & sit quidẽ unum dodecahedri pentagonum, γ δ ε ζ η, icosahedri uerò triãgulum esto κ λ θ. Dico quòd quæ ex cẽtris circulorũ qui circum ipsa, sunt æquales, hoc est quod idẽ circulus cõprehendit & quinquãgulum γ δ ε ζ η, & ipsum κ λ θ triãgulum. Connectatur δ η. Cubi igitur latus est δ η (per 17 decimitertij & eius correlariũ) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplũ sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autẽ & ipsius sphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli, à quo icosahedrum describitur: est igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli, à quo icosahedrũ describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media rõne in ξ, sitq; maius segmẽtum μ ξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplum autẽ qd' ex β α, eius qd' ex δ η (per correlariũ 15 decimitertij) tria igitur quæ ex δ η æqua sunt quinq; quæ ex μ ν. Sicut aũt tria quæ ex δ η ad quinq; quæ ex μ ν, sic tria quæ ex γ η, ad quinq; quæ ex μ ξ: tria igitur quæ ex γ η, quinq; quæ ex μ ξ sunt æqualia. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quæ ex κ λ, æqua sunt trib. quæ ex δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidẽ quæ ex δ η, & tria quæ ex γ η, sunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi γ δ ε ζ η pẽtagono circunscripti: patuit nãq; qd' ex δ η, unà cum eo qd' ex γ η, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex cẽtro circũscripti ipsi γ δ ε ζ η pẽtagono. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, æqualia sunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi κ θ λ triãgulo circunscripti, patuit equidẽ (per 12 decimitertij) quòd quod ex κ λ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi κ λ θ triãgulo circũscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua sunt eis 15 quæ ex ea quæ ex centro: unum igitur qd' ex ea quæ ex cẽtro, æquum est uni eorũ qd' ex ea quæ ex cẽtro, dimetiens igitur ipsi diametro est æqualis. Idẽ igitur circulus cõprehẽdit & ipsius dodecahedri quinquãgulum, & ipsius icosahedri triãgulum in eadem sphæra descriptorum. Eucl. ex Zãb. Theor. 3. Prop. 3.

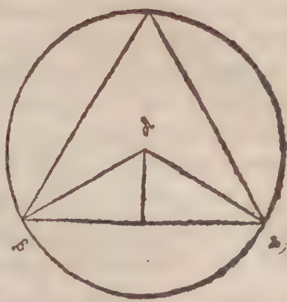
3 Si fuerit pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ, & circũ ipsum circulus, & ex centro perpẽdicularis in unũ latus acta fuerit, qd' trigesies sub uno laterũ & ppẽdiculari, æquũ est ipsius dodecahedri supficiei.



HYPSICLES ex Zãb. Esto pẽtagonum æquilaterũ & æquiãgulum α β γ δ ε, & circũ quinquãgulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrum) sitq; ζ, & ab ipso ζ in γ δ perpẽdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico quòd quod sub γ δ, η ζ trigesies, æquum est 12 pentagonis quæ α β γ δ ε. Cõnectãtur γ ζ, ζ δ. Quoniã quod sub γ δ, η ζ, duplum est ipsius triãguli γ δ ζ: qd' igitur quinquies sub γ δ, ζ η, decẽ triãgula sunt æqualia. Decẽ uerò triãgula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies: qd' igitur trigesies sub γ δ, η ζ, decem quinquãgulis æquum est. Duodecim aũt quinquãgula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ δ, ζ η, æquum est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoq; demõstrabimus quòd, & si fuerit triãgulum æquilaterũ sicut α β γ, & circum ipsum circulus, & cẽtrum circuli δ, perpẽdicularis uerò δ ε, quod trigesies sub β γ δ ε, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniã enim rursus quod sub δ ε, β γ, duplum est ipsius δ β γ, bina igitur triãgula æqua sunt ei quod sub δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δ β γ, æqua sunt tribus eis quæ sub δ ε, β γ. Sex autẽ triãgula δ β γ, æqua sunt binis α β γ. Tria igitur quæ sub δ ε, β γ, æqualia sunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ε, β γ,

æquum est uiginti triangulis α β γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic quod sub γ δ, ζ κ, ad id quod sub β γ, δ ε.

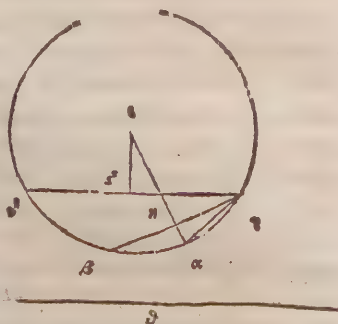
Correlarium. Ex hoc nempe manifestum est, quòd sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiē, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquāgulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri, & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadē sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.



Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

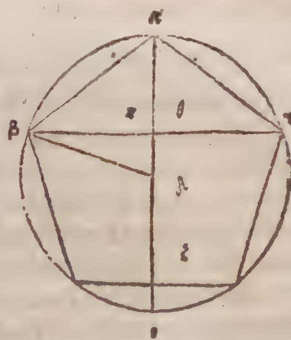
Camp. 8. Hoc demonstrato ostendendum est, quod erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.

HYPS. ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquāgulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, sitq; δ β γ, & in ipso δ β γ describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquāguli uerò α γ, & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ε, & ab ipso ε in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ε ζ, ε η, & extendatur in rectas lineas ipsi ε η recta linea η β, & connectatur β γ, ponaturq; cubi latus κ θ. Dico quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē, sic est θ ad γ δ. Quoniā enim utraq; simul ε β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmētum est β ε (per 9 decimitertij) & est quidē utriusq; simul ε β γ dimidia ε η (per 1 decimiquarti) ipsius autē β ε dimidia est ε ζ, & ipsa igitur ε η extrema & media ratione diuisa, maius segmētum est ε ζ. Est autē & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostēsum est: sicut igitur θ ad γ α, sic ε η ad ε ζ: æquum igitur est quod sub θ ζ ε, ei qd' sub γ α, ε η. Et quoniā est sicut θ η ad γ δ, sic quod sub θ ε ζ, ad id quod sub γ δ ζ ε, ei autem quod sub θ ε ζ, æquum est quod sub γ α η ε: & sicut igitur (per 11 quinti) θ η ad γ δ, sic quod sub γ α η ε, & ad id quod sub γ δ ζ ε, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ η ad γ δ.



Camp. 8. Aliter ostendere, quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti.

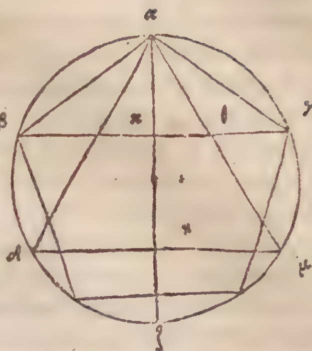
Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, describantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ connectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipsius ε θ, esto tripla. Dico quòd sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est η γ ipsius γ θ, dupla est η θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est η γ, ipsius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ η ad η θ, æquum igitur est quod sub α ζ, θ η, ei quod sub δ α, γ η. Ipsa autem γ η, ipsi β η est æqualis, quod igitur sub α δ, β η, æquum est ei quod sub α ζ, θ η. Quod autem sub α δ, β η, bina sunt triangula sicut α β δ, & quod igitur sub α ζ, η θ, bina sunt α β δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, decem sunt triangula. Decem uerò triangula, bina sunt pentagona: quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est η θ ipsius θ γ, quod sub α ζ η θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinq; quæ sub α ζ, η θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquāgulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α ζ, β θ, igitur æquum est uni pentagono.



Camp. 8. Hoc demōstrato, nūc exponat̄ circulus cōprehēdens & dodecagoni pentagonū & icosahedri triāgulum, in eadē sphæra descriptorū.

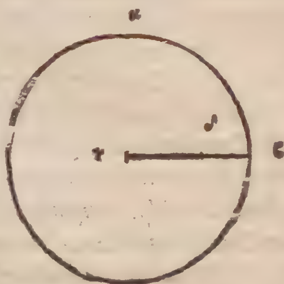
Describātur in ipso circulo α β γ pētagoni æquilateri latera β α, α γ, & connectatur β γ, & assumatur centrum

centrum circuli, & sit ε, & ab ipso α in ε connectatur α ε, & extendatur α ε in ζ: & sit α ε ipsius ε κ dupla: tripla autem κ γ ipsius γ θ. Et ab ipso η, ipsi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) η μ, & extendatur in rectas lineas η δ ipsi κ μ, trianguli ergo æquilateri est δ μ. Connectãtur ipsæ α δ, α μ: æquilaterũ igitur est ipsum α δ μ triangulum. Et quoniam quod sub α κ, θ β, æquum est ipsi quinquangulo: quod autem sub α κ δ, æquum est ipsi α δ μ triangulo: est igitur sicut quod sub α κ, θ β, ad id quod sub δ θ α, sic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod sub β θ α κ, ad id quod sub δ κ α, sic β θ ad δ κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) duodecim β θ, ad uiginti δ κ, sic 12 quinquãgula ad 20 triangula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et 12 quidem β θ, sunt 10 β γ: nam ipsa β θ, ipsius α γ quincupla est, & β ε ipsius γ θ sexcupla est. Sex igitur β θ, sunt æquales 5 β γ & duplicia, 20 uerò δ κ, 10 sunt δ μ: dupla nãq; est δ μ, ipsius δ κ. Sicut igitur 10 β γ ad 10 δ μ, hoc est sicut β ε ad δ μ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, & β γ quidem cubi est latus δ μ ipsius icosahedri: & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic β γ ad δ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam, quòd (recta linea secta, extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmento, ad potentẽ quod à tota & minori segmento, talem habet rationẽ cubi latus ad icosahedri latus. Camp. 9.

Esto circulus α β comprehẽdens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triãgulum in eadem sphæra descriptorũ, capiaturq; (per 1 tertij) centrum circuli, et sit γ, & extẽdatur quædã ab ipso γ utcũq; recta linea β γ, seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentum sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ, in eodem circulo descripti. Exponatur icosahedri latus et sit ε, dodecahedri uerò & sit ζ, cubi autem & sit κ. Igitur ε triãguli latus est æquilateri, & ζ pentagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius κ, extrema & media ratione diuisæ, maius est segmentum. Et quoniã ε æqualis est ipsi æquilateri triãguli lateri, triãguli aũt æquilateri latus (per 12 decimitertij) potẽtia ipsius β γ triplum est: triplum igitur est quod ex ε, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, ε δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ε, ad id quod ex γ β, sic sunt quæ ex γ ε, β δ, ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ε ad ea quæ ex γ β, β δ, sic quod ex γ β, ad id quod ex ε δ. Sicut autẽ quod ex β γ, ad id quod ex γ δ, sic est quod ex κ, ad id quod ex ζ: maius nanq; est segmẽtum ζ, ipsius κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ε, ad ea quæ ex γ β, β δ: sic quod ex κ, ad id quod ex ζ, & uicissim (per 16 quinti) Ac conuersim, sicut igitur quod ex κ, ad id quod ex ε: sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ε, ε δ. Ei autem quod ex ζ, æqua sunt quæ ex ε γ δ, quinquãguli nãq; latus (per 10 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex κ, ad id quod ex ε: sic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ β. Sicut autẽ quæ ex β γ δ, ad ea quæ ex γ δ β, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmento, ad potentẽ quod ex tota & ex minori segmento: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex κ, ad id quod ex ε, sic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potẽtem id quod ex tota & minori segmento. Est autem κ latus cubi, & ε icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentẽ totam & minus segmentum, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.



Ostendendum iam nunc est, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum. Camp. 10.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distant à centro (à centro nanq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares inquam: * æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides, ἰσοϋψεῖς idest æquè altæ.

habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habentes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, sic pyramis, cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per 11 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, sic 12 pyramides pentagona bases habentes, ad 20 pyramides triangula bases habentes Et 12 pentagona, sunt dodecahedri superficies, & 20 triãgula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic 12 pyramides pentagona bases habentes, ad 20 pyramides triangula bases habentes. Suntq; 12 quidem pyramides pentagona bases habentes, solidum ipsius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri, & quæ sequuntur.

Camp. 11. Quòd si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) αβ, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit αγ, similiter quoq; & δε (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentũ eius esto δζ. Dico quòd est sicut tota αβ, ad maius segmentum ipsius αγ, sic tota δε ad maius segmentum ipsius δζ. Quoniam etenim quod sub αβγ æquum est ei quod ex αγ: quod autem sub δεζ, æquum est ei quod ex δζ: est igitur sicut quod sub αβ, βγ, ad id quod ex αγ, sic quod sub δε, εζ, ad id quod ex δζ. Et sicut quòd quater igitur sub αβγ, ad id quod ex αγ: sic quòd quater sub δεζ, ad id quod ex δζ. Et componendo (per 18 quinti) sicut quòd quater sub αβγ, unà cum eo quod ex αγ, ad id quod ex αγ: sic quòd quater sub δεζ, unà cum eo quod ex δζ, ad id quod ex δζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δεζ, simul ad id quod ex δζ, & longitudine, sicut utraq; simul αβγ ad αγ, sic utraq; simul δεζ ad δζ. Componendo (per 18 quinti) sicut utraq; αβγ, unà cum αγ ad αβ, sic utraq; δεζ, unà cum δζ ad ipsam δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ.



In antiquißimo codice sic: Quare & sicut quod ex utraq; simul αβγ, ad id quod ex αγ, sic quod ex utraq; simul δεζ, ad id quod ex δζ, & longitudine sicut utraq; simul αβγ, unà cum αγ, hoc est binæ αβ ad αγ, sic utraq; simul δεζ, unà cum δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & dimidia, sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ. *Hoc demonstrato, quòd (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus: hoc etiam demonstrato, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad isocahedri superficiem in eadem sphæra descriptorũ, & hoc quoq; percepto, quòd sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehẽduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quòd si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) sicut potens, quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quòd si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationem habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmẽtum: sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptum, sic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.*

LIBRI XIIII
FINIS.

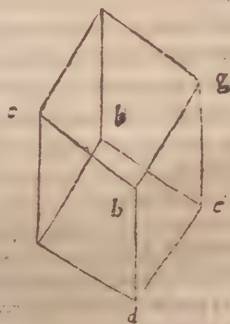
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex traditione Campani, Geometricorum elementorum Liber decimus quintus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



1 Ntra propositum cubum, corpus habens quatuor bases triangulas æqualium laterum designare.

Campanvs. Sit cubus cuius basis est quadratum a b c d, suprema uerò eius superficies quadratum e f g h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet. Quadrato basis secundum quamlibet lineam ex quadragesimaquinta primi descripto, super singulos angulos eius ex duodecima undecimi catheti, secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigantur, quos ex sexta undecimi constat esse ęquidistantes. Quinque ergo eorum bini & bini, corausto eis imposito æquidistanter lateribus quadrati continuentur. Constat igitur esse compositum cubum, nam quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ, ex trigesima tertia primi, & ex trigesimaquarta eiusdem & diffinitione quadrati: de suprema autem superficie manifestum est quoq; quòd ipsa est quadrata ex uigesima, immo uigesimaquarta undecimi, & hac communi scientia, quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & æquilaterarũ inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorum, & alia continuet supremas aliorum duorum, quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum superficiei supremæ, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales superficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidem a h & h c, at uerò ab f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse constat: eo quod ex quarta primi, omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.

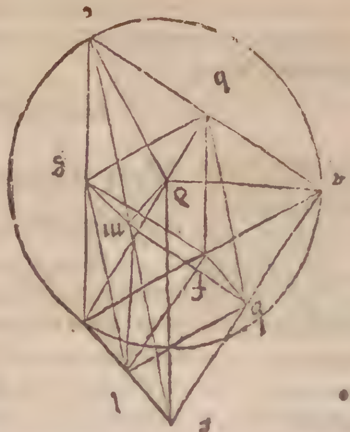


Eucl. ex Camp. *Propositio 2.*



2 Ntra datum corpus habẽs quatuor bases triangulas atq; æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere.

Campanvs. Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & ęquilaterarum, octoedron libeat inscribere, prius conuenit pyramidem ipsam fabricare, quę ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet linęę quantitatem trigonus ęquilaterus, qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrum d, & exeat d e perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni, ex duodecima undecimi, quę ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusę super tria puncta a b c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarum & ęquilaterarum: protrahãtur enim



d a,d b,d c. Cùm igitur anguli quos continet linea e d,cum singulis lineis d a,d b,d c,sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem,cumq; quadratum lineę e d sit ex hypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli a b c,erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarum linearum e a,e b,e c,triplum ad quadratum semidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi,quadratum quoq; cuiusq; trium laterum trianguli a b c,triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli,igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicem æqualia,quare ipsa est æquilaterarum basium. Cùm itaq; sibi octoedron includere uoluerimus,diuidemus unumquodq; sex laterum eius in duo medio ęqualia,& continuabimus medium punctum cuiusq; laterum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum,cum quibus ipsum continet & angulum superficialem: uerbi gratia,diuidam latera basis in punctis f,g h,& hypothenusas cadentes ab e,in punctis k,l,m,& continuabo punctum f,cum puncto g & cum h & cum k & cum l,punctumq; m,cum eisdem h & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium ijs duodecim lineis media puncta laterum fabricatę pyramidis iungentibus contentum. Has autem octo bases ex quarta primi,quoties oportet repetita ęquilateras esse manifestum est, ipsum quoq; corpus statutę pyramidi ex diffinitione inscriptum,quemadmodum iussi eramus, efficere.

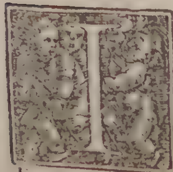
Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ntra cubum asignatū figuram octo basium triangularium æqualium laterum constituere. 3

Campanvs. Cubo intendimus inscribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat,in prima huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularium & ęqualium laterum in eo ex prima huius designetur,ac intra ipsam pyramidem ex pręmissa octoedron distinguatur: quo facto,simul etiam factum erit quod uoluimus. Constat enim ex ratiocinatione primę,latera cuncta ipsius inscriptę pyramidis esse diagonos basium cubi,& ex ratiocinatione præmissæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis: quare manifestum est,omnia angularia puncta huius octoedri esse in basibus asignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem. Centris cunctarum basium cubi,quemadmodū in nona quarti fit,repertis,à centro supremæ superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor hypothenusas demitte,& à centro infimæ,& ad earundem lateralium superficierum centra quatuor alias hypothenusas eleua,centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem secant,continues. Verbi gratia,iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro sinistræ, centrum quoq; ultimæ iunges cum eisdem,hoc est cum centro dextræ & cum centro sinistræ. Habes itaque corpus octo basium triangularium,ijs duodecim lineis,quæ centra superficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has bases æquilateras esse,probare uolueris,à centris basium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe,quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere,ex secunda parte tertiæ tertij. Quod planum erit,si unicuiq; basium cubi circulum circunscripseris,atque ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat,concurrere: easq; ex secunda parte 28 primi,ideoq; etiam singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi,manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere,eo quòd omnes superficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra superficierum cubi continuantes,quę & angulis quos hęc lineæ super media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binæ continent,subtenduntur,ipsæ erunt ex quarta primi,uel etiam (si mauis) ex penultima primi,adinuicem æquales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & æquilaterarū: quod oportebat facere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Ntra datum corpus octo basium triangularium atq; æquilateratum cubum figurare. 4

Campanvs. Non dubites, quin corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide,& à puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe,quæ componant lineam unam,eruntq; hæ duæ lineæ se inuicem secantes,uidelicet prima,quæ super positum planum est orthogonaliter erecta,& alia quæ ipsam super eius mediū punctum orthogonaliter secat in eadem superficie sitæ sunt,per primā partem 2 undecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsæ

sitæ

sitæ sunt super cōmunem punctum sectionis earum (ut 12 docet undecimi) perpendicularem erige, quam facias eandem superficiem in utranque partem penetrare, & pone cunctas sex portiones harum trium linearum à puncto in quo seinuicem secant æquales: sic enim quælibet quamlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita quòd cùm sint tres quæque duæ earum, salutiferæ crucis uenerandum signum ad angulos rectos continebunt. A supremo igitur erectæ lineæ super positum planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarum linearū ipsam secantium demitte: deinde ab infimo eiusdem erectæ puncto, quatuor alias hypothenusas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua: postremò quoq; harum hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ, uidelicet quatuor hypothenusæ à supremo puncto erectæ perpendicularis descendentes, quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquę quatuor lineæ harum hypothenusarum extremitates continuantes, ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales, quare constat corpus ab eisdem terminatum, octo basibus triangularibus æquilaterisq; contineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat, centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora, eaq; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua, ut centrum cuiusque horum triangulorum cum centro cuiusque trium ad ipsius latera terminatorum, per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere: ideoq; restat, ut quod dicitur mente concipias, ipsumq; (si placet) actu & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra, posita lege continuantes cubum continere, quem restat ut æquilateris rectangulisq; superficiebus demonstres esse conclusum, non enim erit cubus, nisi omnes eius superficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierum octoedri, perpendicularem ad latus illi angulo oppositum, has autem perpendiculares ex prima quartidecimi, constat adinuicem æquales, & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt, per æqualia, ideoq; binas & binas super idem punctum lateris, cui superstant conuenire. Easdemq; constat ex his quæ in decimaseptima quartidecimi demonstrata sunt, transire per centra triangulorum, ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis trāsire, ac eorum portiones quæ intra centra trigonorum & latera ipsorum intercipiuntur, ex ijs etiam quæ in eadem demonstrata suut, constat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos, ex octaua primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiones inter centra & latera interceptæ eosdem angulos ambiunt: erunt quoq; anguli, quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binæ & binæ continent adinuicem æquales. Cumq; latera illius corporis, de quo disputamus, hos angulos subtendunt: sequitur ex quarta primi frequenter sumpta, corpus inclusum esse æquilaterum: at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex quarta primi, omnes adinuicem æquales esse conuinces, mediantibus angulis à duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis, si prius hos angulos, ex octaua primi, æquales sibi inuicem esse probaueris. Cùm igitur diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinuicem æquales: latera quoq; earundem basium æqualia, necesse est ex octaua primi multoties repetita, ipsas tetragonas bases esse æquiangulas. At quia ex duodecima primi, omnes anguli cuiusque earum sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati, ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestum esse cubum, sicut intendimus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 PYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum, assignato corpori octo basium triãgularium quoq; atque æquilaterarum inscribere.

CAMPANVS. Assignato corpori octo basium inscribe, secundum præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidem qualis proponitur. Cùm igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi, quemadmodum ex demonstratione primæ, manifestum est: cuncti autem anguli cubi sint ex pręmissa in superficiebus assignati octoedri: erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium, cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestū est, nos fecisse quod quæritur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 INtra datum corpus uiginti basium & æqualiū laterum, corpus duodecim basium pentagonaliū æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi, qua cōuenit arte, hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur cōposito, ut sibi

corpus duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum est enim uiginti triangulos, sexaginta superficiales angulos habere, & quia ad constitutionem uniuscuiusque solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales conueniunt, sicut ex demonstratione decimasexta tredecimi colligitur, constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmissa, centris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiusque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos constitui duodecim angulis solidis dati icosedri oppositos: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmissa fecisti, de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latus habentium, centra eodem spatio distent: restat ergo, ut eos etiam æquiangulos esse syllogizes. Manifestum est autem ex ratiocinatione decimasexta tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra, cuius diameter est, tanquam diameter huius corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos continuat, esse circunscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur, punctus sectionis erit centrum sphæræ circunscribentis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuato. Age ergo, eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt omnes perpendiculares à centro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadentes, æquales: omnes ergo lineæ à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales: nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationis genere, quo superius in decimoquarto syllogizauimus, sectorem prouenientem in superficie sphæræ, cùm aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinque lineas uenientes à concursu perpendicularis ductæ à centro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunque pentagoni, esse adinuicem æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cùm igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiam æquiangulos: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



Ntra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium, atque æquilaterarum fabricare. 7

CAMPANVS. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex decimaseptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triangularium æquilaterarum sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuscuiusque pentagoni centro, cuiusque pentagoni secum in latere communicantis iungatur: ita uidelicet quòd uniuscuiusque pentagoni centrum, centris quinque pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab ijs triginta lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntque ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt duodecim solidi anguli huius corporis uiginti basium in centris duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hos itaque uiginti triangulos æquilateros esse, sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntque omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur, cùm omnes perpendiculares sint æquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod est propositum.

Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos continere, & omnes eas adinuicem esse æquales, sic collige. Ex quinta primi & uigesimaseptima eiusdem, constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunt, per æqualia, easque esse adinuicem æquales ductis lineis à centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus duobus

duobus pentagonis,à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas uſque ad angulos,quibus commune latus in quo coeunt,oppoſitum per centra pentagonorum producito,& eiſdem angulis duas lineas ſubtendito,quas ex demonſtratione decimaſeptima tredecimi,manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra, cum propoſito dodecedro circunſcriptibili: ideoꝗ patet eas eſſe æquales,eo quòd omnia latera cnbi ſint æqualia,eaſdemꝗ liquet ex nona undecimi,eſſe æquidiſtantes:propter hoc quòd ambæ æquidiſtant communi lateri,in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipſas eaſdem conſtat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi.Itaque per trigeſimãtertiam primi,cunctæ lineæ continuantes puncta,in quibus binæ & binæ perpendiculares ſuper has lineas,quas tanquam cubi latera fore diximus,concurrunt,ſunt adinuicem æquales:nam omnes ſunt,tanquam latus cubi.Igitur ex octaua primi,anguli contenti à binis & binis perpendicularibus,ſunt æquales.Quare per quartam eiuſdem,lineæ quoꝗ continuantes centra pentagonorum ſunt ſibijnuicem æquales:inſcriptum ergo eſt propoſito dodecedro corpus uiginti baſium triangularium & æqualium laterum,ſicut iuſſi eramus.

Eucl.ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 Olido duodecim baſium pentagonarum atque æquilaterarum propoſito,intra ipſum cubum diſtinguere.

CAMPANVS. Cùm dodecedron ſuper cubi latera fabricetur,ut conſtat ex decimaſeptima tredecimi,nimirum eo fabricato ſibi conuenit cubum inſcribi:nam cùm duodecim ſint pentagoni,ſi unius cuiuſque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam ſubtenderis,ex ijs duodecim chordis ſex æquilateras rectangulaſꝗ ſuperficies cubi & corpus amplectentes ſuperficies. Aequilateras quidem eas eſſe,conſtat ex quarta primi:rectangulas autem,eodem argumẽtationis genere,quo in ſexta huius baſes dodecedri, dato icoſedro inſcripti, demonſtrauimus eſſe æquiangulas, conſtat quidem ex decimaſeptima tredecimi,propoſitum dodecedron ſphæræ eſſe inſcriptibile.Ergo à centro illius ſphæræ,ad omnes has quadrilateras ſuperficies,perpendiculares,ut docet undecima undecimi,protrahe & à puncto concurſus ad ſingulos angulos illarum quadrilaterarum ſuperficierum rectas lineas dirige,ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierum cum centro ſphæræ iunge:eruntꝗ hæ lineæ centrum ſphæræ cum angulis quadrilaterarum ſuperficietum continuantes,ſemidiametri ſphæræ,de quarum quadratis(quia dempto quadrato perpendicularis,remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circunſcriptibiles, ideoꝗ neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas,quum ſint æquilateræ.Et quia ex trigeſimaſecunda primi,anguli cuiuſque earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis, ſequitur eas eſſe rectangulas:nihil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Eucl.ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 Ato dodecedro, ſibi demum octohedron includere.

CAMPANVS. Compoſito dodecedro,ut in decimaſeptima tertijdecimi,ſex latera ſuarum ſuperficierum,ea uidelicet quæ cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes erectos,tãquam eorum corauſti iungunt,per æqualia diuide,eaꝗ bina & bina adinuicem compoſita,continua per tres lineas,quæ ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi, ex quadrageſimaoctaua undecimi, per æqualia ſecabunt:eritꝗ,ut quæque duæ earum trium ſeinuicem quoꝗ ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris,proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi,uel (ſi mauis) ex penultima primi:quod oportebat oſtendere.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 Ntra aſsignatum dodecedron, pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

CAMPANVS. Aſſignato dodecedro inſcribe cubum,ex octaua huius,cuboꝗ pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi,ut patet ex ratiocinatione primæ,& anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ , erunt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque conſtat quod uolumus.

Euclid.

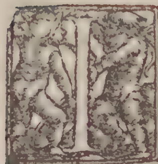
Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*



Roposito icosedro, in eodem cubum figurare. 21

CAMPANVS. Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Constat autem ex demõstratione sextæ, quòd omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*



Cosedron datum, pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum sibi postulat inscribi. 22

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboq́ ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris, hæsitandum non erit. Scire autem oportet, quòd cùm sint quinq; regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unumquodq; eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundem inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;, essent cætera quatuor inscriptibilia, ideoq́ quater quinq; inscriptiones, quod est 20, necessariò prouenirent. At uerò pyramidi solùm octohedron conueniens est inscribi, non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiam dodecedri posśint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoq; solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorũ singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione posśit complecti, solius octoedri nequit esse receptaculum: nam octohedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt, lineæq́ eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita quòd illud gloriosum signum ad cuius intuitum consternantur dæmones, sub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; bases, neq; anguli, neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases, aut sex angulos, aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq́ oppositione se contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum suæ ambitionis denegauit hospitium, immo cunctorum receptorium existit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis discipuli ascripsere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quòd sursum sub pyramidali figura euolet. At octoedri, aeri: quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur: sic octoedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti uerò basium figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipsa basium pluralitate plus cęteris circuletur in sphæram, fluentis rei motui magis quàm scandentis conuenire uisa est. Cubum uerò figuram quidam dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motum uiolentia indiget quàm tessera? at in elementis quid fixius constantiusq́ reperitur terra? Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quas pyramis non sustinet, binasq́ à quibus natura cubi & octoedri aliena est, rursusq́ unam cui repugnat icosedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inscriptiones, pyramidis quidem, sola, cubi uerò octoedriq́ binæ, icosedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) sufficienter aliàs disputatum est.

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*



Abricato quouis quinque regularium corporum, sibi sphæram inscribere. 23

CAMPANVS. Ex 13 libro itaq; manifestum est, unumquodq; quinq; horum corporum esse sphæræ inscriptibile. Nunc itaq; cõstabit uiceuersa sphæram unicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circunscribentis enim sphæræ centro ad bases uniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum bases ipsas circunscribentium cadere, necesse est. Cumq́ omnes circuli eas circunscribentes sint æquales, eruntq́ hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundum quantitatem unius earum circulum super centrum circunscribentis sphæræ descripseris, eiusq́ semicirculum quousque ad locum unde moueri cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipsum per extremitates cunctarum perpendiculariũ, necesse est transire, conuinces ex correlario 15 tertij, sphæram istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases asśignati corporis in concursibus perpẽdicularium contingere. Non enim plus potest, sphæra de basibus corporis contingere, quàm circunductus semicirculus (dum mouebatur) contingit. Quare asśignato corpori constat nos sphæram, quemadmodum propositũ erat, inscripsisse.

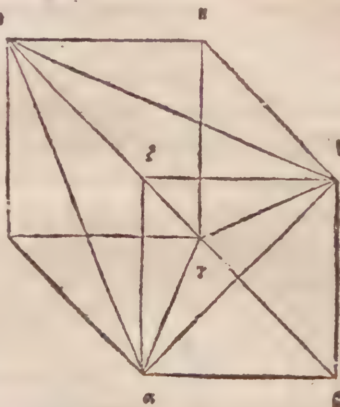
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILÈ principis, ex Hypsiclis Alexãdrini, Græci philosophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimus quintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.

1 N dato cubo pyramida describere.

HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta$, in quo oportet pyramida inscribere: connectantur $\alpha\gamma$, $\gamma\epsilon$, $\alpha\epsilon$, $\alpha\vartheta$, $\epsilon\vartheta$, $\theta\gamma$. Manifestum iam, quòd ipsa $\alpha\epsilon\gamma$, $\alpha\theta\kappa$, $\alpha\vartheta\gamma$, $\gamma\theta\epsilon$, triãgula æquilatera sunt: quadratorum enim diametri sunt latera. Pyramis igitur est ipsa $\alpha\epsilon\gamma\vartheta$, & describitur in dato cubo: quod facere oportebat. Camp. 1.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

2 In data pyramide octaedrũ describere.

HYPS. ex Zãb. Esto data pyramis $\alpha\beta\gamma\delta$, seceturq; bifariã ipsis $\epsilon\zeta\eta\vartheta\kappa\lambda$ signis, & cõnectãtur ipsæ $\theta\kappa$, $\vartheta\lambda$, $\epsilon\zeta$, $\zeta\eta$, et reliquæ. Et quoniã $\alpha\beta$ dupla est utriusq; ipsarum $\vartheta\kappa$, $\kappa\zeta$: æqualis igitur est $\vartheta\eta$ ipsi $\eta\zeta$ & parallelus, similiter & $\theta\nu$ ipsi $\zeta\kappa$ est æqualis & parallelus: æquilaterum igitur est $\vartheta\kappa\zeta\nu$. Dico quòd & rectãgulum. Si enim ab ipsa $\kappa\lambda$ perpẽdiculares agãtur ad plana $\epsilon\zeta\beta\kappa$, $\epsilon\zeta\eta\gamma$, $\epsilon\zeta\kappa\vartheta$, $\theta\kappa\zeta\nu$, similiter ostẽdemus quæ in ipsius $\theta\kappa\zeta\nu$, quadrati æquilatera: quod facere oportebat. Camp. 2.

Eucl. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

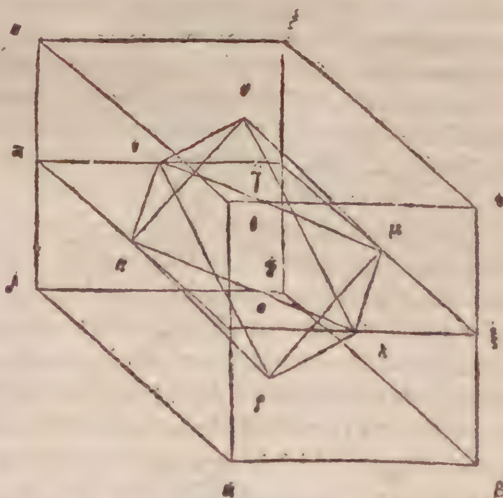
3 In dato cubo octahedrum describere.

HYPS. ex Zamb. Esto datus cubus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\nu$, & capiãtur cẽtra *insidentium quadratorum $\kappa\lambda\mu\nu$. Dico quòd $\kappa\lambda\mu\nu$ quadratum est. Excitentur per ipsa $\kappa\lambda$ paralleli (per 31 primi) ξo, ϖo. Quoniã igitur dupla est ϖo ipsius $o\kappa$, & ξo ipsius $o\lambda$, id propterea quod ex $o\kappa$: igitur ei est æquum quod ex λo, & per hoc & $o\kappa$ ipsi $o\lambda$ est æqualis. Quod igitur ex $\kappa\lambda$ duplum est eius quod ex $o\lambda$. Ac per hoc & quod ex $\mu\lambda$, duplũ est eius qd' ex $\lambda\xi$: qd' igitur ex $\kappa\lambda$, æquũ est ei quod ex $\mu\lambda$: æquilaterũ igitur est $\kappa\lambda\mu\nu$, manifestum est quòd & rectangulum. Assumãtur ipsi $\beta\delta\epsilon\eta$ bina quadrata, & centra $\rho\sigma$, & cõnectantur $\rho\lambda$, $\rho\mu$, $\rho\nu$, $\sigma\kappa$, $\sigma\lambda$, $\sigma\nu$, $\sigma\mu$, manifestum est quòd triangula efficiẽtia octahedrum æquilatera sunt, eadem nanq; ostendemus ratione. Camp. 3.

* ἐφιστώτων, stantium.

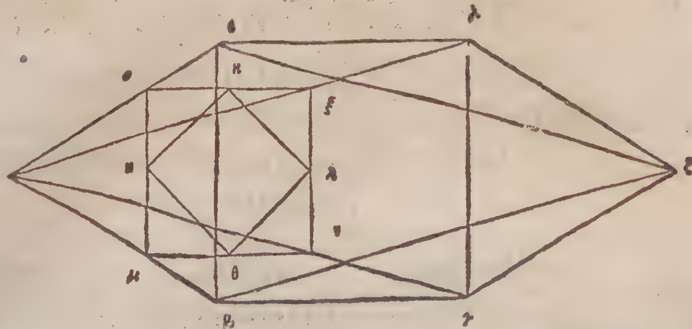
Eucl. ex Zãb. Problema 4. Prop. 4.

4 In dato octahedro, cubum describere.



HYPS. ex Zãb. Capiãtur (per primã tertij) eorum qui circum $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\beta\epsilon$, $\alpha\delta\epsilon$ triangula, circulorum centra $\kappa\vartheta$, $\kappa\lambda$, & connectantur $\nu\vartheta$, $\nu\kappa$, $\kappa\lambda$, $\lambda\vartheta$. Dico quòd $\nu\vartheta\kappa\lambda$ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa $\nu\vartheta\kappa\lambda$ ipsis $\beta\gamma$, $\beta\epsilon$, $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, paralleli $\mu\nu$, μo, $\nu\xi$, ξo. Quoniam igitur æquilaterum est $\alpha\beta\gamma$ triangulum, quæ ex α in ϑ centrum, eius qui circum $\alpha\beta\gamma$ triangulum circuli, bifariàm dispescit eum, qui ad α ipsius $\alpha\beta\gamma$ trianguli: æqualis igitur est & $\nu\theta$ ipsi $\vartheta\mu$. Ac per hoc iam & $\mu\nu$, ipsi νo: & $o\kappa$, ipsi $\kappa\varpi$ est æqualis. Quoniam autem ipsa $\mu\nu$, ipsi Camp. 4.

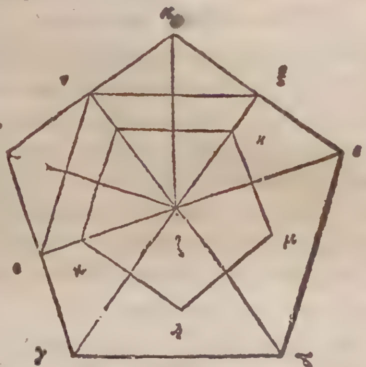
μ ο, & μ ο, ipsi ο ξ est æqualis: æqualis igitur & ν θ ipsi μ ν, & θ μ ipsi κ ο, & μ κ ipsi ο ν, qui aũt sub θ μ κ & κ κ ο recti, ex quo manifestũ est q, κ θ æqualis est ipsi κ κ. Ei id ꝓpterea iã & reliquæ. Quoniã igitur κ θ κ λ parallelogrãmũ est, in



uno est plano. Et quoniã dimidiũ est uterq; ipsorũ qui sub μ κ θ, ο κ κ, recti: reliquus igitur qui sub ϑ κ κ rectus est. Similiter et reliqui. Quadratũ igitur est κ ϑ κ λ, poßibile aũt est quæ in principio aßũpta κ θ ʯ λ, cẽtra & parallelos cõficiẽtia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas κ ϑ, ϑ λ, λ κ, ʯ κ, & dicere ipsũ κ θ κ λ quadratũ. Si uerò aßumamus & reliquorũ triãgulorũ cẽtra, cõnectamusq; eadẽ, ostẽdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubũ descriptũ, quod agẽdũ fuerat. Eucl. ex Zãb. Theor. 5. Prop. 5.

Camp. 6. 5

In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.



HYPSICLES ex Zãb. Exponatur quinquãgulũ ipsius icosahedri α β γ δ ε, & cẽtra circulorũ qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, ζ γ δ, δ ζ ε triãgula, sintq; κ θ κ λ μ, cõnectãturq; κ ϑ, ϑ κ, κ λ, λ κ, μ κ. Et rursus cõnexæ ζ κ, ζ ϑ, ζ κ, extẽdãtur in ξ ν ο bifariã, nẽpe ipsæ ε α, α β, β γ secabũtur in ipsis ξ ν ο signis. Et sicut ν ξ ad ν ο, sic κ ϑ ad ϑ κ, æqualis igitur est θ ν ipsi κ ο. Similiter iã & reliqua ipsius κ ϑ κ λ μ pẽtagoni latera, æqualia demõstrabũtur. Dico q, & æquiãgula. Quoniã enim duæ ν ξ, ν ο *ad binas κ ϑ, θ κ, æquos cõprehẽdunt angulos, et reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ζ ad ipsius α β γ δ ε pẽtagoni planũ perpẽdicularis acta quæ cadit in cẽtrũ eius qui circũ pẽtagonũ circuli. Si uerò ab ipso ν in signũ in qd' cõcurrit quæ ex ζ perpẽdicularis cõnectamus, ac per θ parallelũ agemus ad eã, manifestũ qd' cõcurrit ei quæ ex ζ perpẽdiculari, et quæ ab ipso ε parallelus rectũ cõprehendit angulũ, unà cũ ea quæ ex ζ perpẽdiculari. Rursus si cõnectamus ab ipsis ζ ν in cẽtrũ eius qui circũ α β γ δ ε pẽtagonũ circuli, & in signũ in qd' cõcurrit quæ ex ϑ, ei quæ ex κ cõnexa recta, quo cũ eadẽ cõprehẽdet. Ex quo manifestũ est q, quinquãgulũ κ ϑ κ λ μ in uno est plano. Nos uerò scire oportet, q, si quis nos interroget quot latera habet icosahedrũ, sic dicemus: Manifestũ q, icosahedrũ sub 20 triãgulis cõprehẽditur, & q, unũquodq; triãgulum tribus rectis lineis cõstat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triãgula in ipsa triãguli latera, fiunt 60. quorũ medietas sunt 30 Similiterq; & in dodecahedro. Rursus quoniã 12 quinquãgula dodecahedrũ cõficiũt, & unũquodq; quinquãgulũ quinq; cõtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rursus eorũ medietas sunt 30. Cur aũt dimidiũ efficiamus? Quia quodlibet latus etiã si fuerit triãgulũ siue quinquãgulũ siue quadratũ ut in cubo, *ex secũdo capitur. Itidẽ eadẽ disciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadẽ efficiẽs latera cõperies. Si uerò uelis rursus uniuscuiusq; figurarũ angulorũ numerũ inuenire, rursus eadẽ efficiẽs diuide per plana cõprehẽdentia unũ angulũ solidi. *Et quoniã icosahedri angulũ quinq; triãgula cõprehẽdunt, diuide per quinq;, fiũt 12 icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pẽtagona angulũ cõprehẽdũt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecchedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab unaquaq; quinq; solidarũ figurarũ uno plano cõprehẽdentiũ quomodocũq; dato, inuenitur & inclinatio, in quã adinuicẽ inclinãtur cõprehẽdẽtia plana unãquãq; figurarũ. Inuẽtio aũt (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hũc habet modũ. Quod quidẽ in cubo per rectũ angulũ dispescũt ipsũ cõprehẽdentia plana adinuicẽ, manifestũ. In pyramide uerò exposito uno triãgulo, cẽtris terminis unius lateris, spacia uerò à uertice in basin perpẽdiculari acta, ambitiones descriptæ inuicẽ se secẽt, & ab ipsa sectione ad cẽtra cõnexæ rectæ lineæ cõprehẽdent inclinationẽ planorũ pyramidem cõprehendentium. In octahedro uerò à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ *cõprehendent desinẽtem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porrò, à latere trianguli descripto pẽtagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris termi nis eiusdem, interuallo aũt ipsius trianguli perpendiculari descriptis circũferentijs, quæ ex communi sectione

Margin notes:

παρὰ δύο, id est, paralleli.

ἐκ διπλοῦ, id est, repetitus.

οἷον, ut.

περιφέρειαι πλινάπτουσιν εἰς δύο ὀρθάς id est, comprehendent eũ quo quæsita inclinatio à duob. rectis deficit

ctione ad centra connexæ, cōprehendent desinentē similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uerò exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdē, interuallo autē acta perpēdiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicē concurrunt ad centra connexæ, similiter cōprehēdent * desinentē in binas rectas inclinationis planorū dodecahedri. Sic quidē clarißimus ille uir de prædictis disseruit, clarā putans in quouis demonstrationē. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α β γ, fastigio uerò δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariàm in ε, connectatur β ε, ε γ. Et quoniā α δ β, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariàm secatur, ipsæ igitur β ε, ε γ, perpēdiculares sunt in ipsam α δ. Dico quòd angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniā enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplū est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquū est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorū quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationē habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex β γ, minus est eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniā igitur binorū planorū α β δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cōmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroq; ipsorū planorū actæ β ε, ε γ, & acutū angulū comprehēdūt: angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorū, & est datus, data enim β γ latus existens trianguli, & utraq; ipsarū β ε, ε γ, perpendicularis, subsistēs æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari descripti * ambitus, sese inuicē in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa β γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorū inclinationē: id autē erat dictū. Et quod cētris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraq; enim ipsarum β ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipsius β γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; se tangūt, neq; dispescunt: si uerò maior, omnino secant: & sic in pyramide hæc cōsequens apertè apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehēdentia * bifariàm basis triangula æquilatera, erit autē α β γ δ ε pyramis: dimidiū octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariàm in ζ, & connectatur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quòd angulus qui sub β ζ δ, obtusus est, connectatur enim β δ. Et quoniā quadratū est α γ, dimetiēs autem β δ, quod ex β δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autē ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictū est) quam 4 ad 3, & quod ex δ β igitur ad id quod δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniā binis planis seinuicem secantibus, hoc est α β ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipsorū planorū actæ sunt, ipsæ autē β ζ, δ ζ, obtusum cōprehendentes, qui igitur sub β ζ δ, angulus * desint in binas rectas inclinatiōes ipsorū α β ε, α δ ε planorū. Si datus fuerit igitur qui sub β ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniā igitur datur triangulū octahedri & unū latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratū describitur α γ, dataq; β δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut β δ, si centris β δ, interuallo autem trianguli perpēdiculari circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationē eam quæ sub β ζ δ, * quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorū planorū inclinationis. Et hic perspicuū est quidem sicut utraq; ipsarū β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius β δ maior, ac per hoc in organica cōstructione circulos sese inuicē dispescere necesse est. Et ex demonstratione manifestum fit sicut β δ ad δ ζ, potentia rationē habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum β ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticē habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α β γ δ ε ζ pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ

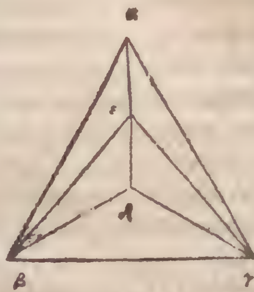
ut suprà.

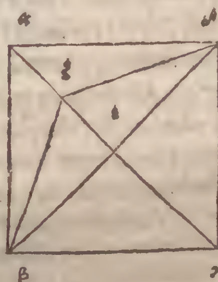
περιφέρειαι.

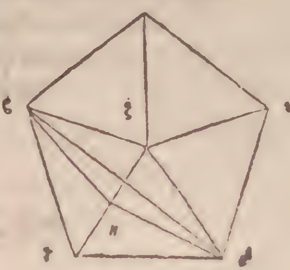
δίχα τῆς ἑδράσεως, præter basim.

Est quo deficit à duobus rectis inclinatio.

ut suprà.



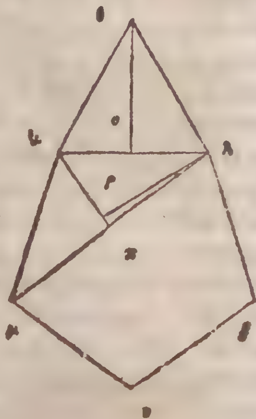




bifariàm in κ, & connectãtur βκ, κδ, æquales existentes & perpẽdiculares factæ in ipsum ζγ. Dico quòd qui sub βκδ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea βδ, obtusum quidem explicat eum qui sub βγδ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub βκδ, ipsæ nanq; βκ, κδ, ipsis βγ, γδ, sunt minores: similiter iã ut in præcedenti, quod qui sub βκδ angulus* desinit in binas inclinationes ipsorum βζγ, γζδ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere nanq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione βδ data, similiter autem & ipsis βκ, κδ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub βκδ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut βδ, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in κ, & quæ ex κ ad ipsa βδ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis, & hic quidem ex descriptione manifestum est, quòd utraq; ipsarum βκ, κδ maior est dimidia ipsius βδ.

ὑποτείνει subtendit.

Instrumentali quoq; fabrica est ostendere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum θκλ, ab ipso autem κλ quinquangulum describatur κμνξλ, & connectatur μλ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θκλ trianguli, θο. Dico quòd ipsa θο maior est dimidia ipsius μλ subtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipso κ in ipsam μλ, perpendiculari ipsa κπ, quoniam qui sub κλπ maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κθο, constituatur ei qui sub κθο æquus qui sub πλρ, ipsa igitur πλ, perpendicularis est æquilateri trianguli cuius est latus ρλ, quare quod est ex ρλ, ad id quod ex λπ, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κλ, ipsa λρ. Quod igitur ex κλ, ad id quod ex λπ, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex θο, quam 4 ad 3. Ipsa igitur κλ, ad λπ maiorem rationẽ habet quàm ad θο, maior igitur est θο ipsa λκ.



In dodecahedro sic intelligatur unum quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit αβγδ, & bina plana dodecahedri, hoc est αιβζκ, κδθγζ. Dico iam & hic datam esse, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ζν bifariàm in κ, & ab ipso κ ipsi ζκ (p 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorũ κλ, κμ, & connectatur μλ. Aio primum quòd qui sub μκλ angulus obtusus est. Ostensum autẽ est in decimotertio Elemẽtorum uolumine, siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in αβγδ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μλ & id propterea qui sub μκλ angulus obtusus est. Simulq; ostẽsum est in eodem theoremate quòd & quod quidẽ ex κλ, æquũ est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniã eadẽ κλ & κμ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μλ: dato igitur angulo sub μλκ, desinẽs in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus αβγδ, quadrati subsistens est bina latera pentagoni, daturq; & pentagonum, datur ergo & μλ. Datur autem & utraq; ipsarum μκ, κλ, perpendiculares etenim sunt à bifaria sectione αβ sub binis subtensa lateribus in parallelũ eidem latus pentagoni ut ζν. Datur igitur qui sub λκμ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis.



Bene igitur in instrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uerò ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κλ, κμ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κλ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μλ: dictum est, sicut in Elementis simul etiam est ostensum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO PAVLO PIsano, patritio Veneto, equiti Iurato, grauissimoq; Senatori, felicitatem perpetuam.



ICET Mathematicæ disciplinæ, quæ primum certitudinis fastigium uno omnium philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultæ fuerint, tamen Astrologiã cæteris longè præstare censuerim, et hoc sanè binis adductus rationibus: nã longè clariora et excellentiora sunt, quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumq; reuolutione, traduntur: hac siquidem disciplina cœlestia, quæ his inferioribus longè sunt præstantiora homines intuentur, astra fixa errantiaq; pariter, distantias, solisq; & lunæ defectus coniectant, quæ Deus opt. max. mira sapientia cõstruxit. Illud quoq; accedit quòd hęc disciplina reliquas tres in sese continet: nam cùm in Astrologicis theorematibus spectantur circuli, anguli, quadrata, quæ ex cœlestium globorum conuersione fiunt, tunc Geometria est opus, cùm uerò numeri adhibentur, ut supputationes accommodatius fieri possint, tam minutorum, quàm secundorum et reliquarum particularum (sicut in magna constructione Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quam imperiti Almagestũ, nescio quo beluoso nomine appellãt) tunc auxiliatur Arithmetica, si autem globorum motus alios celeriores, at alios tardiores inuenis, ubi eos simul comparaueris, proportionalibus sese mutuò correspõdere cõperies, quas Musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nanq; Nicomachus in globorum cœlestium reuolutionibus Harmoniam sonosq; gigni in Musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt, hoc est apparentia, cùm Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione conscripserit, opusculum illud ijs, qui Astrologiæ disciplinam sibi uendicare contendunt, utile et scitu iucundum, cùm fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tanta utilitate studẽtes carerent, illud Latinum fecimus. Quod opus quoniã Latinis hucusq; ignotum extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiam mi-

graret, seseq; Latinis præberet legendum (ut licèt ex sese auctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè sentiunt, qui Euclidi plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licèt te pater meus, nosq; omnes semper excoluerimus, tuaq; uetustissima fuerimus mancipia, hanc obseruationem nostram nullam esse censerẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod opus tibi abs te comprobatum fuisse cognoscam, communi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorum opera in lucem ueniant. Tu uerò uale in æternũ, nostrisq; uotis da facilem cursum. In ædibus patrijs xij. Kal. Octobris, in XI.IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Platonici mathematiciq; præstantissimi Phænomena, ex traditione Theonis, Barptolomæo Zamberto Veneto interprete.



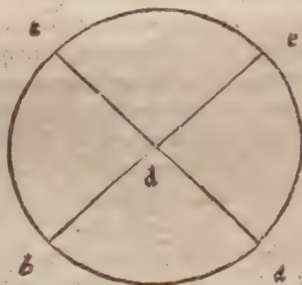
QVONIAM *astra non errantia ex eodem oriri loco, in eundemq; locum occidere spectantur, quæq; simul oriuntur simul semper oriri, et quæ simul occidunt semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicem interuallis distare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes usq; idem semper est interuallum. Id, inquam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferẽtia æquè distat, quemadmodũ in Opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulose ferri, in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferentijs æquè distare: spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locũ ex loco non permutans, sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubiq; æquè distare uidetur. Admittendum est sanè circulos omnes parallelos esse, & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictã stellam. Horum autẽ nonnulla neq; orientia neq; occidentia spectantur, eo quia in sublimioribus circulis ferũtur, quos semper apparentes appellant. Hæc siquidẽ sunt astra quæ polũ apparentẽ sequũtur usq; ad circulum arcticũ, & quæ polo propinquiora minimo circulo ferũtur, maximo uerò quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt, horizontẽ radere uidẽtur. Quæ uerò ad meridiẽ omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorũ circuli non sunt toti supra terrã, sed eorũ pars supra, at reliqua sub terra. Eorũ uerò segmentorũ quæ supra terrã unũquodq; quo proprius ad semper apparentiũ circulũ maximũ accesserit, magis apparet, eorũ uerò quæ sub terra quo propius ad dictũ circulum accedit, minus spectatur. Eo quia astra in segmento orbis, quod sub terra existunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ uerò in eo quod supra terrã maiori feruntur. Quæ uerò ab ijs longius absunt semper supra terrã tempus obtinent minus: quæ uerò sub terra maius. minimũ uerò tẽpus habebũt quæ supra terrã ferũtur ea quæ in meridiẽ uergunt, quæ uerò infra terrã maius, qui uerò inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbẽ huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uerò ab æquinoctiali circulo æqualiter distent, æquali tẽpore, & segmentis uicißim æqualibus inuehuntur, sicut quæ supra terrã in septentrionẽ uergunt eis quæ sub terra in meridiẽ tendunt. Quæ uerò supra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terrã ad septentrionẽ cõmeãt, utriusq; enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuũ tendit idẽ tẽpus, apparet præterea lacteus circulus et zodaicus in parallelos obliqui existentes circulos, seseq; inuicẽ in circũuectione dispescentes semper hemicyclia super terram habere uidẽtur. Iã ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphæricæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obliquis circulis æquinoctialẽq; bifariã secantibus stellæ cõprehensæ in ambitu, neutiquã semper in æqualibus semicirculis prouehi apparerẽt, sed quãdoq; in maiori semicirculi segmento, & quandoq; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non autẽ ad*

basim

basim, sectio fit oxygoni coni quæ clypeo similis est. Manifestum igitur quòd huiusmodi figura in medium secta & in longum & in latum dissimilia segmēta efficiet. Manifestum autem quòd & si oblique per mediū secta fuerit, & sic dissimilia efficiet segmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, hijs igitur omnibus mundus est sphæricus, æqualiterq; circa axem uoluitur. Cuius unus quidē est polus supra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum nostrum procidens in mundo circulus finiensq; supra terram spectatū hemisphæriū, si sphæra nanq; plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porrò circulus appelletur, qui per sphæræ polos & rectè ad horizontem prouenit. Tropici uerò sunt quos per medium zodiacus orbis tangit, qui eosdem cum sphæra polos habent, sed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt, bifariàm enim inuicem sese dispescunt in principio arietis & libræ, sunt nanq; in diametro; & in æquinoctiali existentes, coniugatè oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes 12 signorū sex signa, æquinoctialis uerò circuli binos semicirculos, quandoquidē utrunq; principiū in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tēpore, & quæ supra & que infra terrā est pars. Si enim sphæra circa suū æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipsius sphæræ circunferentia cōsistentia signa in æquali tēpore similes circunferentias circulorū per quos feruntur transibunt, similes igitur æquinoctialis circuli circunferentias transibunt, eam scilicet quæ supra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur sunt æquales, semicirculus & enim utraq; est. Nam ab oriente in ortum, siue ab occidente in occasum totus circulus est. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicē sese bifariàm dispescunt. Si uerò in sphæra bini circuli sese inuicē bifariàm secuerint, uterq; secantiū maximus est. Igitur zodaicus orbis, & æquinoctialis maximi sunt, & horizon quoq; maximus est, zodaicū & enim & æquinoctialē orbem maximos existentes semper bifariā dispescit. Duodecim uerò animaliū sex semper supra terrā, & æquinoctialis circuli semper supernè semicirculū habent: quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tēpore adueniunt, alterū siquidē ab ortu in occasum, alterū uerò ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestū est quòd æquinoctialis circuli semicirculus in horizōte est. Si uerò in sphæra manens circulus bifariàm maximorum aliquem secuerit semper delatum, & secans quoq; maximus est, horizon igitur maximus est.

Theorema 1. Apparens 1.

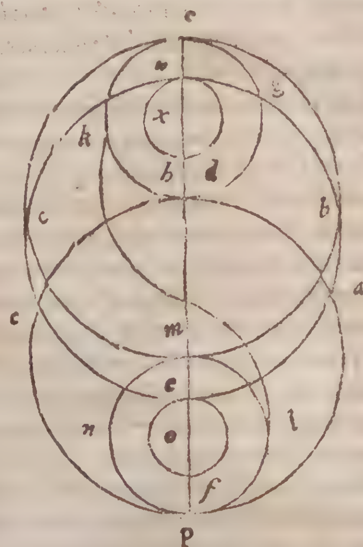
TErra in medio mundo est, centriq; ordinem obtinet ad mūdum. Sit in mundo horizon a b, terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq; orientales partes c, occiduæ uerò sint a, specteturq; per dioptram iacentem ad d, signū cancer oriens in c signo, spectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, spectetur per a signum & quoniam signa a d c, per dioptram spectantur, recta igitur est linea quæ per a d c esto a d c, manifestum iam est quòd a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quādoquidē zodiaci super horizontem sex animalia discindit Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidēs, spectetur in e signo, & quoniam e d b signa per dioptram spectantur, recta est linea quæ per e d b, sit e d. Igitur ipsa e d b diametros est, & non errantium sphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d c. Igitur d signum centrū est, non errantium sphæræ, estq; ad terram, similiter iam ostendemus quòd si illud signum, in terra assumatur centrum est mundi, terra igitur in medio mundo est, centriq; ordinem ad mundum obtinet.



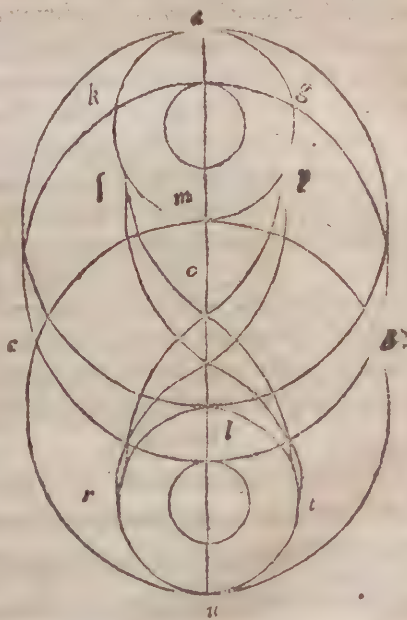
Theorema 2. Apparens 2.

IN uno mūdi ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minime quando polus horizōtis fuerit inter æstiuum tropicum circulum, si uerò in aliquo tropicorū fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c, & maximus semper apparentium circulorum esto ω d, maximus uerò semper non apparentium esto e f, æstiuus uerò tropicus sit g h K, hybernus autem tropicus sit l m n, zodiacus porrò circulus positionem habeat sicut k l, poli autem sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minime quando polus horizontis inter g h k, & ω d, fuerit, quod quidē qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostēditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli, ω b c, g h K, sese inuicem dispescunt, perq; polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h K, & l p, ipsi p n, estq; æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferētiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi K h circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens K, ipsam K h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l signum ambitum l p, percurrens in ipsum stabit, et zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nam quoniam in sphæra bini orbes a g h K, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipsum x h o p, orbem rectus est. Rursus quoniam ad circunferentiā ipsi m n, cirunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferētia ipsi l m, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l uenit, zodiacusq; circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k ipsamq; k h, percurrens circunferentiam ad h, peruenit, quod temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos.



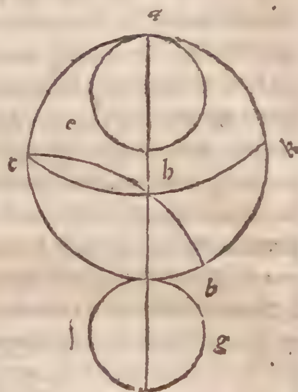
Eisdem expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quòd k l, circulus zodiacus ad b e c K, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus est ad orbem b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoq; ipsum g h k, tropicum quod est impoßibile, idq; propterea k l zodiacus non erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m signo. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m circunferentia, ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k, ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k c. Quoniā igitur b m, ipsum n b c, horizōtē per polos secat ipsumq; bifariā secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontem. Esto autē polus horizontis inter tropicos, sitq; o signū. Dico q, k l circulus ad horizontē bis erit rectus, describātur per polum o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipsum a g m k, tanget iam & ipsum t n r, & quoniā orbis p o r, ipsum g e k, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idq; propterea iā orbis s o t, ad g k e, rectus est. Et quoniā qui ex k semicirculus sicut ad k l partes cōtactū nō admittit ipsi s semirculo, sicut ad s t, partes. Similis & k s, circūferentia



tia ipsi l t, circunferētiæ: in quo igitur tēpore k in s puenit, in eodē & l in t, & k l, circulus cohæret in ipso s t, circulo a t, s t, circulus ad g e k rectus est: & k l, igitur ad e k, rectus est. Rursus quoniam s m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r, ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3. Apparens 3.

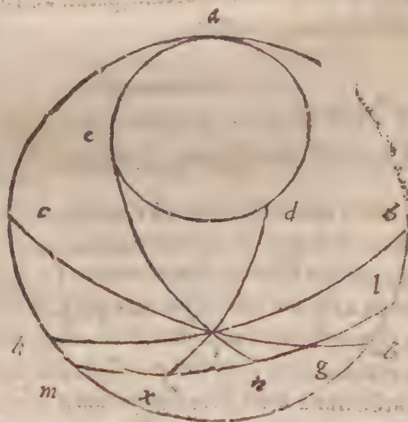
Astrorum non errantium, ortus occasusq; efficientium, unumquodq; iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.



Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium esto circulus a d e, non apparentium uero maximus esto b g s, assumanturq; signum h ortus & occasus facientium. sintq; orientales partes c, occiduæ uerò sint k. Dico quòd h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur, & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum h conuertitur, sitq; k h c, igitur orbis k h c, ipsum horizontem secat, estq; rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemq; dispescentes, ortus et occasus per eadem horizōtis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signū oritur, & per k occidit, fertur autem h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signum c oritur, & per K occidit.

Theorema 4. Apparens 4.

Astrorum in maximi circuli ambitu existentiū, maximumq; semper apparentium non tangentis, neq; secantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

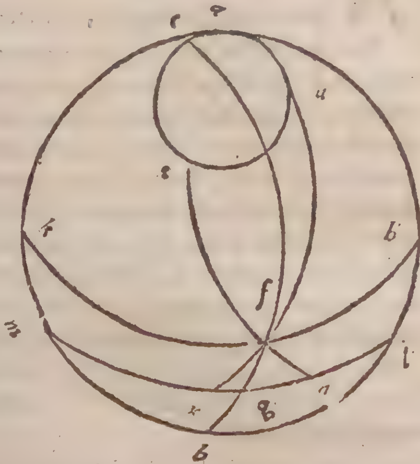


Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit, a d e alius autem maximus orbis esto e f b, non secans circulum a d e, neq; ipsum tangens. Assumanturq; in ipsius c f b, circuli circunferētia bina cōtingentia signa sintq; f g. Dico quòd ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uerò sint b, sintq; paralleli circuli per quos signa f g, inuehuntur h K, l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n, ei qui ex a semicirculo ad a c: partes similis igitur est K f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei sub terram usq; ad K, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usq; ad m signum. In æquali igitur tempore f n signa, ipsas f h, n l, & eis continuas usq; ad K m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n signa, simul oriūtur, & g ipso n prius oritur, & g igitur ipso f, prius oritur. Dico quod & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a, semicirculo ad partes a b, non concurrat, similis igitur est f h, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f signum, ipsam f h circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in h ducto, & x, in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f, prius occidit: similiter iam demonstrabimus quòd & prius occidens prius & oritur.

Theorema 5. Apparens 5.

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparentium secat, existentium, quę in septentrione sunt prius oriuntur, posterius uerò occidunt.

Esto in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus circulus esto c f b, ipsum a d e, circulum dispescens. Assumanturq; in ipsius c f b, orbis ambitu bina contingentia signa, sitq; f signum ad septentrionem. Dico quòd f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidem partes c, occiduæ uerò sint b, sintq; circuli paralleli per quos f g, signa inuehuntur h k, l m, describaturq; per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, semicirculū ad partes f g, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a c k, partes. Similis ergo est f k, circunferētia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei sub terram usq; ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usq; ad m signum. In æquali igitur tempore ipsa f n, signa ipsas f h, n l, circunferentias, & eis continuas usq; ad k m, signa percurrent. Igitur ipsa f n, signa simul oriuntur. Ipsum autem n ipso f prius oritur, & f ipso

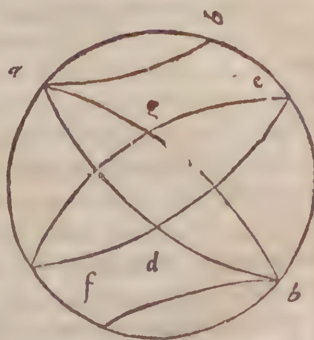


g igitur prius oritur. Dico quòd & posterius occidit, describatur per x signum maximus circulus f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a b partes. Similis igitur est f h, ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f ipsum f h, ambitum, & x ipsum x l, perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit, ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit, quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.

Theorema 6. Apparens 6.

IN zodiacò circulo astra consistentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autem circulus positionem habeat a d b, æquinoctialis autem esto e f d, sintq; ipsorum quidem segmenta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a, signum ipsi b signo, & e ipsi f. Dico quòd ipsa a b & e f, signa coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & sint paralleli circuli per quos signa a b inuehuntur a h, b c, sitq; segmentum a h super terram, at b c infra terram. Quoniam a ipsi b & e, ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia, e b ipsi a f, circunferētiæ. Sed e b, ipsi f c, est æqualis, & a f igitur ipsi f c, est æqualis, estq; maximus parallelorum e f d, æquus igitur est orbis a h ipsi b c orbi, suntq; ipsorum segmenta quæ uicißim a h, b c, æqualis



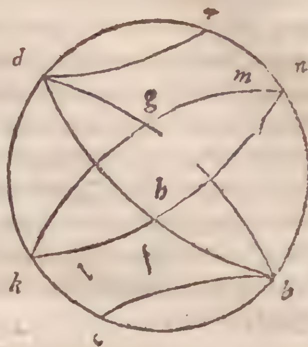
igitur est a h, circunferentia ipsi b c circunferentiæ, in æquali igitur tempore a signum ipsum a h, ambitū transiens in h ueniet, & b ipsam b c, circunferentiā perficiens ueniet in c. Sed a ipsam a h, percurrens in h proueniens occidit, at b ipsam b c, currens in c, quod proueniens oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur, similiter demonstrabimus quòd & a oriente b occidit. Rursus quoniam uterque ipsorum e g f, f d e, semicirculus est, æqualis est ambitus f g e, ipsi f d e ambitui, in æquali igi-

tur

tur tempore f, signum ipsam f g e, circunferentiam efficiens in e, ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circunferentiam ductus in e, quod prouenıens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod perueniens oritur. Ipso igitur f occidente e, oritur, similiter iam demonstrabimus quòd f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco et æquinoctiali astra consistentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

¶ Aliter ex impoßibili.

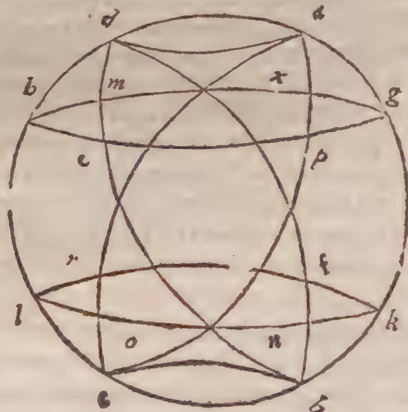
Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uerò b c, zodiacus porrò positionem habeat sicut d g b f, sintq; in d g b f in diametro signa f g. Dico quòd ipso f oriente, ipsum g occidit. Si autem est poßibile, non occidat, sed esto h, occidens & per f h, paralleli describantur circuli n h, f k, quare f signo oriente per k, ipsum h occidet per n, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k, & quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n, l k, maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi h, igitur f ipsi h, est in diametro. sed & g, quod est impoßibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.



Theorema 7. Apparens 7.

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentiũ maior fuerit circulo tropico, conuersionesq; contrarias fecerit transmutatus, quãdo enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet, quando uerò ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus b c, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitq; d e b, segmentum infra terram, at d f b supra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizõtis locum inter tropicos oritur & occidit, conuersionesq; efficit opposité transmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit. Sint quidem partes orientales d c, occiduæ uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestum est, quandoquidem maximos tangit orbes, fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumantur æquales & ex opposito circunferentiæ, d e, b f. Describanturq; paralleli circuli per quos signa e f, inuehuntur g e h, k f l. Quoniam circunferentia d e ipsi b f, circunferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f, est æqualis, semicirculus autem est d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circunferentia e d, ipsi d m, circunferentiæ est æqualis, & b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis, & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n est æqualis, semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signum ipsi n signo, & quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro signa existentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriente per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit, & ipso igitur e, oriente per h signum f, quod

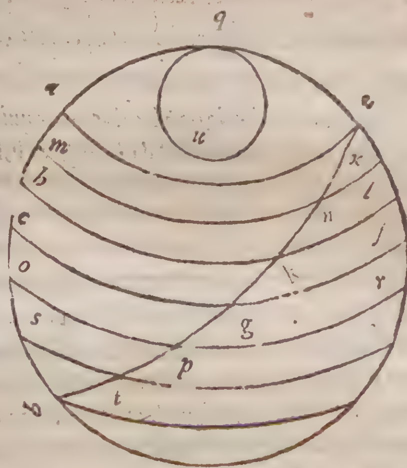


f, quod ei est in diametro occidit per k signum, & ipso n signo oriente per l signum, ipsum m, quod ei est in diametro signum, per g signum occidit, & insuper ipso b signo per c oriente, ipsum d, quod ei est in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit, transmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad septentrionem, occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit, immutatus apparet. Oriente siquidem d e b semicirculo, zodiacus circulus positionem habebit a x c. Similiterq; ostendemus quòd in diametro est ipsum quidem x signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniam signo c oriente per ç, quod in diametro ipsi c, est a, signum occidit per a. Ipso autem o, per l signum, oriente ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per h, oriente ipsum r, quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo, per d oriente, ipsum c, quod ei est in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit, permutatus apparet, patuit autem quòd & quando ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifestum quod quandoq; aliter supra nos stabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti, quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uerò in bifaria sectione segmenti, quod infra terram æstiui tropici humilior ad nos erit, semperq; longius factus à bifaria sectione segmenti circuli, quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus, similiter autem erit inclinatus æquè distās ab utraq; bifaria sectione.

Theorema 8. Apparens 8.

SIgna in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialē, in minoribus autem quæ hęc sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æquè distant.

Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d, maximus uerò semper apparentium sit q u, zodiacus porrò circulus positionem habeat c b, æquinoctialis circulus sit e f. Seceturq; utraq; ipsarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, signa. Dico quòd ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, circūferētiæ in æqualibus horizontis segmētis oriūtur et occidūt. In maximis ipsæ k g, g p, in minoribus autem k n, p t, in minimis uerò c n, b t, in æqualib. k g, ipsi g p, & k g ipsi p t, & n c, ipsi t b. Sint per quos inuehūtur ipsa n k, p t, signa paralleli circuli m x, h l, o r, s y. Quoniam ipsæ g k, k n, n c, sunt adinuicem æquales: ipsæ igitur f l, l x, x c, adinuicem sunt maiores, incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipsæ quidem e h, h m, m a, inuicem sunt maiores, incipientes à maxima e h, & insuper ipsæ quidem f r, r y, y d, ab ipsa f r, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & insuper ipsæ e o, o s, s b, ab ipsa e o, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & quoniam ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, oriuntur quidem per c x, x l, l f, f r, r y, y d circunferentias, occidunt autem per a m, m h, h e, e o, o s, s b, quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli h l, o r, maximi alicuius circuli circunferentias ipsius c b, hoc est p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur est circulus h l, ipsi o r circulo. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli h l, o r maximi alicuius circuli circunferentias ipsius a b c d, ipsas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est circunferentia l f ipsi f r circunferentiæ. Similiter autem ostendemus, quòd circunferentia f x. ipsi f y, circunferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iam id propterea & c x, ipsi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

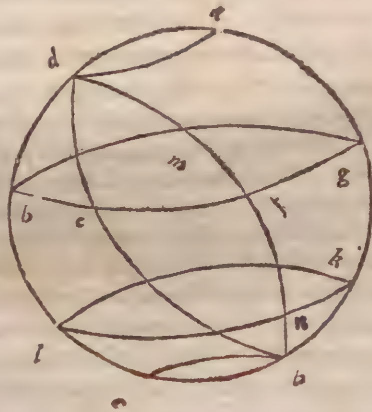


Theorema

Theorema 9. Apparens 9.

SIgnorum circuli semicirculi, qui exordium in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uerò qui cum capricorno: quicunque autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uerò circulus positionem habeat, d e b f, sintq́; orientales partes quidem c d, occiduæ uerò a b & d e b: sit qui post cancrum semicirculus, at b f d sit, qui post capricornum. Dico quòd ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minore qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunq; uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Describanturq́; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipsa, e f signa. Sintq́; eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quòd in diametro est e signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa d d circunferentia, ipsa m h circunferentia est maior aut ei similis. Ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa b c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a d, ipsam d a circunferentiam ambit: quam e incipiens ab h, ipsam h m g circunferentiā ambit. Et e ab ipso h incipiens in maiori tempore ipsam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipsam l f k, ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quàm b ab ipso c incipiens ipsam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidem tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum, ipsam b c ambit circunferentiam; & semicirculus d e b oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam h m g ambit circunferentiam in eo f, ei in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipso l, ipsam l f k ambit circunferentiā, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e h ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uerò tempore b incipiens ab ipso c, ipsam c b ambit, in eo ipsum d ei existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cancro oritur, hoc est ipse d e b, minore uerò eo quod in d e b ipse e b f, & insuper ipse n b m, in minori ipso e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f, semicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur: quoniā in æquali tempore m signū incipiens ab h, ipsam h m g, ambit circunferentiam, & e incipiens ab h, ipsam h m g ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam h m g ambit, in eodem quod ei est in diametro n incipiens a k, ipsam k n l ambit circunferētiam, & semicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e signum incipiens ab h signo, ipsam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d n, e b f, semicirculi oriuntur.

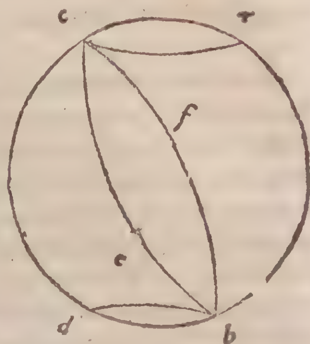


Theorema 10. Apparens 10.

SI zodiaci circuli bini semicirculi communem quandam habentes circunferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ tempore,

tēpore, in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æqualibus temporibus orientur.

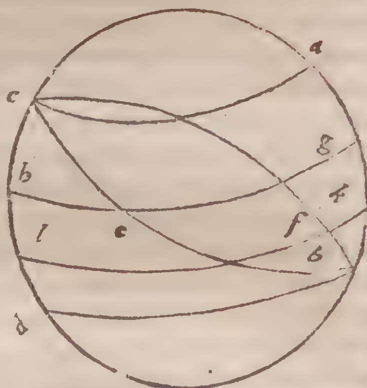
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uerò æstiuus sit a c, hybernus autem sit b d, zodiacus porrò sit b c. Assumanturq; æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriuntur. Dico quòd & ipsæ c e, b f, circūferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipsa enim a b, circunferentia eadē sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tempore oritur, & manifestū quòd eodem sunt differentiæ tempore, in quibus ipsi c e b, e b f, semicirculi oriuntur, & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quòd si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

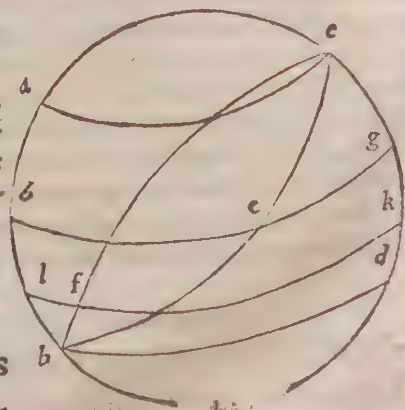


Theorema 11. *Apparens 11.*

ZOdiaci circuli æqualium & ex opposito circunferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.

Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumāturq; in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h k l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiēs a b e, ipsam e h, ambiens circunferentiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipsam e h ambiens ad h uenit, circunferentia e c, oritur: quando uerò f ipsam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a, casu zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut c e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipsa c e occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriēte, ipsum e occidit. In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferētiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l, ipsa b f oritur. Quādo uerò e ipsam e g ambiens ad g uenit, ipsa c e occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



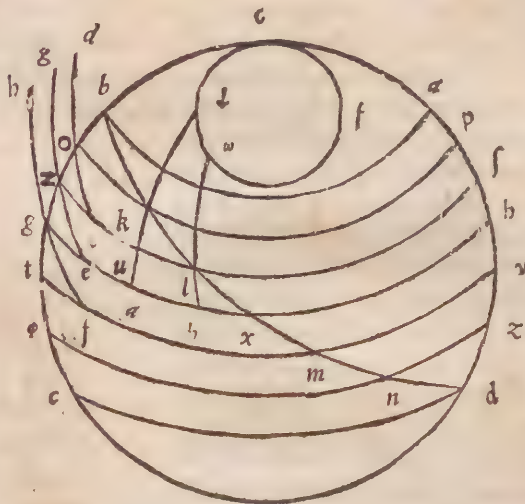


Theorema 12. *Apparens 12.*

SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ sunt ad

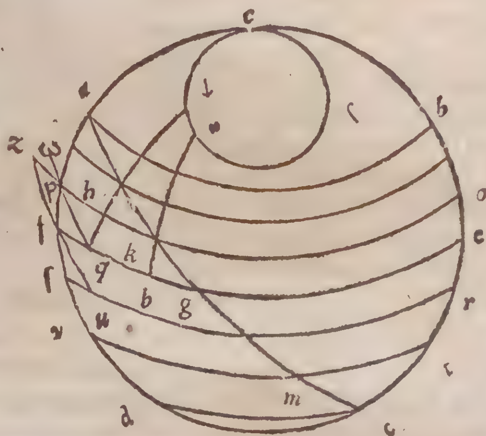
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has ſubſequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialẽ, æqualibus porrò qui æqualiter diſtant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Eſto horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentium ſit e f, tropicus uerò æſtiuus ſit a b, hybernus ſit c d, ſit porrò cum cancro ſemicirculus qui ſuper terram b d, æquinoctialis circulus ſit h g. Seceturq; utraq; ipſarum b x, d x, in tria æqualia per ſigna k l, m n. Dico quòd ipſæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipſæ b k, n d, in minoribus ipſæ k l, m n, in minimis uerò ipſæ l x, x m, in æqualibus porrò ipſa quidem l x, ipſi x m, ipſa k l, ipſi m n, & b k ipſi n d. Sint per quos inuehuntur ipſa k l, m n, ſigna paralleli circuli p o, ſ r, y t, z φ. Deſcribantur per k l, maximi orbes ψ a, ω b, ipſum tangentes circulum e f. Quoniam ipſæ b k, k l, l x, adinuicẽ ſunt æquales, ipſæ igitur g a, a b, b x, ſunt adinuicem maiores incipiẽtes ab ipſa g a maxima. Quoniam igitur g a ipſa a b maior eſt, ſed g a ipſi o k eſt ſimilis, & a b ipſi u l & o k, igitur ipſa u l maior eſt uel ei ſimilis. Ipſa autem l r maior fuerit uel ſimilis o k. Sit ipſi o k ſimilis l c. In quo igitur tempore k, ſignum incipiens ab ipſo k, ipſam k o, ambiens circunferentiam ad ipſum uſq; peruenit o. In eodem & l, incipiẽs ab ipſo l, ipſam l c ambiẽs

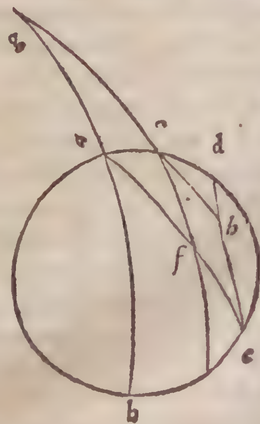


perueniet ad c, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipſi l c ſimilis eſt, ſed o k ipſi r u eſt ſimilis, & r u igitur ipſi l c eſt ſimilis, ſuntq; eiuſdem circuli. Aequalis igitur eſt r u ipſi c l, communis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipſi u l eſt æqualis, & o k ipſa u l eſt maior aut ei ſimilis, & o k igitur ipſa r c maior eſt aut ſimilis ei, in pluri ergo tempore k ipſam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm c, incipiens a c ipſam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipſam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipſa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipſam c r ambiens circunferentiam, peruenit ad r, occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rurſus quoniam minor eſt a b ipſa b x, ſed a b ipſi u l eſt ſimilis, & ipſa igitur u l ipſa b x, maior eſt uel ei ſimilis, multò igitur maior eſt r l ipſa b x, uel ei ſimilis. Ipſa autem g x minor, uel ei ſimilis, ſit ipſi r l ſimilis x e. In quo igitur tempore x ipſam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipſam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipſi e x ſimilis eſt, ſed r l ipſi g b eſt ſimilis, & g b igitur ipſi e x eſt ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli, æqualis igitur eſt g b ipſi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x eſt æqualis. Et quoniam u l ipſa b x, maior eſt aut ſimilis ei, æqualis autem eſt ipſa quidem u l ipſi r c, & b x ipſi g e, & r c igitur ipſa g e, maior eſt aut ei ſimilis. In maiori igitur tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipſam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipſa c o circunferentia occidit, hoc eſt ipſa k l circunferẽtia occidit. In quo igitur tempore e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipſa e r, hoc eſt l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rurſus quoniam t m ipſa n x, maior eſt aut ei ſimilis ſit ipſi g x, ſimilis m x. In quo igitur tempore x, incipiẽs ab ipſo x ipſam x g, ambiens circunferentiã ad g peruenit. In eodem & m ipſam m x, ambiens circunferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut x g h. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiuſdam circuli ambitus ipſius b d, ipſos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorũ orbem g h, æquus eſt r s ipſi t y. Quoniã igitur in ſphæra æqualis & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiuſdã circuli ambitus a b c d, ad

maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Estq; orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circunferentia h r ipsi t f, circunferentiæ. Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & f, ipsam f t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circunferentia. In quo autem tẽpore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus quòd & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam ostendemus quòd & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b k occidit quàm k l, & k l quàm l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tempore k l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tempore, & n m ipsa m x. Dico quòd & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsa m n, & b k ipsa n d, inspicianturq; ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq; cum cancro semicirculus qui sub a c, diuidaturq; utraq; ipsarum a g, g c, in tria æqualia per h k l m, signa paralleli autem circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circunferẽtiam erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l s ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus positionem habebit, sicut u f ω. Et quoniã in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius a b c d, auferunt ipsas s f, f p, ad maximum parallelorum e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, estq; orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u s circunferentiæ.



Quoniam autem semicirculus z, non coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circunferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circunferẽtiam ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circunferentia, hoc est k g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u f circunferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequuntur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur.

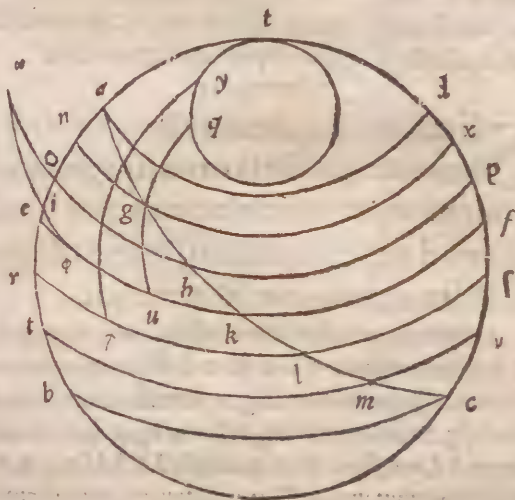


ALITER *idem.* Eadem manente descriptione. Dico quòd

quòd ipsa a b ipsi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipsa b e maior est, uel ei similis ponatur ipsi b e, similis c f, & zodiacus circulus positionem habeat f e g. Et quoniam æqualis est a b ipsi b c, æqualis est circulus a h ipsi c d circulo, æqualis igitur est a e ipsi e d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniam c b ipsi b a est æqualis, est autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur est & a g, circunferentia ipsi d f circunferentiæ. Sed ipsa a g ipsi e b est similis, & e b igitur ipsi d f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem, & f, incipiens ab f, ipsamq; f d ambiens circunferentiam, peruenit ad d. Sed quando ipsum b ad e peruenit, occidit b a, quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b, in æquali occidit tempore.

¶ Aliter xij. eadem & manifestior.

Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ subsequuntur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus uerò tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cãcro sit supra terram a c, sintq; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem sit e f. Seceturq; a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico quòd in pluri tempore ipsæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æquè distant. Sit maximus semper apparentium t y q. Describãturq; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangentes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ,

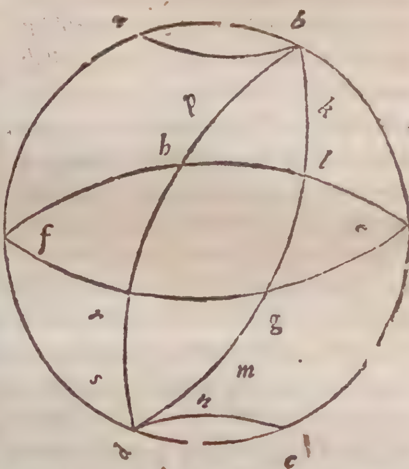


ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ ω o, u e, a r, h ω, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circũferentiam, & ω ipsam ω o. Sed tẽpus in quo g ipsam n g, circũferentiam ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo ω ipsam ω o, ambit, id est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo h ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tẽpus, in quo ω ipsam ω o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferentia. Reliquum igitur tempus in quo h ipsam h ω ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circunferentia. Similis autem est ipsa quidem o ω ipsi u e, & ω h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circunferentia occidit. Et quoniam in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorum e f maximus est parallelorum, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorum, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangẽtes, maior est ipsa quidem e u circunferentia, ipsa u φ circunferentia. & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, q̃ φ ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit q̃ k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circunferentiã perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circunferentia, tempus autem autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h ω perficit, hoc est id in quo ipsa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circunferentia occidit, ipsa g h circunferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k

signo in e, zodiacus orbis positionem habeat ω i φ, & quoniã æqualis est ω e, circunferentia ipsi e φ circunferentiæ, parallelorum autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circunferentia ipsi e r, circunferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l, suntq; æquales circuli ipsi ω h p, r l s, similis igitur est ω o, circunferentia ipsi r φ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r signũ, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circunferentia occidit, tempus uerò in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquum tempori in quo e ω circunferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e ω, circunferentiæ occidunt, æqualis autem est φ e ipsi l k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonstrabimus quòd & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipsæ l k, k h, in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus quòd & ipsæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g h, & g h quàm h k, in pluri ergo tempore occidit c m, circunferentia quàm m l, & m l, quàm l k. In pluri igitur tẽpore ipsæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo uerò h k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriuntur, eadem enim manente descriptione, si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram, eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq; æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. Apparens 13.

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ temporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequuntur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo distant, oriuntur & occidunt.



Sit horizon circulus a b c d, æstiuus uerò tropicus sit a b, hybernus autem tropicus sit c d, sitq; cum capricorno semicirculus qui sub terra d g, æquinoctialis uerò circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarum b g, g d, in tria æqualia per k l, m n, signa. Dico quòd ipsæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipsæ b k, n d, in minori autem ipsæ k l, m n, in minimis autẽ ipsæ l g, g m, in æquali porrò ipsa b k, ipsi n d, & k l, ipsi m n, & l g, ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, seceturq; utraq; ipsarum b h, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, sed in quo tẽpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autem tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur quàm n m. Rursus quoniam o p in maiori tempore occidit quàm p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem b k, ipsa k l, in maiori tempore oritur, & k l ipsa l g, & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodem & h r. Sed in quo p h occidit, ipsa m g oritur. In quo autem tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipsa g l, in æquali tempore oritur. Iamq; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, in æquali tempore oritur, & b k ipsi d n. Rursus quoniã in quo tempore p h oritur, in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tempore h r oritur, ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipsa quidem k l, ipsi m n, in æquali tempore occidit, & b k ipsi g d.

Theorema 14. Apparens 14.

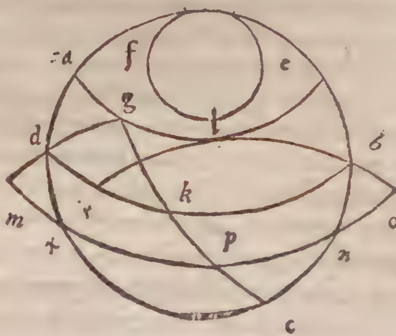
ZOdiaci circuli æquales circunferentię in æqualibus temporibus permutant apparens hemisphærium, sed in pluri tempore quæ propè contactum æstiui tropici ea quæ longius distat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit

Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentium sit e f, æstiuus uerò tropicus sit a, sitq; ipsius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulus quandoq; positionem habeat sicut b g k, quandoq; uerò sicut l m n, assumaturq; n k m, maior semicirculo. Describaturq; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum secat a b, estq; ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq; sunt maximi orbes b g k, l m n, ipsum b a tangentes, maior est m x circunferentia, ipsa o d circunferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelum b a secat, estq; ipsius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Describiturq; maximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k, igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorum x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circunferentia, ipsi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circunferētiam, peruenit ad r quàm p, incipiens ab ipso p, ipsam p c ambiens circunferentiam, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circunferentiam ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, permutat hemisphærium apparens. In quo autem tempore p incipiēs à p, ipsamq; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat apparens hemisphæriū. In pluri ergo tempore ipsa x n, permutat apparens hemisphærium quàm d p. Dico quòd & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici quàm p d. Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circunferētia ipsi d k, maior igitur est d g ipsa m x, & x n igitur propior est cōtactui tropici æstiui q̃ ipsa p d.

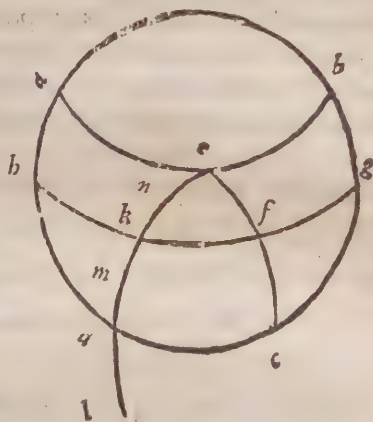
Theorema 15. Apparens 15.

Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circunferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphærium, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, in æquali uerò quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

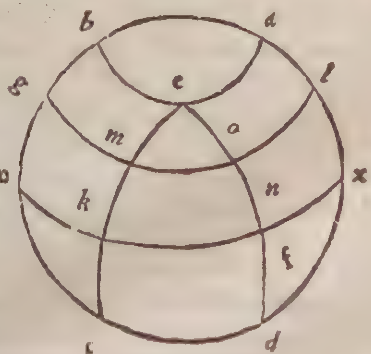


Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiū e f, æstiuus uerò tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionē habeat c g d. Dico q, in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circunferentiæ nō permutant æquali tēpore apparens hemisphæriū, sed in pluri quæ propiores cōtactui æstiui tropici ea quæ lōgius distat, in æquali uerò quæ æquè ab æstiuo tropico distāt in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionē parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positionē sicut h l r. Quoniā k g, g d, à contactu æstiui tropici æquè distant, in quo igitur tēpore d g oritur, in eodē k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidē in quo d g oritur, id est in quo g incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiā ad ipsum g uenit. Tempus autē in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l ipsam l b ambiens circunferentiā ad ipsum uenit b. In quo igitur tēpore g, ipsam a g ambiens, ad g peruenit. In eodē & l ipsam l b circunferentiā ambiens, ad ipsum uenit b. Cōmune apponatur tēpus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiā, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiā, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d

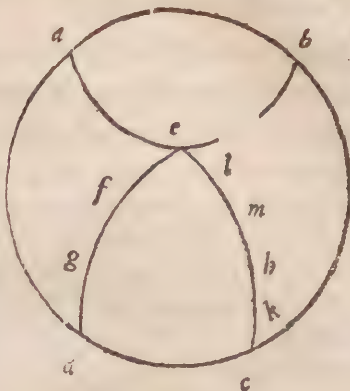
incipiens ab ipſo d,ipſam d h ambiens circunferentiã,ad ipſum uenit h,æquale eſt tempori in quo l,incipiens ab ipſo l,ipſam l b ambiens circunferentiã,ad b uenit cum tempore in quo h, incipiens ab ipſo d,ipſam d k b,ambiens circunferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a,ipſam a g ambiens circunferentiã ad g uenit,cum tẽpore in quo d,incipiens ab ipſo d,ipſam d h,ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem eſt in quo g d,circunferentia apparẽs hemiſphærium permutat. Tempus uerò in quo l,incipiens ab ipſo l,ipſam l b,circunferentiã ambiens ad ipſum uenit b,cum tẽpore in quo h incipiẽs ab ipſo d,ipſam d r h,ambiẽs circunferentiã ad h uenit,id eſt in quo ipſa l h apparens hemiſphærium permutat,hoc eſt ipſa K g. In quo igitur tempore k g,circunferentia apparens hemiſphæriũ permutat,in eodẽ & g d. Aſſumatur iam quoddã ſignum m,ut g d ipſi d m ſit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m,ſignum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur eſt d m ipſi K p. Et ipſæ d m, K p,à contactu æſtiui tropici æquè diſtant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur,in eodem ipſa p k occidit,hoc eſt ipſa h o occidit. Sed tempus quidẽ in quo d m oritur,idem eſt in quo m incipiens ab ipſo m ipſam m x,ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo h o occidit,id eſt in quo o, incipiẽs ab n,ipſam n o,ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipſo m,ipſam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit,idem eſt tempori in quo ipſum n,incipiens ab n ipſam n o ambiens circunferentiã ad ipſum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipſam x n,circunferentiã ambiens ad ipſum n peruenit. Tempus igitur in quo m,incipiens ab ipſo m ipſam m n,circunferentiã ambiens ad ipſum n uenit,æquũ eſt tempori in quo o incipiens ab ipſo x,ipſam x o ambiens circunferentiã ad ipſum ꝑuenit o. Sed tempus quidem in quo m,incipiens ab ipſo m ipſam m n, ambiẽs circunferentiã ad n uenit,id eſt in quo ipſa d m,circunferẽtia ꝑmutat apparens hemiſphæriũ. At tẽpus in quo ipſum o incipiẽs ab ipſo x,ipſam x o ambiẽs circunferentiã ad o uenit,id eſt in quo ipſa o h,hoc eſt ipſa k p, ꝑmutat apparens hemiſphæriũ. In quo igitur tẽpore d m,permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodẽ & k p,& in maiori tẽpore ipſa g d, ꝑmutat apparẽs hemiſphæriũ quàm d m. Sed in quo quidẽ tempore g d,permutat apparens hemiſphæriũ. In eodem & g K,permutat apparens hemiſphæriũ. In quo autẽ d m,in eodem & K p. In pluri ergo tempore g K,permutat apparens hemiſphæriũ quàm k p.



ALITER idem. Eiſdẽ expoſitis aſſumatur e f,non maior exiſtens quarta parte,eſtoq; per quẽ fertur f ſignũ,ipſi f k h orbis,æqualis igitur eſt e f,ipſi e k, ponatur ipſi e k,æqualis k l,tota igitur f e k toti e l eſt æqualis. Dico q, ſi quarta pars eſt e f,ipſæ f e k,e k l,æquali tẽpore ꝑmutant apparens hemiſphæriũ. Si autẽ minor eſt quarta parte ipſa e f. In pluri tẽpore f e k,ꝑmutat apparẽs hemiſphæriũ,quàm ipſa e l. Eſto prius quarta pars e f & e k,ipſa quarta pars eſt,æquinoctialis igitur eſt g f h,& quoniã ipſæ e K, K l, æqualiter diſtãt ab æquinoctiali,in quo igitur tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ et K l. In quo autem tẽpore ipſa e K occidit,in eodẽ e f oritur,& in quo igitur tẽpore e f oritur,ipſa K l occidit,cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e k,ꝑmutat apparẽs hemiſphæriũ:tempus igitur in quo k l occidit,cũ tempore in quo ipſa e k,ꝑmutat apparens hemiſphæriũ,æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur, & ipſa e k ꝑmutat apparens hemiſphæriũ,æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur,& ipſa e k ꝑmutat apparens hemiſphæriũ. Sed tẽpus q. dẽ in quo k l occidit, & ipſa k e ꝑmutat apparens hemiſphæriũ,tẽpus eſt in quo ipſa e l, permutat apparens hemiſphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur,cũ tẽpore in quo e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ,tẽpus eſt in quo f e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ. Igitur ipſæ f e & k l,in æquali tẽpore apparẽs hemiſphæriũ ꝑmutãt. Sed eſto e f circũferẽtia minor quarta parte,& ipſa e k igitur quarta parte minor eſt,ponatur quarta pars e m,ponaturq; ipſi m k æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l eſt æqualis,& e n ipſius æſtiui tropici cõtactu ꝓpior quàm m l, in pluri ergo tẽpore ipſa e n occidit,quàm m l. Idq; ꝓpterea et n k,in pluri tẽpore occidit quàm k m,et ipſa igitur e k,ipſa k l pluri tẽpore occidit. In quo aũt tẽpore e k occidit,ipſa e f oritur:in pluri ergo tpe ipſa e f oritur,quàm k l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e k,ꝑmutat apparens hemiſphæriũ,in pluri ergo tẽpore f e k,permutat apparẽs hemiſphæriũ q̃



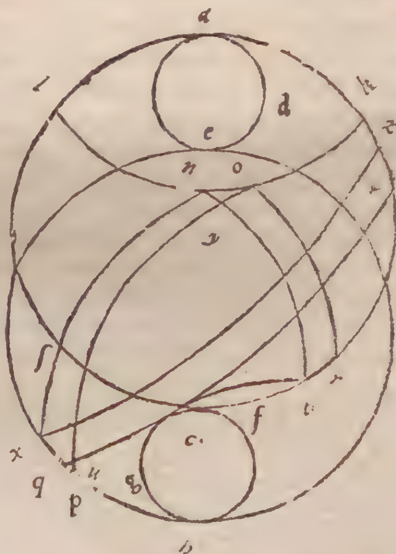
ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f, non maior 4 parte, assumaturq; cōtingens signum n, sitq; per quē inuehatur n, signū parallelus circulus h k, n l, ponaturq; ipsi f n, æqualis k m, æqualis igitur est et k e n ipsi m e f. Dico q, in pluri tēpore ipsa k e n circunferētia permutat apparēs hemisphæriū, quā ipsa m e f. Sit per quem fertur signū parallelus circulus g m x, æqualis igitur est k m ipsi o n, & quoniā o n contactui æstiui tropici propinquior est quàm n f, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n f. In quo autē tempore o n occidit, ipsa m K oritur. In pluri igitur tēpore m g oritur quàm n f occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo ipsa e n, permutat apparens hemisphærium. In pluri ergo tempore ipsa k e n permutat apparens hemisphærium quam ipsa m e f.



Eisdem expositis assumantur æquales, & ex opposito circunferentiæ f g, h k, sitq; f g propior contactui ipsius æstiui tropici quam h k. Dico quòd in pluri tempore f g permutat apparens hemisphærium, quam h k. Quoniam enim f g, propior est contactui ipsius æstiui tropici, quam h k, maior est h e ipsa e f, ponatur ipsi quidem f e, æqualis e l, ipsi autem f g æqualis l m. Quoniam igitur ipsæ l m, f g æquè distant à contactu æstiui tropici, in quo tēpore l m permutat apparens hemisphærium in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemisphæriū, quam h K, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemisphærium, quam h k.

Altera traditio super 14 propositionem.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ tempore in æquali permutant apparens hemisphærium, in pluri quæ propius contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.



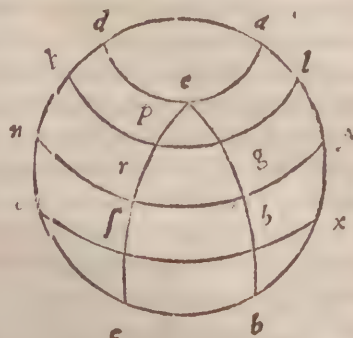
Sit in mundo horizon a b c, & maximus semper apparentium sit a d e, maximus autem semper non apparentium f g h, tropicus autem æstiuus sit k l, hybernus uerò tropicus sit b c. Sitq; ipsius a b c circuli polus inter a d e, et k l circulos. Sintq; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò positiones sint semicirculi qui cum cancro n x, o p. Assumaturq; o p circunferentia non minor existens semicirculo, describaturq; per p maximus circulus tangens ipsum a d e, tanget igitur & ipsum f g h. Iam aut per o signum, siue supra o signum cadit, describatur: sitq; e h p, ut non coincidat qui ex h semicirculus, sicut ad partes ex p, ei qui ex a semicirculo sicut ad partes a k r. Compleāturq; ipsi x n b, p o r, circuli. Quoniā in sphæra maximus circulus est a b c, et bini maximi circuli sese inuicē dispescunt ipsi b n s, r o t p & ipsius a b c, circuli polus est inter a d e & k l circunferentias: maior igitur est s n y, circunferētia y t circunferentia. Ipsa igitur t y, circunferentia ipsa y n s minor est. Et quoniā in sphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eūdē circulū a d e tāgūt, & ipsi a d e, ipsum k l parallelū existentē secant, & ipsius a b c, polus est inter ipsos a d e, & k l circulos, & ipsius e h p, igitur polus est inter ipsos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus est inter ipsos f g h et b c circulos. Quoniā igitur in sphæra maximus orbis est e h p & ipsum e h p secāt bini maximi circuli r o p, b n x, et ipsius e h p, polus est inter ipsos b c & f g h, orbes, maior est p y, circūferētia ipsa y n x, circūferētia. Quarū y t, ipsa y n s, minor est, reliqua igitur t p, ipsa s x maior est ponatur ipsi s x, circūferētiæ æqualis circūferētia t u. Describāturq; paralleli circuli p quos inuehuntur ipsa u x, signa, ipsi x z, q φ. Similis igitur est x z, circunferētia ipsi q φ, circunferentiæ. Ipsa igitur x z, ipsa u φ, maior est uel ei similis. In pluri ergo tēpore x, signū, ipsam x z, circunferentiam transit, quàm u, ipsam u φ. Sed tempus in quo x signum, ipsam x z, circunferentiam ambit, id est in quo s x, circunferentia permutat apparens hemisphærium.

Tempus autem in quo u signum ipsam u φ circunferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphærium. In pluri ergo tempore ipsa s x, permutat apparens hemisphærium quàm t u, & est ipsa s x, propior ipsi æstiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemisphærium propinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autẽ & in eo qui cum capricorno semicirculo æquales circunferentiæ inęqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quæ tropico æstiuo propinquior ea quæ longius distat, in æquali autem quæ æquè distant ab utroq; contactu.

Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionem habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circunferentia in semicirculo, qui cum capricorno, & e c sit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Assumanturq; æquales circunferentiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tẽpore permutat apparens hemisphæriũ quam g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circunferentia ipsi p r, circunferentiæ, & g h ipsi r s. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r s est æqualis. Et quoniam in quo tempore p r occidit, ipsa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p signum ipsam K l, circunferentiam perficit, æquum existens tempori. In quo f signũ ipsam K l circunferentiam transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam K l, ambit circunferentiã, & p r occidit, æquum ei tempori in quo f g circunferentia oritur, & f signum ipsam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam K l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparens hemisphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circunferentiam, id est in quo f g, permutat apparens hemisphærium. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quòd ipsæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemisphærium, & p r ipsa r s, pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm g h: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quòd æquè distantes æquali tempore permutat.



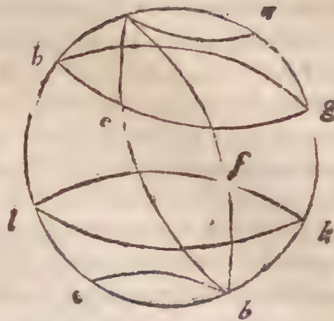
Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedẽtibus signis super horizonte existentibus circunferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existẽtibus, tota oritur & tota occidit, præcedentia nanq; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipsius igitur p r circunferentiæ signum præcedens est p, ipsius autem g f præcedens est g: accipiens igitur ipsam p r occidentem, ipsam uerò g f orientem, necessariò permutationes earum quærens, eas in semper apparenti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum, ipsius uerò g f ortum, quando enim p ad ipsum n l uenit, ipsa p r nequaquam occidit, sed adhuc super terram est, quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per K in oriente existẽte, tota p r sub terra est, motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso K ad l uenit cũ occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphærium. Rursus ipso f per K, in oriente existente, ipsa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortũ. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipso K in l, uenit cum ortu ipsius g f, tempus est in quo g f permutat apparens hemisphærium. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g occasum, nequaquam accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g, & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16. Apparens 16.

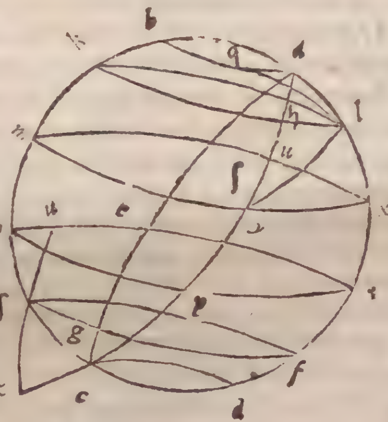
ZOdiaci circuli ęqualium & ex opposito circunferentiarũ, in quo tempore permutat altera apparens hemisphæriũ, altera non apparens, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus sit b c, zodiacus porrò circulus positionem habeat d e b f, sitq; d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circunferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e permutat apparens hemisphærium, in eodem f b non apparens, & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, K f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signũ, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signum. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f K l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circunferentiam, & f ipsam f K l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo e ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparens hemisphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphærium, & f b non apparens, similiter ostendemus quòd & in quo tempore ipsa d e permutat non apparens hemisphærium ipsa f b apparens.



ALITER idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uerò sit c d, zodiacus circulus positionem habeat sicut a e, c f. Assumanturq; æquales & ex opposito circunferentiæ e g, f h. Dico quòd in quo tempore f h, permutat apparens hemisphærium ipsa e g non apparẽs. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l. m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h, e g, circunferẽtiæ æquales sunt, & ex opposito æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum sectiones, quæ per uices adinuicẽ sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentum m n x supra terram, æquum est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniam ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signum incipiens ab ipso y ipsam y x, ambiẽs circunferentiã ad ipsum x, uenit tẽpus autẽ in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tẽpus est in quo u incipiens ab ipso u ipsam u o, ambiens circũferentiã ad o uenit: tẽpus autẽ in quo y incipiẽs ab ipso y, ipsam y x, ambiẽs circunferentiã ad x uenit, æquũ est tẽpori in quo u incipiẽs ab ipso u, ipsam u o ambiẽs circunferentiã ad o uenit. Cõmune apponatur tẽpus in quo y incipiẽs ab ipso x, ipsam x n m, circũferentiã ambiẽs ad ipsum m, uenit æquũ existẽs tẽpori, in quo u incipiẽs ab ipso u, ipsam u o, circũferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiẽs ab ipso y, ipsam y x n m, circũferentiã ambiẽs ad m uenit, æquũ est tẽpori in quo u, incipiẽs ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circunferentiã ad r uenit. Sed tẽpus quidẽ in quo y, incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, ambiens circũferentiam ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriũ, hoc est h f. Tẽpus autem in quo u, incipiens ab ipso u, ipsam u o, p r, circunferentiã ambiens ad r uenit, tẽpus est in quo u s, permutat non apparens hemisphærium, hoc est ipsa e g. In quo igitur tempore h f, permutat apparens hemisphærium, in eodem ipsa e g non apparens.

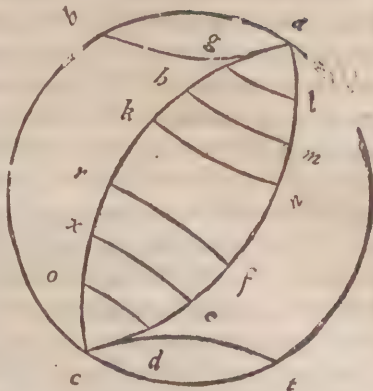


Theorema 17. Apparens 17.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in ęquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè distant.

Sit in

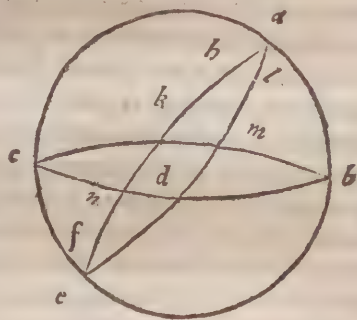
Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uerò sit c t, zodaicus uerò circulus positionem habeat a c e, assumanturq; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico quòd ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutant non apparens hæmisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e quàm e f. Assumantur ipsis d e, e f, circunferentijs æquales, & ex opposito circunferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphærium. Sed in pluri g h quàm h K. Sed in quo tempore g h permutat apparens hemisphærium, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico quòd & in æquali tẽpore quæ æquè distant ab utroq; contactu tropicorum, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g h K, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n K. Ipsæ h K, l m, igitur circunferentiæ in æquali tempore permutant apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore h K apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparens permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tẽpore non permutant, non apparens hemisphæriũ.



Theorema 18. Apparens 18.

EArum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tempore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparens, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparẽs.

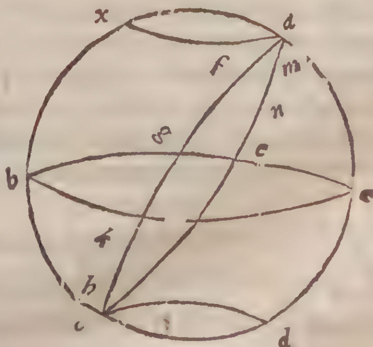
Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e b, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æquè distantes circunferentiæ sint h k, f n. Dico quòd in quo tempore h k permutat apparens hemisphærium, ipsa f n non apparẽs, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circunferentia. Ipsæ igitur m l, h K, circunferentiæ permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemisphærium permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa n f circunferentia non apparens permutat. Idq; propterea iam & in quo tẽpore h k, circunferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.



Theorema 19. Apparens 19.

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualiũ circunferentiarũ existẽtium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.

Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uerò sit d o, æquinoctialis autem circulus sit b e c, zodaicus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circunferentiæ sint f g, h k. Si autem propinquior æstiuo tropico f g. Dico quòd in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphærium quàm h K, non apparens & contingens ipso contingente ponatur n ipsi h k, circunferentiæ æqualis, & ex opposito circunferentia m n, propinquior igitur est f g, æstiuo tropico quàm m n, in pluri igitur tempore f g, permutat apparens hemisphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h K non apparens. Similiter iam demonstrabimus quòd &



contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circunferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

LODOVICO MOCENICO PATRITIO Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.



IRTVS, doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splẽdidius aut rutilantius nihil esse sapiẽtißimi Græcorum dicere consueuerũt, ea semper in te extitit, ut omnes de te nil nisi clarũ aliquid, nil nisi perspicuum, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperẽt, aut sperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mãcipium præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem coniectans animoq; perpendens, nil de te inquam aliud mihi persuadere solebam, nisi quòd tibi tuæq; familiæ præclarißimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ sola ex omnibus possesionibus, Isocratica sentẽtia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularem (habes enim ut ingrati mancipij suspicionẽ fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorẽ Maximiliano Cæsari, Germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationẽ ita egisti, ita tractasti, ut Senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauißimo Senatui gratißimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo quem tibi comitia contulerunt exactißimè comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona, quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ nec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. max. munere tibi uita superstes. Verùm quid illud fuerit quòd eam fidem, eam obseruantiam quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque: si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sanè quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorũ uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantißimi mathematici obtulerunt opusculum certè arduum, rarißimũ, & Latinis hucusq; aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanq; & indagare uoluit sapientißimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadã disciplina patefacit, dum humanum uisum, & oculi potentiam accommodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de Elementis, nã ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos per multos dies ei accõmodauimus, unà cũ Theonis acutißimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quam eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium, Inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum esse censui, tuoq; nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inficias, obseruan

obseruantiam spectes, amoris erga te sui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauißime, à me id consultò factum fuisse. Nam cùm mihi sit compertum te disciplinas semper amasse & coluisse, earumq; amatorem extitisse, facilè propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantium decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionē Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certè disciplinas naturales sequuntur, sicut Auerrois Peripateticus Aristotelem nobis aperiens sensisse uidetur. Quas qui ignorant (sicut Euclidis interpres, Proclus Lycius, inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi esse explicadum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex nostra officina adiunximus, ac etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet Græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretari. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm sic auctorum illorum ueterum, quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; poßit deridere. Nam si forte suus repetitum uenerit olim Grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarißime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obsecro legere uelis, ubi quid tibi ocij superfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem, Optica & Data, quæ quandoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se Latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatem penè amissam, philosophãtium scholas petens sibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par est, uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem De speculorum imaginibus, sic per nos Latinè loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarißimum ornamentum, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Platonici mathematiciq; præstantissimi Specularia, Barptolomæo Zamberto Veneto interprete.

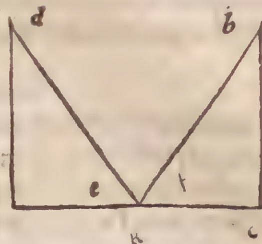


VISVM lineam rectam esse, qua media cuncta extremis correspondēt, quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planum ac receptum esse oportet. Speculo in plano collocato, inspectoq; aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculum & spectantem recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanque speculis loco assumpto, in quem ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cõuexis uerò speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoque in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

Theorema

Theorema primum.

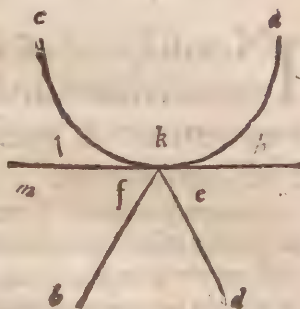
A Planis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.



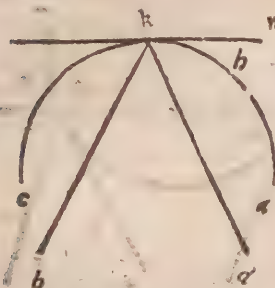
Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uerò feratur b K & refringatur in d. Dico q, angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitentur per 12 primi elementorum perpendiculares in speculum b c d a: est igitur sicut b c ad c K, sic est d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c K triangulo d a K, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.

In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a K c, uisus uerò sit b K, refractus in d. Dico quòd angulus e h, æqualis est angulo f l, apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per præcedentem. Sed & h ipsi l, connectitur nanq; m K, totus igitur e h, toti l f est æqualis.



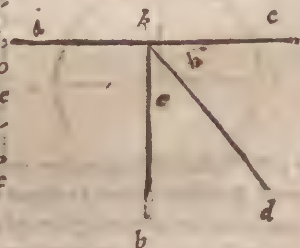
In cauis.



Sit rursus cauum speculum a K c, uisus autem b K refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus est angulo f, collato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autẽ est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis.

Theorema secundum.

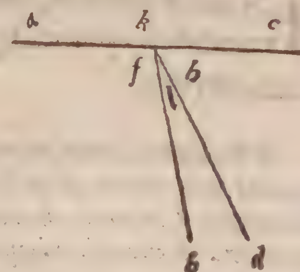
IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur.



Sit planum speculum a K c, oculus autem sit b, uisus uerò sit b k, cadatq; æquos efficiens angulos f h. Dico quòd b k refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Non enim sed si poßibile est agatur in d, & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h, ostensum quoq; est quòd e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impoßibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demonstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.

Theorema tertium.

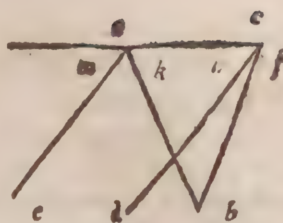
IN qualecunq; speculum procidens uisus ęquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.



Sit planum speculum a k c, uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quòd b k, refractus, non refringetur in sese, neq; in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f, ipsi h l est æqualis, quod est impoßibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori nanq; minori æquale abscindi est poßibile per 3 primi elementorum, eademq; demonstratio est & in conuexis, & in cauis.

Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & conuexis refracti, neq; concurrunt adinuicem, neq; sunt paralleli.



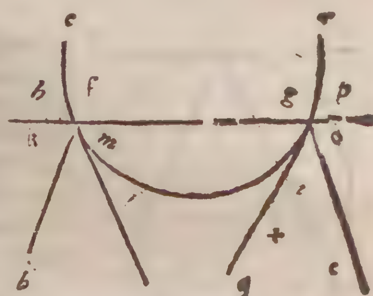
Sit planum speculum a c, oculus sit b, uisus uerò refracti sint. b c d, b a e. Dico quòd c d, & a e, neque paralleli sunt, neque concurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemen. f ipso k, quoniam est extra ipsum triangulum b k c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neq; in e d, concurunt.

In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, occultus uerò sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quòd ipsi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neq; sunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraq; parte, quoniam æqualis est k h, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipso k & k ipso n x est maior, sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

Theorema quintum.

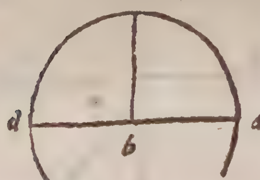
IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circunferētiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circūferentiam, uisus refracti concurrent.

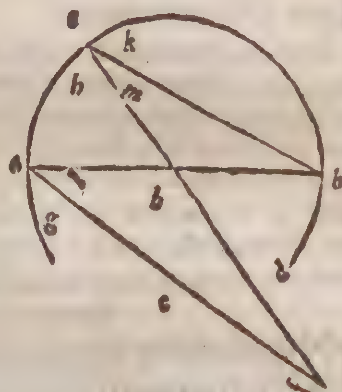


Sit cauum speculum a c d, centrum autē sphæræ sit b, ponaturq; oculus in b & procidāt ex b uisus in circūferentiā b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 27 tertij elemen. uisus igitur refracti per seipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autē patet quod in b concurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rursus cauum speculum a b c, oculus autem esto b, ponaturq; in eius circunferētia, & ab ipso b, incidant uisus b c, b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmentum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo h per 31 tertij elementorum & g per a igitur ipso k, maior. Ipsi igitur f k, ipsis h k, sunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipsæ c d a e, in f similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.





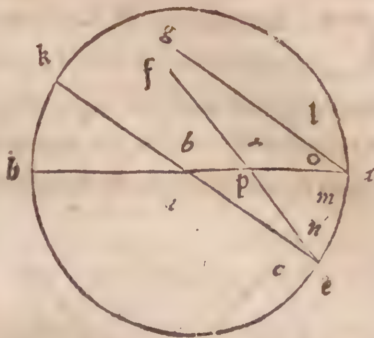
Theorema sextum.

IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoq; uisus refracti concurrent, & quandoque non ocncurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uisus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturq; uisus usq; ad speculum a b, c k. Ipsa a b, iam ipsa c K, aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uisus, a b æqualis est ipsi c k, æqualis est & a c b, circunferentia ipsi c b K, circūferentiæ. Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem sunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipsis n x, sunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniā enim per 16 primi elementorū angulus r, ipso

p maior

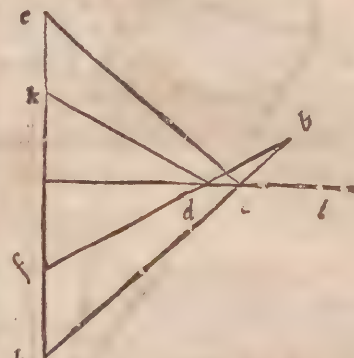
p maior est,quia exterior est. Et angulus p ipsi o,angulum est æqualis. Igitur angulus r,ipso angulo o maior est,communis apponatur qui sub o r f,igitur ipsæ c f, a g,concurrunt sicut ad g f. Idem quoq; erit & si maior sit ui sus a h,ipso c k,maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior est,& r ipso o. Si uerò a h recta linea minor fuerit ipsa c K,id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipsi o esse æqualem uel ipso o minorem,& non concurrere a g ipsi f. Manifestum est autē quòd & si maior fuerit a h,circunferentia ipsa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum,neq; in circuli circunferentia,neque extra utiq; fiet,sed intus tantum.



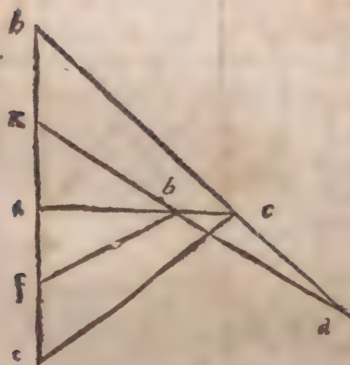
Theorema septimum.

CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.

Sit fastigium quidem a e,speculum autem planum sit a l, oculus uerò sit b,uisus porrò sint b c,b d,refracti,in e K. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e,quidē supra esse,ipso h infra existente,& K infra existens in f,quod supra est,ac perinde conuersa sunt in phantasia.



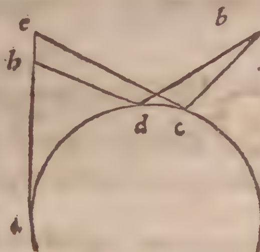
In craßitudinibus.



Sit rursus craßitudo quidem e a,speculum autem planū sit a c,oculusuerò sit d, uisus porrò sint d c,d b refracti in e f,similiter eductis uisibus ad h K,apparet quidē e infra existens super h superius existente,& f,supra existens super K infra existente.

Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.



Sit celsitudo a e,speculum autem conuexum sit a d c,uisus uerò sint b d,b c,refracti in e h: patet quòd non cōcurrunt,reliqua uerò sicut & in planis.

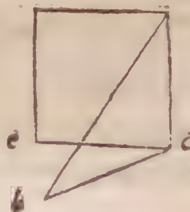
In craßitudinibus.

Sit rursus craßitudo a e,speculum uerò conuexum sit a d c,oculus autem sit b uisus autem refracti in e h,sint b c e,b d h,reliqua uerò sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ lōgitudines à planis speculis sicut se habent,sic & uidentur.

Sit oculus b longitudo autem obliqua sit d e, speculum uerò sit a c,igitur refractis uisibus uidentur quidem d in a & e,super c sicq; se habet in phantasia,sicut uerò se habet,propius propius,& remotius remotius.



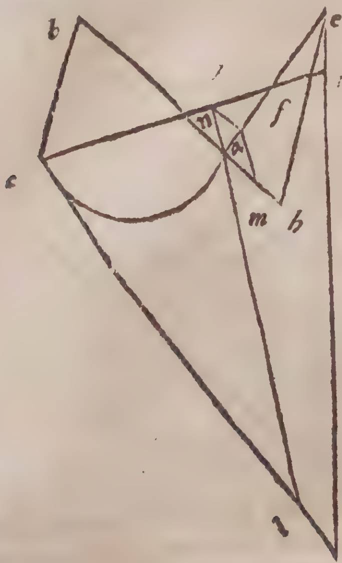
Theorema decimum.

OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uerè,sic spectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uerò conuexum a c, aſpectus porrò refracti in e d, ſint b a, b c, reliqua uerò eadem.

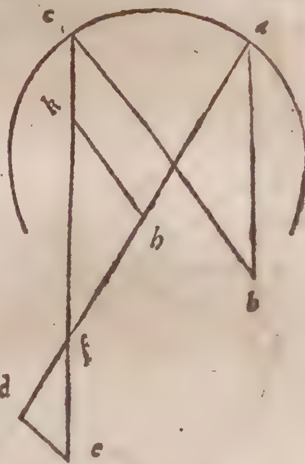
Theorema undecimum.

CElſitudines & craſſitudines à cauis ſpeculis quęcunque ſunt intra coincidentiam uiſuum, conuerſa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quæcunque autē extra coinciden tiam ſicut ſunt, ſic & ſpectantur.



Sit cauum ſpeculum a c, oculus aut ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c eorum coincidentia: porrò ſit f celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam ſit a t, d e ſit extra coincidentiam: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet K ſuper m, & n ſuper l: quare cōuerſæ uidentur, rurſus ſuper exteriorem coincidentiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper h, ſicut ſe habet, ſic ſpectatur.

In craßitudinibus.

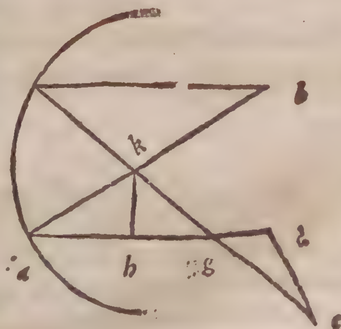


Rurſus craßitudo quidem ſit d e, & k h, cauum autem ſpeculum ſit a c, oculus uerò ſit b, uiſus autē refracti ſint & concurrentes in f b a, b c, igitur productis uiſibus ſimiliter K h, conuerſæ ap paret, K quidem per c & h per a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e, infra per a & d ſuper c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis, quæcunque intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt, ſic ſpectantur, quæcunque uerò extra, conuerſæ.

Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h k, cauum uerò ſpeculum ſit a c, oculus autem ſit b, uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d, b c e, & ipſa quidem h K, obliqua longitudo ſit intra. Igitur h K iuxta naturam apparet, ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d, conuerſa, nam ipſum quidem d, ſuper a apparet, & e ſuper c.



Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis, eſt poſſibile.

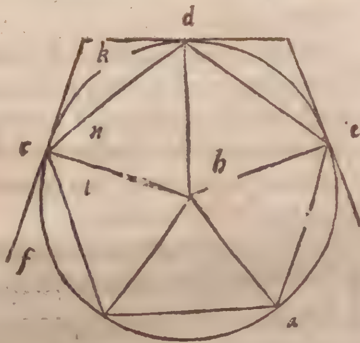
Sit quod uidendū eſt a, oculus uerò ſit b, ſpecula autem tria ſint c d, d e: e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipſo b in c d ſpeculum b c, æqualis autem ſit b c, ipſi c ſ, & rurſus per

per eandẽ ab ipso a in e f, perpẽdicularis excitetur a f & ipsi a f æqualis esto f h, & per eadẽ ab ipso h, in speculum d e, perpendicularis excitetur h k, sitq; ipsi h k, æqualis k l, & ab ipso l in s connectantur l m x s, ab ipso autem m in h connectatur m r h. Connectantur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c s et qui ad c anguli recti sunt: binæ igitur b c, c q, ipsis binis s c, c q, sunt altera alteri æquales, & angulus qui sub b c q, rectus existens, angulo qui sub s c q, recto existenti est æqualis per 4 postulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad s, & angulus x angulo t. Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est h k, ipsi K l, & qui ad k recti sunt, angulus o æqualis est ipsi p. Refringitur ergo idem uisus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis est qui sub f r a, angulus ei qui sub e r m, similiter & in reliquis demõstrationibus. Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a, per tria specula plana existentia c d, d e, e f.

Theorema decimumquartum.

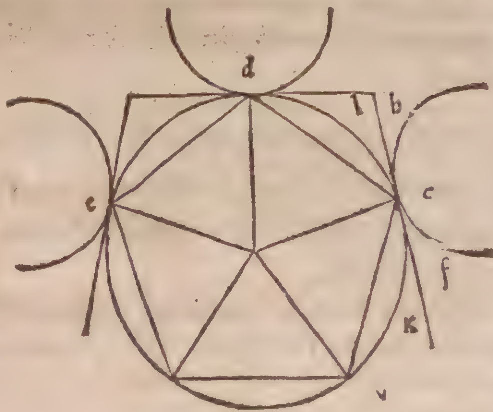
Est autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonũ æquilaterum & æquiangulũ constituere binis lateribus excedens specula.

Esto enim quòd spectari debeat a, oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipsa specula, & sit a b d polygonum, & sumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circunscripti, & sit h, & ab ipso connectantur, h c, h e, h d, h b, h a, in angulis, & proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis. Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n K angulo: uterq; enim rectus est, quorum n ipsi l est æqualis, reliquus igitur f, ipsi K est æqualis. Quare refractio ipsius b uisus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiũt per primum theorema. Similiter iam ostendetur quòd qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

Illud idem quoq; & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

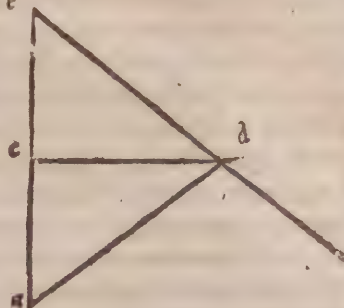


Si nanq; spectare oportet a, oculus uerò sit b, & similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad signa c d e, sint specula plana à quibus spectatur a, sicut ostensum est, adijciantur his specula aut caua aut conuexa ad uisuum contactus. Igitur æqualis est f ipsi h, et k ipsi l, totus igitur k f, æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conuexo c

c in d, & ab ipso d in c, & ab ipso e in a: manifestum igitur est quòd conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum.

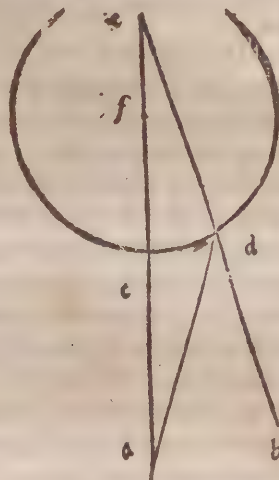
IN planis speculis unūquodq; eorū quæ sub aspectum cadūt, per illius quod sub aspectum cadit perpendicularē uidetur.



Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uerò uisa sit a, sitq; perpendicularis k, re uisa in speculū a c: igitur quoniā supponitur in Phænomenis quòd assumpto loco c, ipsū a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum nanq; est nobis rectum, cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

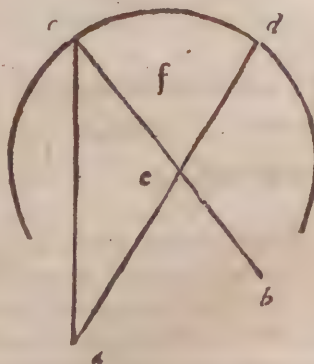
IN speculis conuexis, unumquodq; eorum quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in sphæræ centrū deducitur, rectam lineam spectatur.



Esto conuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uerò sit b d, refractus in a, aspiciaturq; a, centrum autem sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in Phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d uisu, & ab ipso a c in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.

IN cauis speculis unūquodq; eorum quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in centrum sphæræ ducitur, rectam lineam spectatur.

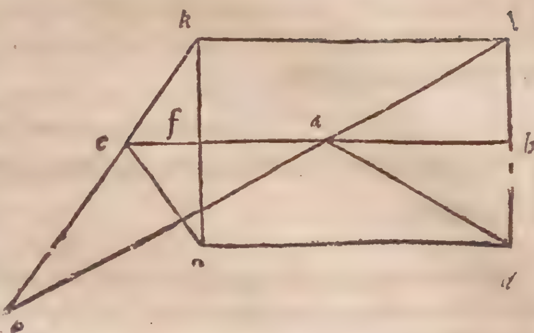


Sit cauum speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e, cōnectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd assumpto loco d, ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

Theorema decimumnonum.

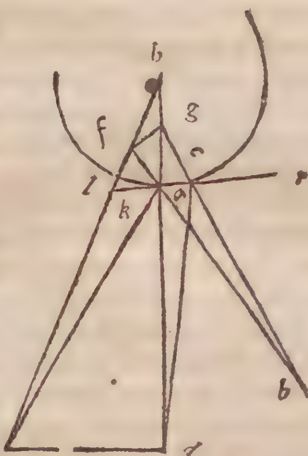
IN planis speculis quæ dextra sunt, sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ, & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autē b, uisus uerò sint b a, b c, refracti in d e: quod autē spectatur sit: d e, & ab ipsis e d, per 12 primi elementorū in speculū perpendiculares excitētur e f, d h & extēdantur. Extēdanturq; & b c, b a, uisus & cōcurrant parallelis in k l, & cōnectatur l k. Igitur e apparet



paret super k, & d super l: hoc enim prius ostensum est, ergo sinistra dextra apparet, & dextra sinistra: & quoniam æqualis est qui sub k c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq; propterea & d h, ipsi h l, æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquum est uisum e d simulacro k l, quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l, communis autem & ad rectos angulos ipsa h f.

Theorema uigesimum.



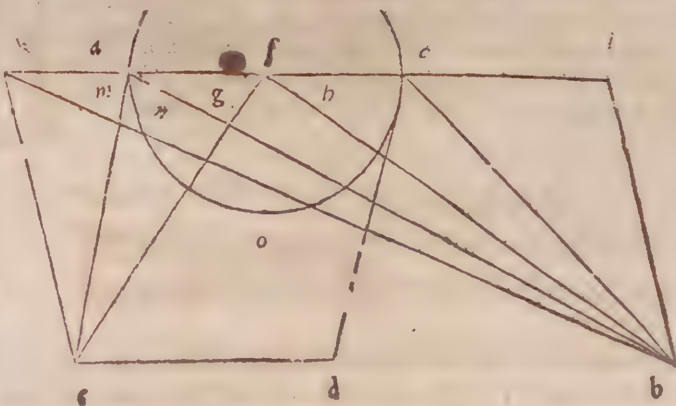
IN conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, et interuallum à speculo simulacro minus abest.

Sit speculum conuexũ a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porrò sit b, uisus autem sint b a, b c, refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendantur uisus ad f g, & connectatur f g simulacrum Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f, dextra igitur sinistra, & sinistra dextra spectantur. Dico quòd maior est e l ipsa l f, excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k, quoniam igitur b a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa k a r, bifariàm fuerit sectus qui sub e a f angulus, & obtusus est angulus k, maior igitur est e k, ipsa k f, multò maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.

Theorema uigesimum primum.

IN conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b, uisus uerò refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b, apponatur iã speculũ planũ a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisurus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum, neq; refringetur intra a c, refringatur si poßibile est, & esto b f, uisus: æqualis igitur est angulus g angulo h propter refractionem, & h maior est ipso n et m ipso g: quare et m ipso n maior est, quod est impoßibile. Ipse nãq; n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circũferẽtiã: extra igitur ipsum m a refringatur, refringatur esto b k e. Similiter aũt

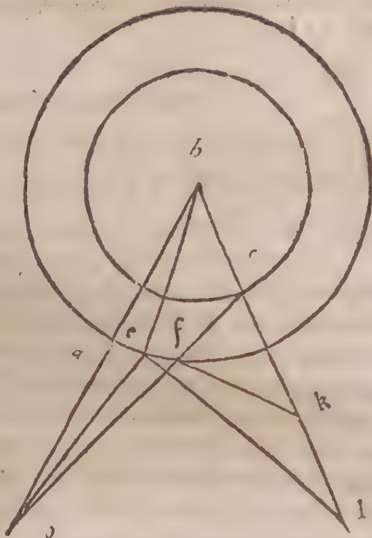


& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimum ſecundum.

IN conuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.

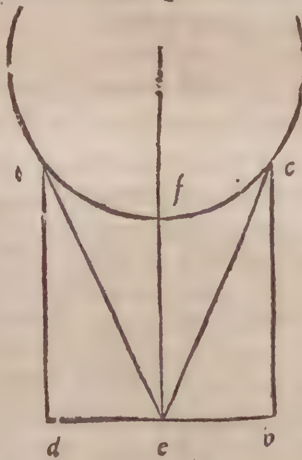
Sit ſphæra maior a c, minor uerò e l, circa idem centrum h, oculus uerò ſit b & connectatur b a h, & ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico q, uiſus refractus à minori ſphæra in d, neq; p c, neq; extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poßibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & cōnectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariàm ſecat eũ qui ſub b c d, angulũ: quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab h in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d bifariàm ſecat. Secet ſitq; h e f. Quoniam angulus comprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d, maior eſt, & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b c k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoßibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minimè ueniet. Supponãtur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum c cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis c d, hoc, inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc, inquam, ſuperius impoßibile patuit. Intra igitur c a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoq; oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimul acrum à minori ſpeculo.



Theorema uigeſimum tertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

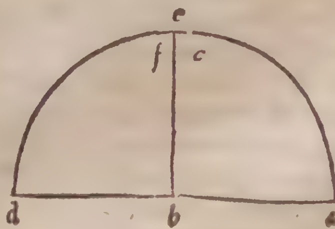
Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius a ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.



Theorema uigeſimum quartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

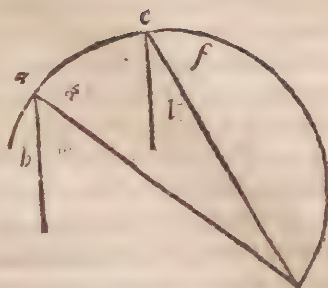
Eſto cauum ſpeculum a c d, centrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b c refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.



Theorema

Theorema uigesimum quintum.

IN cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferentiã oculus positus fuerit, oculus non spectatur.

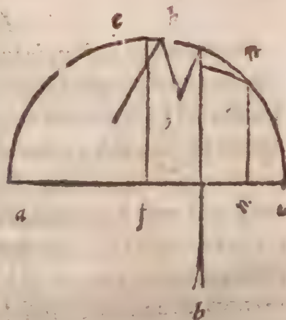


Esto cauum speculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipsius, & sit b, aspectus autẽ procidant b a, b c, & refringantur: igitur angulus m b angulo k maior est, et e l ipso f. Quare non refringuntur b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æqui ad ipsa a c, signa. Ostẽdetur autem & quòd si extra circunferentiam sit oculus, idem eueniet: scilicet quòd non spectabitur oculus, quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimum sextum.

IN cauis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centroq; ad angulos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus, nihil eorum quæ insunt parte in aqua oculus spectabitur: hoc est neq; eorum quæ ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.

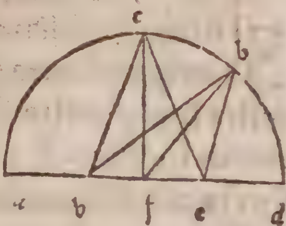
Sit cauũ speculũ a c d, dimetiẽs autẽ esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c circulus, aut c m esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b e. Igitur uisus b e, refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus nanque angulis refringitur. Veniet igitur sicut e h. Similiter quoq; & si introrsum cadat oculus sicut h, siue in diametro, sicut m, refracti autem uisus sicut h k, m n, ueniẽt enim sicut k l, n x. Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrsum.



Theorema uigesimum septimum.

IN cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculorum spectabitur.

Sit cauum speculum a c d, dimetiens uerò sit a d, centrum autem sit f, ad rectos angulos sit f c, oculi porrò sint b e à centro æqualiter distãtes, uisus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f, igitur angulus qui sub b h e bifariàm secabitur ab ipsa f h, & proportionale erit sicut b h ad h e, sic b f ad f e, quod est impoßibile. Nam b h, ipso h e, maior est, & b f, ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uisus refringetur in utroq; oculorum, & ipse non spectab tur. Nam b c, extensa ipsi b d, non concurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodq; propter spectatorum congressum, neq; e c, ipsi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; speculis unumquodq; spectatorum per ex spectato in centrum sphæræ ductam rectam lineam spectatur.

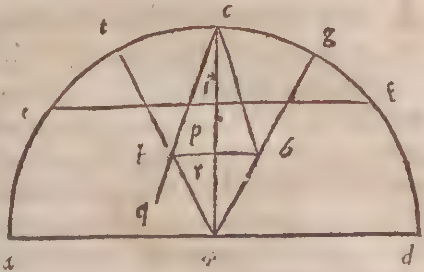


Theorema uigesimum octauum.

IN cauis speculis si eam quæ ex centro bifariàm secãs, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quę ad rectos angulos, uel in ipsa quæ ad rectos angulos, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

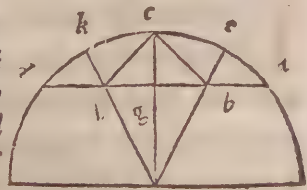
Esto

Esto cauum speculum a c d, dimetiens autem sit a d centrum sit k, & quæ ad rectos angulos k c, secetur per 10 primi elementorum bifariàm in p, super e a uerò ad angulos rectos esto e p f, & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h, æquè distātes ipsi k c, uisus uerò esto b: c refractus in b: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est, & b n ipsi n h, est æqualis, & connexæ k b, k h, extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k, hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k h, non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum nanq; ipsorum b c, k h, spectatur.



Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria, & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidē est b c, ipsi b f & e h ipsi f h, parallelus igitur est b c, ipsi f h. Igitur b c, uisus non cōcurrit ei quæ ex centro in spectatum, hoc est ipsi f h ad partes, h c: quare oculus h non spectatur, spectabitur nanque propter ipsorum b c f h, congressum.



Aliter.

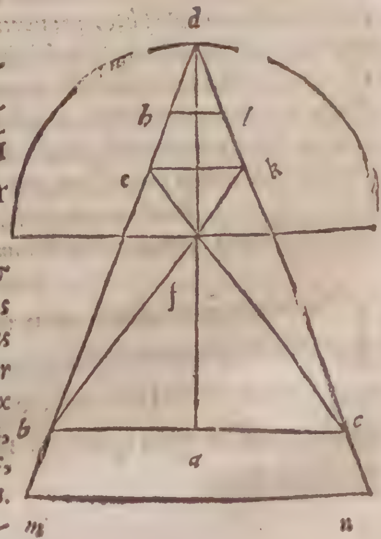
Sunto rursus eadem, in superiori uerò ipsius bifariæ sectionis ponatur oculi b c, æquè distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a. Dico iam b c, ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulachrū maius ore & interuallum à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autem est K ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, c a, extensæ coincidant in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipse quidem c, in h, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c parallelì enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

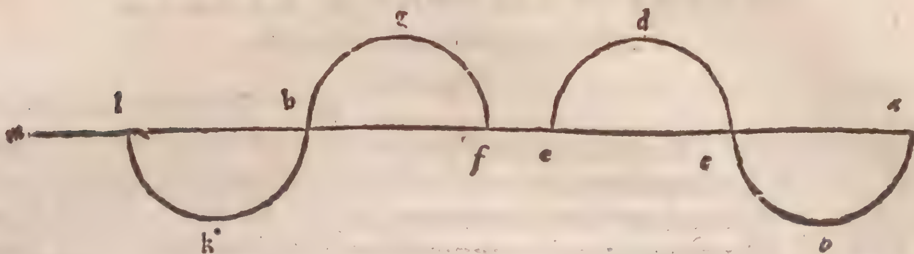
SI uerò extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt, sinistra spectātur, & simulacrū minus spectato, & in eo quòd mediū inter spectatum & speculum.

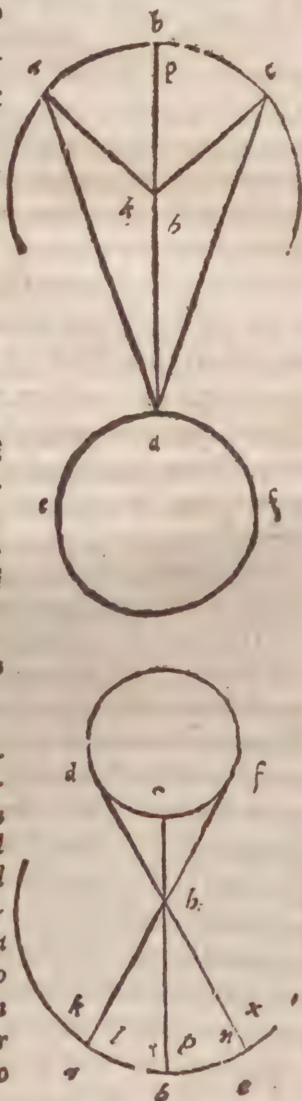
Esto, inquam, oculi b c, centrum autem sit f, ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, & uisus sit b d, refractus in c, & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k, connectatur e K, igitur b in K apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus nanque est e k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectate apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



erum sepositum ab ipso b c, positum, similiter igitur ab ipso m in f, centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l, quæ uerò ab n in f superius in e, usq; h. Igitur m n spectatur sicut h l & minus est h l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.





SPeculum construere est possibile, ut in ipso spectētur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lōgius, & aliæ dexteræ, & aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possūnt conuexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h, plana porrò qualia sunt e f, l m, posita uerò facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æquè distantia, à conuexis uerò minora & minus distantia, à cauis porrò omnino sicut manifestum est.

Theorema trigesimum primum.

EX cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.

Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h, & à quodam signo d connexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem super h centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor est eo qui ad circunferentiam sub b c d, & sit a b circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat d a, manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quòd omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipientes in idem coincidunt ipsi b k super ipso h.

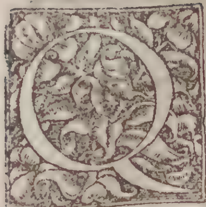
Aliter.

Esto rursus cauum speculū a b c, sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a b d f, sint d h c, f h a. Igitur demonstraui quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uerò a b f in h a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in h c, quoniā n x anguli sunt æquales, quod autem omnes in se ipsas refringuntur, manifestum ex centro nanq; existentes semicirculos faciunt, qui uerò in semicirculis anguli sunt æquales, per 27 tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in se ipsos igitur refringuntur, omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro aguntur, hijs igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.

Catoptrices, hoc est de imaginibus quæ in speculis

F I N I S.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS IOANNI ZAMBERTO VENETO Fratri humanissimo salutem perpetuam.



VVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissimè, cumq; sæpius, me quasi ad pugnā prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quæ optices, hoc est perspectiuæ speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescentibus, multiplicibusq; angulis, mirandam ingenij tui solertiam altamq; indaginem præ se ferrent: efficere non poteram quin etiam theoremata maximè non comprobarem: quandoquidem niteris lineis & angulis efficere, ut ea quæ plana sunt quandoq; conuexa, at quandoq; sese in intima penetralia extendere, aliquādo uerò solida & tribus dimensionibus constare uideantur. Cuius quidem disciplinæ rationem quandoq; cùm apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie cōtritis Græcis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublimè inde dijudicans, opus illud mira solertia, sed maximo studio non legi, sed relegi transcripsiq; pariter, ut tāta doctrina quoq; inter nostros codices summa ueneratione seruata repereri posset. Quod quidem opusculum cùm quandoq; tibi demonstrassem, auidissimè, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam æstiuis ardoribus ingurgitant, petijsti, ut illud tibi Latinum efficerem, existimans esse aliquid cæteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sanè ut tuis uotis frater charissimè satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulò curaui opusq; ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum Latinum feci, ut tibi satisfaciēdo, communi quoq; studentiū utilitati consulerem. Quod sanè opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostræ amorisq; & beneuolentiæ sit exploratissimū pignus, tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris: idq; propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quandoquidē ea illis sunt dedēda, qui eorum peritiam tenent. Sub tuo igitur nomine Perspectiua Euclidis in lucē ueniet, ex Græcorū illis disciplinarū ingeniorū & doctrinæ mūdæ & castigatæ plenis scrinijs eruta. Cæterùm tu frater charissimè hęc leges, uidebisq; quantū fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniū, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine struxerit, ut eorum nullū rectè sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse comperies minus obuium & tibi notum, testatim ad elementorū specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nanque omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerùm ne me crispini scrinia lippi compilasse putes, uerbum non amplius addam. Vale XIIV.XIX. elemento conciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calend. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Platonici, insignisque mathematici, incipiunt optica, ex traditione Theonis: Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



STENDENS ea quæ per uisum consolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus est, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reiq; huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deq; foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquã fieret sicut & nunc factum spectatur, nisi à sole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoq; ex ignibus nostris emissam, inquit, lucem causam esse, qua corporum adiacētium aliqua illustrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem subiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores: aliæ porrò suppositis corporibus minores. Aequales quidē emittūt umbras quæcunq; lucentibus illustrantibusq; ignibus sunt æqualia, extremi nanq; radij in hijs in parallelis conueniunt, fitq; ut umbræ neq; concurrentes imminuant, neque hijs umbræ crescant, sed sicut se habet offensio corporis, talem quoq; umbræ commēsurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipsis concurrunt, id que propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratam que maiorem partem perficere. Id minimè fieret, nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunque iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulam ut seræ, proueniatq; rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam existere. Cùm igitur manifestum sit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus constat in recti aspectum euenire ab ipso erumpentes radios, eiusdem esse rationis, hoc est per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionem attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sæpius in pauimentū delapso aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipsum sæpius nullo corpusculum quæsitum prohibente tangentibus, deinde rursus uisum proijcientibus ad locum in quo erat corpusculum. acum perspexerunt. Manifestum nempe quòd id quod inuentum est, neq; etiam locus in quo erat uidebatur. proinde qua sito sub aspectum exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & qua s.tū quo q; aspiceretur, non aspicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè assistunt neq; omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sæpius nanque coactos ostendere rarò descriptas literas, minimè ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus non effunduntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi non possunt: proinde manifestum est quòd neq; totus marginis locus aspicitur, itidem quoq; in alijs spectaculis euenit, quare quæcunq; spectantur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc est in continuum delatorum, minimeq; salientium. Sub uisum nanq; cadit spectatæ rei imago, ut inde motus uisus rem uisam pcipiat, causasq; has attulit. In quæsito nãq; corpore, & in eo q accuratè libro studet, dubium sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore continuè imagines profluunt quæ nostros sensus cōmouent, qua de causa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt: sæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectum iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerunt, inquam naturam esse iuxta animalia. Eorum uerò quæ sensus habent aliqua ad receptaculum recta linea sunt cōstructa, aliqua uerò non, auditum & enim & gustum & olfactum conuexa construxit intrinsecus, ut extrinsecus procidentia corpora eisdem sensus huiusmodi mouerē.



auditui siquidem uox procidens locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum, at de gustu aliquid dicere oportet, & maximè quomodo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uisu quoq; igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadem aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq; compositam, ad receptaculum corporum præcedentium esse oportuit: nunc autem spectatur hoc non sic sese habens, sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq; huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi paßionemq; uisiuam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacētes in rectam lineam appareant, hæc asseruit: quippe quoniam in eodem plano existens uisus rei uisæ idem est, neq; sublimior, neq; humilior, eo quia in eodem situs est plano, si igitur neq; sublimior, neq; humilior est uisus in eodem existente plano circunferentia. In partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios transmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, et in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quòd eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoq; causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nanq; rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expositarū apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uerò ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectantur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata, maiora apparent.

Supposito quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur, sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uerò sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

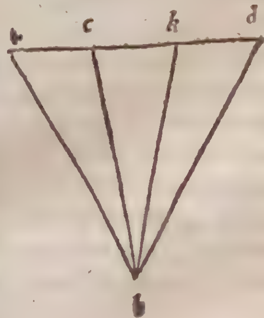
Suppositio decima.

Quæ uerò sub sinisterioribus radijs spectantur, sinisteriora uidentur.

Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur, expeditius uidentur.

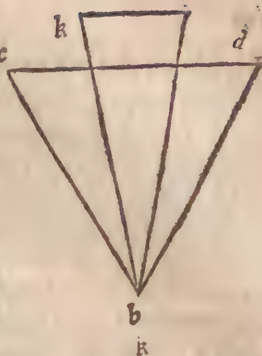
Theorema primum.



EOrum quæ sub aspectum cadunt, quicquam simul totum aspici minimè potest.

Sit nanq; uisile quoduis a d, oculus uerò sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uisus nō procident cōtinui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uisus nō ueniunt, ea nō spectātur per 3 suppositionē: totū igitur a d, simul minimè spectabitur, uidetur autem simul spectari uisibus celerrimè delatis.

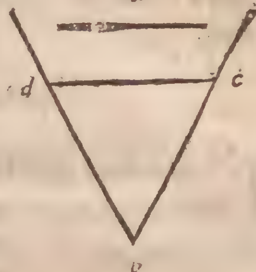
Theorema



Theorema secundum.

AEqualibus magnitudinibus interuallo positis, propius positæ euidentius spectantur.

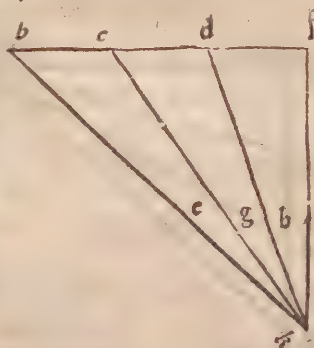
Sit oculus b, quod autem spectatur sit c d, & k l: oportet, inquam, ipsa æqualia & parallela esse, propius uerò sit c d, procidantq; uisus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipso b, oculo ad ipsam k l prociden tes uisus ueniant per c d, signa, fuerit nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipsum k l, maius quàm ipsum c d, atqui positum est quòd et æquale, igitur sub plu ribus uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, q̃ k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ spectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius spectatur.

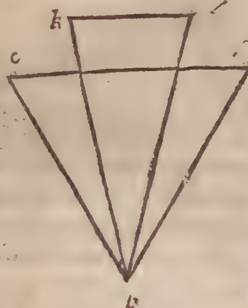
Sit, inquam, oculus n, spectatum uerò c d, sitq; in aliqua distantia, non amplius spectabitur, fiat nanq; c d, inter uisuum interuallũ in quo k, igitur ad k nullus ab ipso b uisus procidet, id uerò ad quod uisus nõ addunt non spectatur. Eorum igitur quæ spectantur, unumquodq; longitudinem distan tiæ habet non aliquam, qua aduentante, amplius spectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea existentibus, quę ex pluri distantia spectantur, minora apparent.

Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò sit k, ex quo procidant uisus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos subsistat angulos ipsi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales sunt b c, c d, d f, maior est quidem angulus e angulo g, & g angulus ipso angulo h: maius igitur apparet b c ipso c d, & c d, ipso d f.



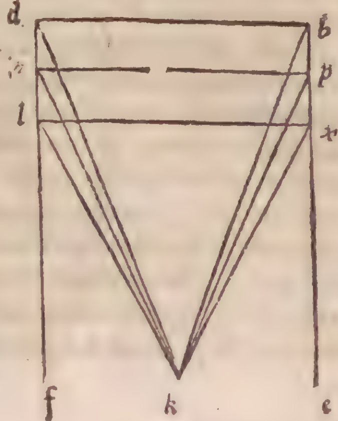
Theorema quintum.

AEquales magnitudines inęqualiter expositę, inæquales apparent, & maior semper ea quę propius oculum adiacet.

Sit æqualis c d ipsi K l, oculus uerò sit b a, quo procidant uisus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, sub maiori spectatur angulo quàm ipsa k l: maior igitur apparet c p ipsa k l.

Theorema sextum.

PArallela interuallo in distantia spectata inęqualis latitudinis apparent.

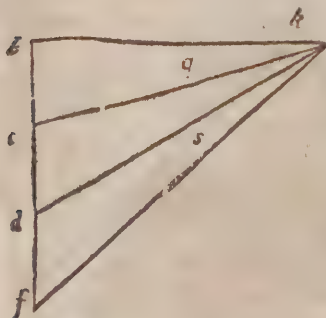


Sit, inquam, b c ipsi d f parallelum interuallum, oculus uerò sit K. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus qui sub x k l, maior est eo angulo qui sub p K n, maius igitur apparet ipsum x l ipso p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipsa b d, recta linea non amplius spectabuntur parallela interualla, sed minora, & inæqualis latitudinis: parallela igitur interuallorũ ex distantia si spectẽtur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano spectato fuerit oculus sic, esto enim k, & excite tur per undecimam undecimi elementorum, ab ipso K ad subie-

ctum planum perpendicularis k a: ab ipso autem a in f l, ipsa a m, per duodecimam primi elementorū: & extendatur per secundum postulatum in o, procidantq; radij k b, k g, k f, k d, k n, & k l, & connectantur per primum postulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipso k, sub:imi in ipsum m annectitur k m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & k x, in ipsa g n, & ipsa k o, in ipsa b d. Igitur triangula k m l, k x n: k o d, rectangula sunt, & æqualis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, inquam, est ipsum m n, utraq; ipsarum x k, k n, maior est utraq; ipsarum m k, k l, maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq; propterea & l s, ipsa b d, inæqualis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.

Theorema septimum.

IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem positæ, inæquales apparent.

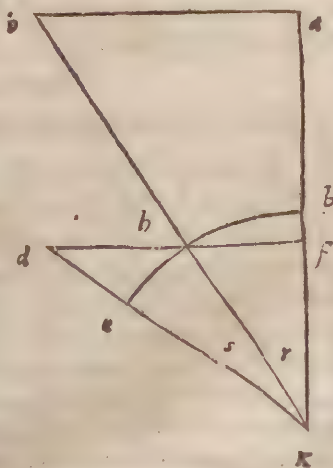


Sint æquè magnitudines b c, et d f oculus uerò sit k, & ab ipso k, oculo procidant uisus k b, k c, k d, k f, rectus uerò sit angulus qui sub k f b, igitur angulus s angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.

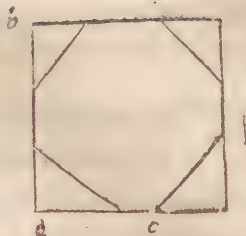
Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis, proportionaliter minimè spectantur.

Esto enim b c ipsi d f, æqualis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipso procidant radij, K f c, K h b, K f, & K e d. Quorum K c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f K, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h, quare & ipsa h k ipsa k f maior est, cētro igitur k, interuallo uerò k h, per tertiū postulatum circulus descriptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e h g: & quoniam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: uicißim igitur h d k, triangulum ad f h k, triangulum maiorem habet rationem, quàm e h k, sector, ad g h k sectorem. Componēdo igitur per decimamoctauam quinti elementorum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem habet rationem, quàm e g k sector, ad g h K, sectorem, sed sicut f d k triangulum, ad f h k triangulum, sic d f ad f k: sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorē, sic qui sub d K f angulus, ad eum qui sub h k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c k, ad K f, & k c, igitur ad k f, in maiori est ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, spectatur d f: ex r uerò angulo spectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè spectantur.



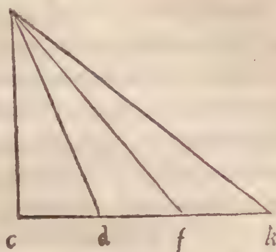
Theorema nonum.



Rectangulę magnitudines ex interuallo specta tæ, circunductę apparent.

Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo spectata, igitur eorum quæ spectantur unumquodq; longitudinem habet aliquam interualli, qua aduentante non amplius spectatur, sicut per 3 theorema apparet, igitur angulus c non spectatur. At signa d f, solum apparet. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorum angulorum hoc eueniet, quare totum circunductū apparebit.

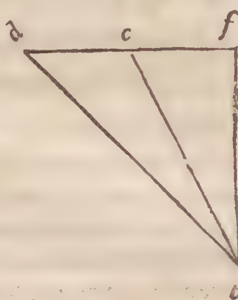
Theorema decimum.



SVb oculo positorum planorum, quæ remotiora, sublimiora apparent.

Sit, inquam, oculus b super ipso c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem esto per 11 undecimi elementorum b k ad subiectum planum. Dico quòd c d ipso d f sublimius apparet. Igitur ipso quidem c d, ipso d f, sublimius apparet, & f d ipso f k, quæ uerò sub sublimioribus radijs spectantur, sublimiora uidentur, sicut per suppositionem septimam perspectiuæ apparet.

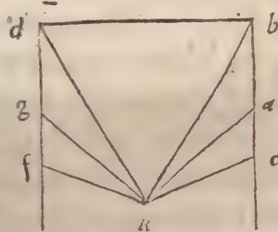
Theorema undecimum.



PLanorum super oculo positorum, quæ remotiora, humiliora apparent.

Sit oculus b sub ipso d f plano positus, à quo exeuntes radij procidāt ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipsum d f produnt, planum est ipsa b d, & b c etiam ipso b f humilior est. Sed per b d, & b c, radios spectatur ipsum d c, & per b c & b f, spectatur ipsum c f, ipsum igitur d c humilius ipso c f spectatur.

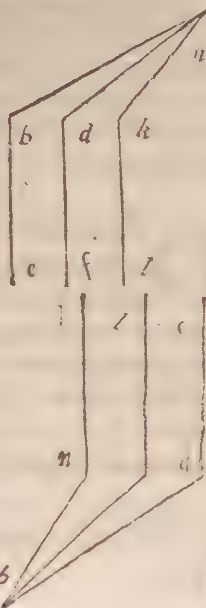
Theorema duodecimum.



QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ sunt in dextris, in sinistra procedere uidentur: quæ uerò in sinistris, in dextra.

Sint enim spectata b c, d f, oculus uerò sit k: à quo procidant uisus K c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipsum d in sinistram magis quàm g, similiter quoq; b dextrorsum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris sinistrorsum & quæ in sinistris dextrorsum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.



AEqualium magnitudinum sub oculum positorum, quæ longè positæ sunt, sublimiores apparent.

Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, K l, sub oculum n positæ, & ab ipso n oculo procident radij n b, n d, n K, igitur sublimior est n b, reliquis radijs, quare & b signum. Igitur b c ipsa d f, sublimior apparet, & d f ipsa K l: æqualium igitur magnitudinum sub oculum positorum, quæ longè positæ sunt, sublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

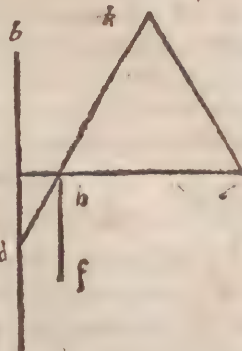
AEqualium magnitudinum supra oculum positorum, quæ longè positæ sunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, super oculum positæ, qui sit & ab

ipso b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima est b d, quare & d signum. Ac per hoc e d, humilior apparet ipsa l f, & l f, ipsa k n.

Theorema decimum quintum.

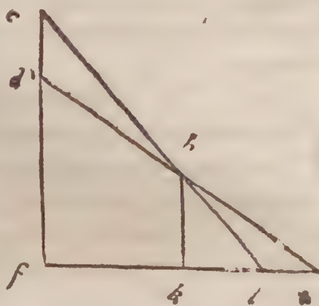
EOrum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipso h f, ponaturq; ut oculus sit k, super ipsa b c, & h f, procidatq; radius per h, sitq; k d, igitur b c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso h f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c, ipsum h f, uidetur excedere abeunte oculoq; adhærente.

Theorema decimum sextum.

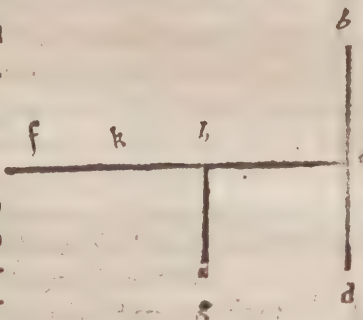
QVæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uerò maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c: per h, igitur b f ipso h k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus, sitq; oculus n, cadatq; radius n d, per h igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipsum b f, ipsum h k uidetur excedere.

Theorema decimum septimum.

QVæcunque sese inuicē excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærente & recedēte oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 2 postulatum extendatur, sitq; oculus in f. Igitur ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipsum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimum octauum.

DAtam altitudinem cognoscere quanta sit.



Sit, inquam, quam oportet cognoscere, quanta sit data altitudo b c, cadatq; radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam, sitq; k f annectasq; per trigesimam primam primi elementorū sub angulo d, parallelum b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f K, & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f K, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsa, igitur c b altitudo nota est.

Theorema decimum nonum.

SOle non apparente datam altitudinem, quanta sit cognoscere.

Sit

Sit quam cognoſcere conuenit quanta ſit data altitudo b c, exponaturq́; ſpeculum k d, oculus uerò ſit d & ab ipſo procidat radius d h, refringaturq́; ut h b, finiens, & ab ipſo d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorum uterq;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c h, ipſi d h f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 6 elementorum. Eſt igitur ſicut b c ad c h ſic h f ad f d. Ipſius autem f h, ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur b c ad c h, ratio nota eſt: at nota eſt c h, nota igitur & c b altitudo.

Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b k, ponaturq́; oculus d, procidatq́; radius d l k in deiectum, exciteturq́; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b K ipſa d f, quoniam parallelus eſt b K ipſi d f, prociditq́; d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b K l, & l d f, inuicē efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticē inuicem æquales per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f, triangulo, eſt igitur ſicut l f, ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autem eſt l b. Data quoq; eſt ipſa b K.

Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinem quanta ſit cognoſcere.

Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f K, ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt & c b.

Theorema uigeſimumſecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d. In eodē exiſtens plano ipſi b c à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebūtur, ſimiliter quoq; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.

Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

Sit enim sphæra cuius cẽtrum sit k, oculus autem sit b, & connectatur per primum postulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipsa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquã, in sphæra circulum, efficiat iam ipsum c d l n f, circum uerò k b dimetientem circulus describatur, & per primum postulatum connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum, anguli qui sub k f b, b l K, recti sunt, quoniam in semicirculis sunt, & ex centro k f & k l in uno signo tangunt b l, b f, ipsam sphæram. Igitur ab ipso b oculo procidentes radij in ipsas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad h, sunt angulorum rectus est eo quia c d, ipsi f l, parallelus est, & f h, ipsi h l, est æqualis per tertium tertij elementorum, si iam manente ipsa h b ipsum h f b, triangulum circunducatur in idem, rursus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circum acta in uno signo sphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc est in f, & circulus erit descriptus per f l signa, quare si b circulo id sphæræ quod spectatur contentum, uidetur & minus hemisphærio: ipsum nanq; f in l, minus est hæmisphærio. Quare & ab oculo spectatum minus est hemisphærio.

Theorema uigesimumquartum.

OCulo ad sphæram propius accedente, spectatum minus est, putabitur autem maius uideri.

Esto enim sphæra cuius centrum sit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b c, circum uerò d K circulus describatur, per 3 postulatum, & per secundum postulatum connectãtur d n, n k, d l, l K, igitur recti sunt qui ad l n, anguli: quoniam l n semicirculus sunt per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipsæ d l, d n, ipsam sphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum. Ipsi igitur ab ipso d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rursus remoueatur oculus, & sit in r & circum ipsum r, per 3 postulatũ circulus describatur, & per secundũ postulatũ connectãtur r f, f k, r s, s k: igitur ipso r f, r s, in uno signo ipsam tangunt sphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipso r oculo procidentes radij ut r f, r s cadunt. Quare sub angulo r ipsum f s, & sub angulo d ipsum n f s l, spectatur, sed f n s l, ipso f s, maius est: apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior est: eo qui ad d est angulo per 20 tertij elementorum, quæ uerò sub maiori spectãtur angulo per 4 suppositionem optices maiora uidentur, maius ergo apparet f s, ipso n f s l, est autem minus.

Theorema uigesimumquintum.

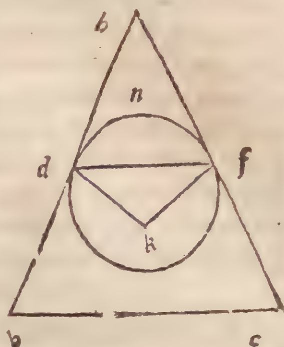
SPhæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distanti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur.

Sit sphæra cuius dimetiẽs sit b c, & ab ipso b c per 11 primi elementorum excitentur ad angulos rectos b f, c l, & ab ipso f ad ipsam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uerò in l, ab ipso uerò centro d per 31 primi elementorum ad ipsam b f parallelus d K, igitur si manente d K ipsum b k parallelogrammum, circumagatur in idem rursus

sus unde cœpit agi consistet, & circunscripta ab ipsa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipsius sphæræ. Quare hemisphærium tantum ipsius sphæræ spectabitur sub f l oculis.

Theorema uigemumsextum.

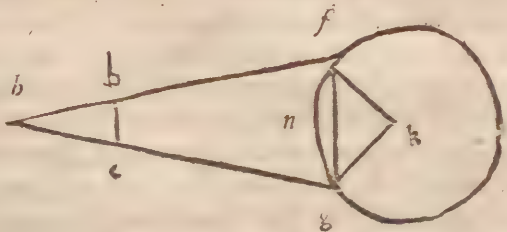
CVm oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio, maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.



Esto enim sphæra cuius centrum sit K, oculorum uerò interuallum maius esto ipsius sphæræ diametro, & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in sphæra circulũ d f n, procidantq; radij b d, c f, in uno signo tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipsius sphæræ diametro maior est, congrediantur iam in h, signum. Igitur quoniam ab ipso signo h ipsæ h f, h d, per unum signum tangentes cadunt, minor est ipse f n d, ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema, anguli enim h f k, h d k, sunt rectæ. Ipsius uerò sphæræ reliquum sphæræ hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.

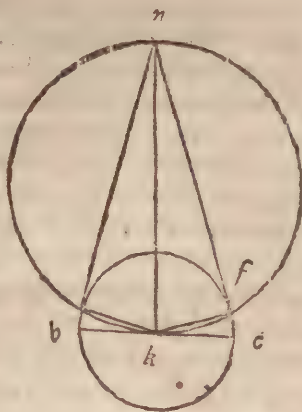
SI oculorum interuallum minus fuerit sphæræ diametro, id sphæræ quod spectatur, hemisphærio minus spectabitur.



Esto, inquam, sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphæræ diametro: & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in sphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamseptimam tertij elementorũ ab ipsis b c oculis in uno signo tangentes b f, & c g, quæ in h inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipsius sphæræ diameter sunt inæquales. Igitur ab ipso h signo procidẽtes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient, per uigesimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est. Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum.

CYlindro utcunque inspecto ab oculo uno, minus hemicylindro spectabit.



Esto nanq; cylindri circa basim circuli centrum K, ab ipso n, oculo excitetur ad k ipsa n k, per primum postulatum, et per k: per secundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, describatur circulus, connectanturq; n f, f K, n d, d K. Igitur qui ad f d, recti sunt. In uno igitur signo f n, n d, tangunt per corrolarium decimamsextam tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipsi ambitus f l d, tantum spectabitur: sed f l d, minor est ipso c l b, semicirculo. Igitur f l d, semicirculo minor uidebitur, hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demõstrabimus, quare totius cylindri dimidio minus spectabitur.

Theorema uigesimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autẽ maius aspici.

Esto

Esto enim cylindri circa basim circuli centrum k, & ab ipso k oculo in k centrū per 1 postulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, et circum k b circulus describatur, per 3 postulatum & connectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta sunt l f n, minus est semicirculo, & similiter basi cylindri minus est, & dimidium spectabitur. Sed proprius excitetur oculus, sitq; q & circum f k, per 3 postulatum circulus describatur, connectanturq; q r, r K, k f, & f q. Igitur qui ab ipso q radij procidentes per q r, & q f, cadunt, qui uerò ab ipso b scatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitur f, uidetur aut minor r f f, ipso n f l, maior enim est angulus q, angulo b, per 20 tertij elementorum, quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.

Theorema trigesimum.

CONO circulum basim habēte sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b K, & per K, per 11 primi elementorrm, ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l, circum uerò k b, per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq; per 2 postulatum b f, f k b d, dk. Igitur anguli qui ad f d, recti sunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipsæ b d, b f in uno signo tangunt per correlariū 6 tertij elementorū, & radij qui ex b per b d, b f, procidunt, igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l, semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.

Theorema trigesimumprimum.

OCulo propius posito in eodem plano minor, in quā, erit uisibus assumpta pars, at maior perspicij uidebitur.

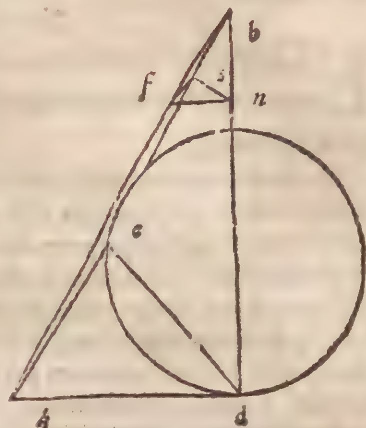
Esto coni basis circulus cuius centrum sit K, oculus uerò sit a & ab ipso a per primum postulatum in K connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipsa b b. Describaturq; per tertium postulatum circum a k circulus, & per primum postulatum connectantur a f, f k, ad d k, permuteturq; oculus a in n, & circum K n, per tertium postulatum circulus describatur, connectanturq; n r, r K, n f, f k. Igitur qui ex a oculo radij scatent, per a d, a f, cadūt. Quare ambitus f q d apparet. Idq; propterea & qui ab ipso n, oculo radij scatent per n r, n f cadunt, spectabitur igitur ambitus r q f. Sed maior f q d ipso r q f. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.

Theorema trigesimumsecundum.

CONo circulū basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidētibus radijs rectæ lineæ deducātur per superficiē

coni

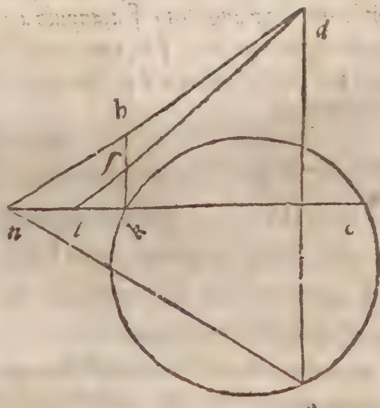
coni ad uerticē eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in basin coni procidentibus plana educta fuerint, in communiq; planorū sectione oculus positus fuerit, id quod spectatur coni, omnifariàm æquum spectabitur uisu in plano proposito existenti.



Sit conus cuius basis quidem sit circulus c d, uertex autem sit b signum, oculus uerò sit K à quo procidant radij k d, K c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b, & c b, & per c b, & c K, quidem planum extēdatur quod ex ipsorum d b, d K. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum, nam ipsæ c d b, concurrunt, & c K, d k concurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana, & sit eorum communis sectio b K. Dico quòd ubi in b k, positus fuerit oculus, quo spectatur coni, æquum est, ponatur in b K oculus, sitq; f, exciteturq; per 31 primi elementorum per f ad ipsam quidem K d, ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa f s, igitur ipsæ f n, f s, coni superficiem in signis f s, tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia. Igitur in ipsa b d c, coni superficie interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quē ipsæ f s, s n comprehendunt, angulus ei qui sub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea positus fuerit, æquum semper spectatum apparet.

Theorema trigesimumtertium.

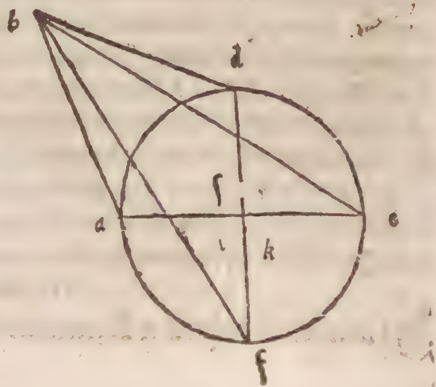
AEqualiter autē semp oculo à cono distāte, sublimius quidē oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uerò maius.



Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autem circulus, exciteturq; per 31 primi elementorum k h, ipsi b d, ponaturq; oculus in h. Dico iam quòd id quod spectatur coni oculo posito in h minus spectabitur quàm in f. Connectantur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in h f signa ipsæ h d, d f, & per secundum postulatum extēdantur in n l, igitur in n & l, signo posito oculo spectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uerò id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad f, sicut in præcedenti patuit: oculo igitur in h, signo existente spectatum coni minus apparet quàm in signo.

Theorema trigesimumquartum.

IN circulo si à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & in ipsa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

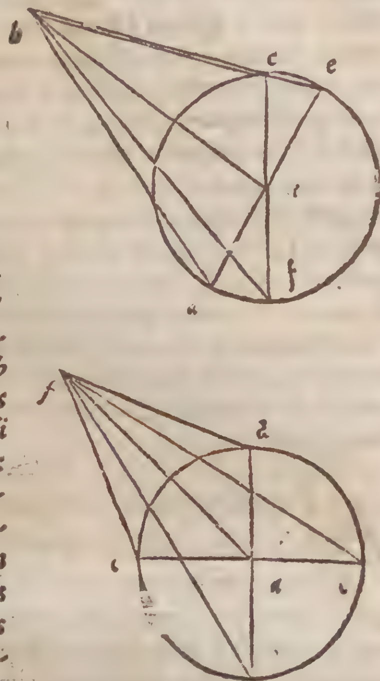


Esto enim circulus cuius centrum sit K, & ab ipso K, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos exciteturipsi plano circuli ipsa K b, oculus uerò sit in b: excitenturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipsæ b a, b f, b c, b d, per primum postulatum. Igitur binæ b k, k f, binis b K, k c, sunt altera alteri

teri æquales, est autem & angulus r angulo ſ æqualis, æqualis igitur est per 4 primi elementorum basis b f, basi b c. Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, sunt æquales, est autem & d f ipsi c a, æqualis: angulus igitur qui sub d b f, angulo qui sub c b a, est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent: æqualis igitur per suppositionem sextam c a, ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum.

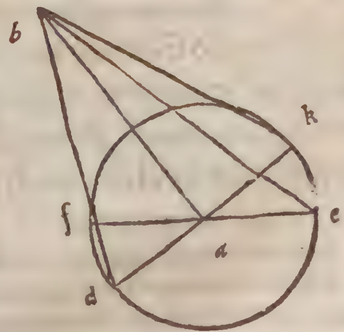
ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro, dimetientes ipsi æquales apparent.



Sit circulus cuius centrum K, & ab ipso K, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa K b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli, & per primum postulatum connectantur ab ipso b signo eæ, quæ prius: quoniam igitur ipsæ d k, K b, k f, inuicem sunt æquales, rectus est angulus contentus sub f b d. Idq; propterea iam & qui sub a b c, angulus rectus est, æquales igitur sunt ipsi adinuicem per quartum postulatum. Sed quæ ſ b æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6. æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f, neque sit æqualis ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos sub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quòd & sic dimetientes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a, ipsi a c, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a f, & æquos comprehendunt angulos. Basis igitur d f, per quartam primi elementorũ basi c f, est æqualis, & angulus d f a angulo a f c, est æqualis. Similiter iã ostendemus quòd & angulus e f a, angulo a f b est æqualis, totus angulus igitur qui sub d f b, toti angulo sub e f c, est æqualis quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales aparebunt.

Theorema trigesimumsextum.

SI uerò quę ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano, neq; etiam ei quæ ex centro fuerit æqualis, neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos, sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipsæ inæquales apparebunt.

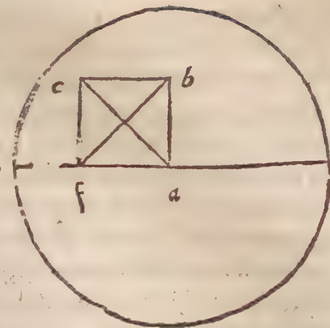


Sit enim circulus cuius centrũ sit a, & ab ipso b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, sit autem neq; ad angulos rectos ipsi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quòd ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur, inquam, c f, dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b, & per primum postulatum connectantur b c, b d, b f, & b k. Sit, inquam, prius b a ipsa a k maior: igitur maior est angulus comprehensus sub c b f, eo qui comprehensus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uerò sub maiori angulo spectantur maiora apparent. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a, ipsa a K, minor fuerit, maior apparet d K ipsa c f.

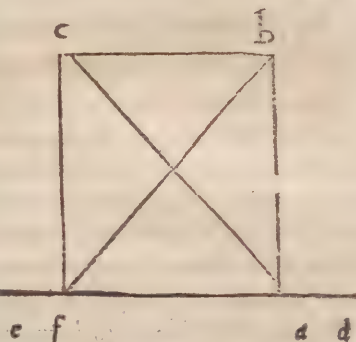
Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uerò sit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatum ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatum. Dico quod omnium per a actarum rectarum linearum, ad ipsamq; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, connectaturq; b f, per primum postulatū: igitur ipsa b f, super d e perpendicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi elemen. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.



Theorema trigesimumoctauum.

SEd quod f b ipsi d e ad angulos rectos existat, sic ostendemus.

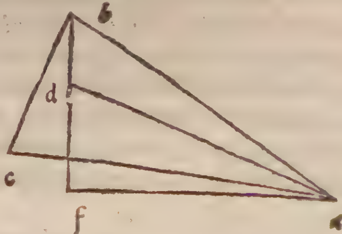
Quoniam b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitionē 11 elemen. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c extenduntur planorum est ipsum b e f, triangulum. Igitur triangulū b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniam igitur bina plana, hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, trianguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum communis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpendicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 2 diffinitionē 11 element. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.



Theorema trigesimumnonum.

RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est.

Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habentia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad c a. Dico quòd angulus f a b, eo qui sub c a b est, angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationē quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationem quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad maiorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b, c d, excitenturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicem ad angulos rectos dispescentes, oculus uerò esto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidem rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentem angulum comprehendat, estoq; e f, utraq; ipsarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipsarum a b & e f, ad angulos est rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpendicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq; dimetiens g h, ponaturq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq; per 10 primi element. bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniā n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Connectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x cōprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e, signum, comprehenso sub continen



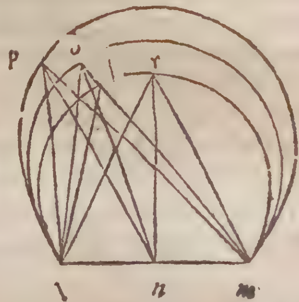
tibus ipsum e,& c d,signa. Insuper ponatur ei qui sub e f,& f g,æquus qui sub l n,n o,auferaturq; ipsa e f,æqualis ipsi n o,connectanturq; ipsæ l o,m o,describaturq; circum l o m,triangulum segmentum circuli comprehensum sub l o,o m,hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o,signum angulus comprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e h. Insuper ponatur ei qui sub e f g,æqualis qui sub l p n,auferaturq; e f,æqualis ipsi n p,cõnectanturq; ipsæ l p,p m,describaturq; circum ipsum triangulum segmentum circuli,erit iam angulus qui ad p,signum angulo cõprehenso sub a e,& e b,æqualis. Quoniam igitur angulus x,angulo o,maior est,sed angulus x,angulo s,est æqualis,& qui ad s,per 32 primi element. maior est eo qui ad o,extra enim triangulũ est l s o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior est, & qui ad x,ei est æqualis qui sub c e d,& qui ad o,ei qui sub g e h, igitur per 4 suppositionem perspectiuæ c d,ipsa g h,maior apparebit. Rursus angulus s,angulo g e h,est æqualis,& qui ad p,ei qui sub a e b: maior autem est angulus o,angulo p,maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g h,ipsa a b recta linea.



Theorema quadragesimum.

NOn sit autem maior quæ ab oculo in cẽtrum annexa est ea quæ ex centro,sed minor,erit iam circa diametros contrarium: nam ipsorum dimetientium maior,minor,& minor,maior,apparebit.

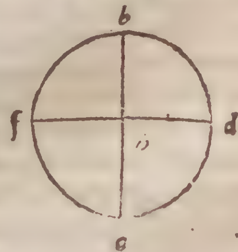
Esto circulus a b c d,extendaturq; bini dimetiẽtes a b,c d,sese inuicem ad rectos angulos secantes,altera uerò quæpiam extendatur n h,oculus uerò sit e,à quo in centrum f,connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro,ad angulos uerò rectos esto e f,ipsi c d,ponaturq; circuli diametro æqualis l m,quæ per 10 primi element. secetur bifariàm in n,exciteturq; per 11 eiusdẽ ad angulos rectos ipsi l m,ipsa n x. Describaturq; circum l x m,segmentum circuli,sitq; l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniam n x,minor est ea quæ ex centro,esto,inquam,l x m,connectanturq; per primum postulatum ipsæ x l,x m,igitur angulus qui ad x,comprehensus sub l x,x m,æquus est ei qui ad e,comprehenso sub c e,& e d. Insuper ponatur ei qui sub e f,f g,æqualis qui sub l n,l o,angulus, auferaturq; e f,ipsi n o,æqualis,connectanturq; l o,m o. Describaturq; circa l o m,triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o,signum comprehensus sub l o,o n,rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f,f e,æquus qui sub l p,p n,auferaturq; n p,ipsi e f,æqualis connectanturq; l p,p m,describaturq; circum l p m,triangulum segmentum circuli,sitq; l p m, erit iam angulus qui ad p,signum comprehensus sub l p,p m,æqualis ei qui ad e,angulo comprehenso sub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x,eo qui ad o,minor est,æqualis autem est angulus qui ad o,ei qui ad e,comprehenso sub h e,e n,& qui ad x,ei qui ad e,comprehenso sub c e d,minor igitur apparebit e d,ipsa n h. Rursus quoniam angulus qui ad e,cõprehensus sub h e n,minor est eo qui comprehensus est sub l e b,minor igitur per suppositionem 5 speculariæ apparebit & n h,ipsa a b.



Theorema quadragesimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares,& quãdoq; cõtractæ apparent.

Esto enim rota cuius dimetientes sint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos,ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparẽt,sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus his existentibus circulares apparet,producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus est,ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano,neq; æquali ei quæ ex ipsius centro,dimetientes inæquales apparent, quod similiter in præcedenti ostensum est,quare rota contracta apparebit.

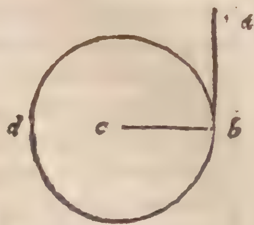


Theorema

Theorema quadragesimumsecundum.

SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad angulos rectos extiterit, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.

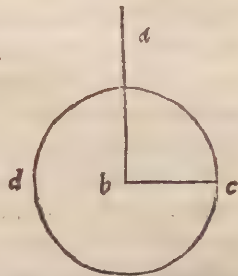
Esto, inquã, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior plano, oculus autẽ esto c, cõnectaturq; b c, & centro c, spacio uerò c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quòd si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b, ab ipso c, oculo æqualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est et ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem prociden tes inuicem æquos efficiunt angulos, per secundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq; & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq; fuerit magnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.



Theorema quadragesimumtertium.

SI uerò uisile ad subiectum planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi plano, uisile semper æqualiter apparebit.

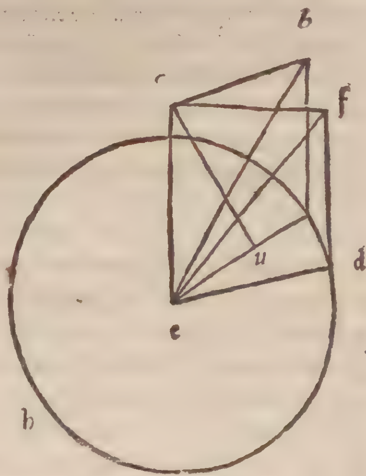
Sit, inquam, spectata magnitudo a b, sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uerò sit c, & centro quidem b, spacio uerò b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quòd si c, permutetur, in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter sempen apparebit, hoc, inquam, est manifestum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus est. Aequaliter igitur spectata magnitudo apparebit.



Theorema quadragesimumquartum.

SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq; fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.

Esto circulus a b, & suscipiatur in ipsius circũferentia signum, sitq; illud d, & constituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uerò sit e. Dico quòd ipsa d f, si in ipsius circuli circunferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, exciteturq; per 31 primi element. per e, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq; æqualis d f, ipsi c e. Exciteturq; per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano, in n, signum, & connexa e n, per 2 postulatũ extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excitetur a b, ipsi d f, æqualis: dico quòd a b, omnibus in circuli circunferentia stantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autem in præterito 36 theoremate, quod omnium per e, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d, e c, angulum, minimus est qui sub

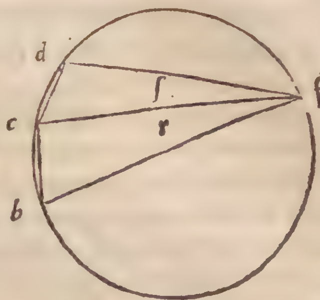


c e d. Quoniã igitur c e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & ea igitur ipſi c b, æqualis eſt & parallelus: parallelogrammũ igitur eſt b e, idq́; propterea iã & f e, parallelogrammũ eſt. Et quoniã oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniam igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum actarum rectarum linearum ad c e, anguloſq́; efficientium minimus eſt qui ſub c e a, minor igitur eſt & ipſo c e d, is qui ſub c e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum k a l, accipiaturq́; illius centrum & ſit n, ponaturq́; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei autem qui ſub c e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq́; ipſi d f, utraque ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq́; per primum poſtulatum p k, parallelogrammum igitur eſt n p, & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per trigeſimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum eſt & ſimile ipſi f e. Connectanturq́; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq́; qui ſub k n p, ei æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa f d, minor eſt ipſa f d, minore exiſtente & æquali ei quæ ex centro. Sed iã eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõſtruãturq́; omnia eadem quæ ſuper, ponatur circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus h d l, accipiaturq́; illius centrum, & ſit n: & quoniam d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi h n: ponatur, inquam, ei qui ſub c e a, angulo, æqualis angulus qui ſub h n k, exciteturq́; ipſi h n, parallelogrammum n x, & ipſi h n, auferatur æqualis k x, connectaturq́; x h, ei autem qui ſub c e d, æqualis ponatur qui ſub h n d, & ipſi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq́; h n, æqualis auferatur d o, connectaturq́; o h: parallelogrammum igitur eſt utrunq; ipſorum h d, h K, & ſunt æqualia & ſimilia ipſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ſub h n k, eſt æqualis ei qui ſub c e a, minor autem eſt qui ſub c e a, eo qui ſub c e d, minor igitur eſt & qui ſub h n k, eo qui ſub h n d, connectanturq́; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub h n x, eo qui ſub h n o, æqualis autem eſt qui ſub h n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d f, magnitudine, quod oſtendere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq́; eadẽ quæ ſupra, ponaturq́; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus, ſitq́; h m, accipiaturq́; centrum illius, ſitq́; n, auferaturq́; ab ipſa h n, ipſi d f æqualis n x, ponaturq́; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub h n k, ei autem qui ſub c e d, æqualis qui ſub h n l. Sit autem utraq; ipſarũ n K, n l, æqualis et ipſi d f, exciteturq́; p K, ipſi n x, per 31 primi ele. æqualis parallelus K o, cõnectãturq́; o x, & per l, ipſi x n, per eandẽ parallelus excitetur l p, connectaturq́; p x, parallelogrammũ igitur eſt utrunq; ipſorũ k x, x l, & eſt quidẽ ipſum k x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l, ipſi e f. Quare & angulus qui ſub h n k, æquus eſt ei qui ſub c e a, & qui ſub h n l, ei qui ſub c e d, maior autem eſt angulus qui ſub c e d, eo qui ſub c e a, maior igitur eſt angulus qui ſub h n l, eo qui ſub h n k, cõnectãtur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo q ſub x n p, minor eſt, æqualis aũt eſt q ſub x n o, ei q ſub a e b, & q ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, ãgulus eo qui ſub d e f, pſpicitur autẽ ſub a e b, magnitudo

gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

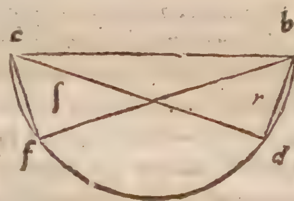
Est aliquis locus in quo oculo manente uisile, quæ permutato æquum semper uisile apparet.



Sit, inquam, spectata magnitudo b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f, igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemẽtorum, æqualis est angulus r, angulo f, quæ uerò sub æqualibus spectãtur angulis per 6 suppositionem optices, æqualia apparent, æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.

Theorema quadragesimumsextũ conuersum præcedentis.

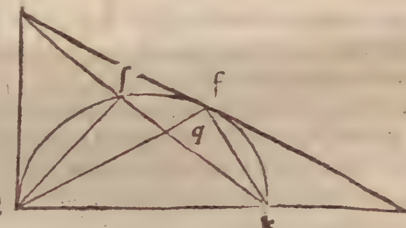
Est aliquis locus in quo oculo permutato, uisile uerò manente, æqualiter semper uisile apparet.



Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulum in ipsius circuli b f c, segmento, permuteturq; oculus f, sitq; in d, procidatq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo f, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmento, quæ uerò spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadragesimumseptimum.

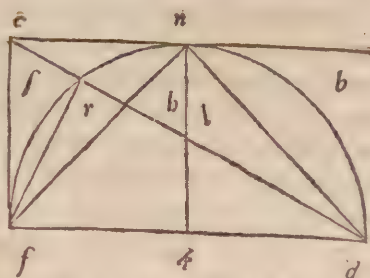
Est aliquis locus in quo oculo permutato & uisile permanẽte, inæqualiter uisile apparet.



Sit, inquam, uisile k d, recta autẽ linea b c, in ipsam k d, procidens, accipiaturq; per 13 sexti elemen. ipsius d c, & c K, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur, acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic c f, ad c K, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq; d b, b k, connectatur f d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorum, angulo f, in eodem nanq; est segmento, & angulus f, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet K d, quàm si oculus in b positus fuerit.

Theorema quadragesimumoctauum.

Idem continget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

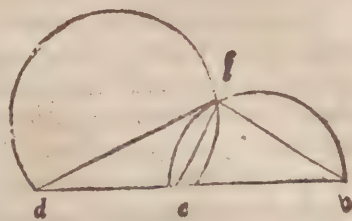


Esto enim parallelus b c, ipsi spectato d f, seceturq; per 10 primi element. d f, bifariàm in K, exciteturq; per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniã igitur dimetiẽs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmẽtum tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, cõnectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo f, maior est. At

quæ sub maiori spectantur angulo maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n existente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d f, spectatum inæquale apparet.

Theorema quadragesimumnonum.

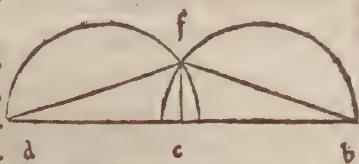
Est aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit n anq; æqualis b c ipsi c d, & circum quidem b c, semicirculus describatur b f c, circum uerò d, describatur segmentum maius semicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmento, at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionẽ opticæ maiora apparent, oculo uerò posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autẽ & æqualis: est igitur communis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.

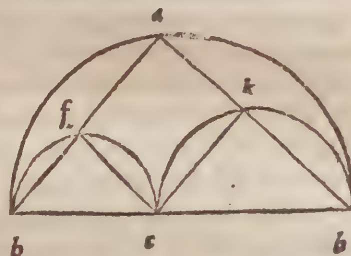
Est aliquis locus cõmunis à quo inæquales magnitudines æquales apparent.



Esto, inquam, maior b c, ipsa c d, & super b c, maius semicirculo segmentum describatur, & super c d, simile ei quod super b c, hoc est suscipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniã p 27 tertij element. in similibus segmentis anguli constituti inuicem sunt æquales, æquales quoq; sunt & in b f c, c f d, segmentis anguli sibi inuicem. Quæ uerò sub æquis spectantur angulis æqualia apparent, per 6 suppositionem opticæ, oculo igitur posito in f signo, æqualis apparet, b c ipsi c d, est autem maior. Est igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimum primum.

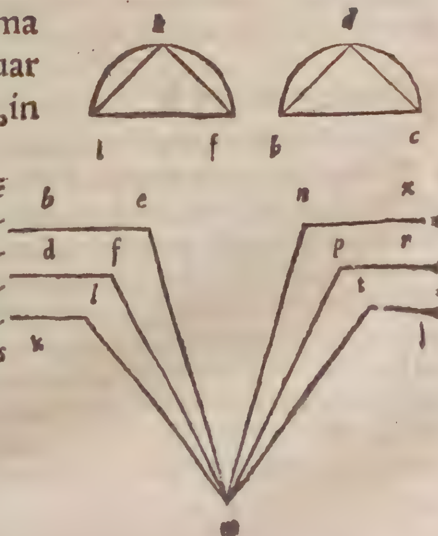
Aliqui sunt loci in quibus binæ magnitudines inæquales in idẽ compositæ, utriq; inæqualium æquales apparent.



Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describãtur, superq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei qui in b K c, uterq; enim ipsorũ rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidẽ quoq; et b d ipsi c d, oculis in b a d, b K c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compositæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum. *Propositio 52.*

Locos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiũ apparet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione, in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f, describatur segmẽtum contingens, & inscribatur in eo angulus K. Ipsi autem l f, æqualis esto b c, & super b c, describatur segmentum quod suscipiet angulum ipsius K, anguli dimidiũ, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l K f, & b d c, circunferentijs iacentibus.

Theorema 52. *Propositio 53.*

Aequali celeritate delatorum, in eademq; recta linea existentiũ, propinquũ oculo postremum

præire

preire putabitur, permutatis autẽ precedens subsequi, & subsequens præcedere putabitur.

Deferãtur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidant radij m c, m f, & m l, igitur sublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentiũ est ipse m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ positis procidant radij m n, m p, & m s, omnium igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior est ipse m s. Sinisterior uerò m n, quare & s t præcedere putabitur, subsequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, positum subsequi & l k, subsequens in s t, positum præcedere putabitur.

Theorema 53. *Propositio 54.*



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, conferatur uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquiceleriter delata stare: quæ uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere existimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, sed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipso: c ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipsos b c d, insequente. Semper c per c delatum stare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipso c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipso c distat.

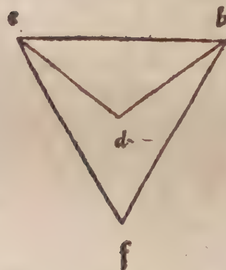
Theorema 54. *Propositio 55.*



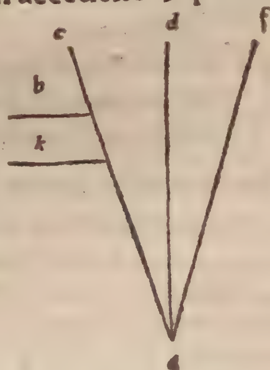
SI aliquibus delatis differat, quippiam aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatum propius, eritq; c. At d discedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. *Propositio 56.*



OCulo propè spectatum accedente, spectatum augeri putabitur.

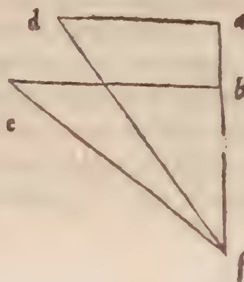


Spectetur, inquã, b c, oculo in f, posito sub f b, f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius sit ipsi b c, sitq; in d, spectetur q; idem sub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior est. Sed quæ sub maioribus angulis spectantur per suppositionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo existente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

Theorema 56. *Propositio 57.*

AEquali celeritate delatorum, quæ longius distant, tardius ferri uidentur.

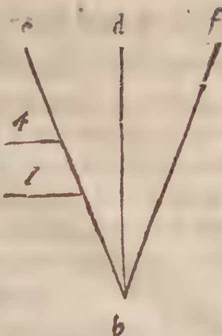
Ferantur enim æquiceleriter b K, sicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitẽtur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipso oculo radios productos, q̃ b, minus igitur transibit interuallũ, & prius permutans a f, uisum celerius ferri putabitur. Aliter.



Ferãtur bina signa a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent, sint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f. oculo f a, f d, f e. Quoniã angulus qui sub d f b, minor est eo qui sub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

Theorema 57. Propositio 58.

OCulo translato quæ longius spectantur, desti tui uidentur.

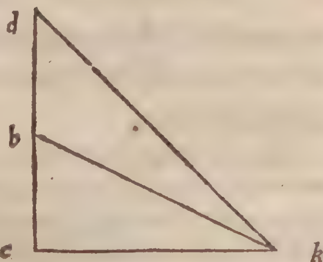


Sit, inquam, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uerò k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quàm l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

Theorema 58. Propositio 59.

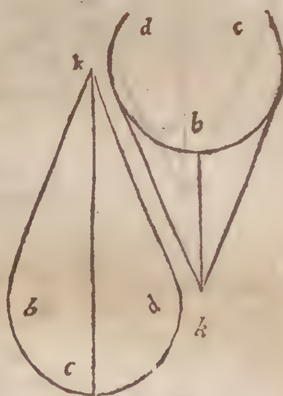
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.

Sit spectatum b c, sub k b, k c, radijs augeaturq; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uerò sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.



Theorema 59. Propositio 60.

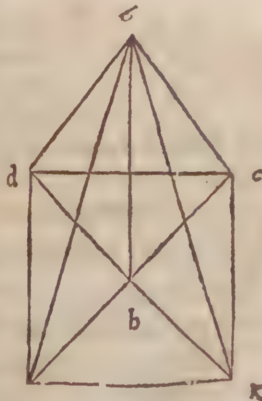
QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neq; inuicẽ posita medijs, neq; in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uerò curuam efficiunt.



Spectẽtur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura conuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60. Propositio 61.

QVadrato existente, si à contactu dimetientium ad angulos rectos quędam excitata fuerit ad ipsius quadrati planum, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetiẽtes ipsius quadrati æquales apparent.

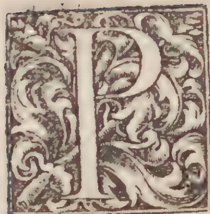


Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, K d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 12 undecimi elementorum h b, oculus uerò ponatur in b, procidãtq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehenduntur, hoc est anguli qui ad b. Aequalis igitur est per 4 primi elementorum f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uerò sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparẽt. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uerò quæ ab oculis in dimetientium contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorum quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos comprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus contingentiam, quemadmodum & in circulis.

BARTHO-

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTONIO Abiosio Rauennati, artium ac Medicinæ doctori eximio socero patriq; humanissimo, fœlicitatem perpetuam.



HILOSOPHANTES illi ueteres Antoni uir clarissime, eorũ opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerunt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi posse autoritatem censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiam explicatiorem fieri posse arbitrabantur, aut quòd ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabant. Idq; propterea nos qui cùm aliquid ocij superest, illud omne Græcorum operibus sapientium studendis accommodauimus, & maximè hijs mathematicis, quæ tute scis qualém nam gradum certitudinis obtineant, ex hijsq; studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus, nostris laboribus (ut scis) eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici prestantissimi elementa, optica, phenomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & compacta, ut studentes eis miro quodam stupore detineant. Scalam enim quandam uenerãdus ille uir compegit, qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiendas ascẽdere posimus, qua sine ad eas non sit accessus: quæ opera cùm à me nõnullis emancipata fuerint, ueterem, sinceram ac puram illam beneuolentiã tuam, qua patrem meũ nostramq; familiam iam pluribus annis complexus es, & quam postea inuicem sanximus conciliauimusq; cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem facillimè perpeti posse censerem, nisi aliquo nostrorũ studiorũ munere amoris nostri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm tibi uellem fieri explicatiorem, cumq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuum quoq; nomen aliquam eius partem sibi uendicaret, cumq; ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi Protheoria in data Euclidis constructa peruenisset, eam à me Latinam esse censui faciendam, tibiq; dedendam: non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim (nam tute scis te & nos iam unũ esse) sed ut eam tua autoritate studentes cumulatius existiment, & tu obseruantiã amoremq; nostrum singularẽ perpendas, ac ut beneuolentię tuæ erga nos pari lance correspondeam. Futurum etenim scias, quòd si hos labores nostros tibi placuisse, gratosq; fuisse perspexerimus, conabimur efficere, ut nostris uigilijs aliqua in intimis Græcorum penetralibus recõdita, scitu iucunda & utilia Latinam uestem induere nõ aspernentur: nam quid possum agere melius, cùm ocium superest, quàm illud omne ad linguã Latinam illustrandã conuertere, & inde curare ut uiui post mortẽ nostræ posimus interesse posteritati: Sed iã ipsius Marini Protheoriam doctisimè inspicito. Philosophè æternumq; ualeas, in XI. IV. XIX. elemento salutis, nonis Octobribus.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHI- losophi Platonici, ac præstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.



N primis quid sit Datum, ponere oportet, postmodũ quænam huius ex tractatu utilitas dicendũ est, tertium uerò ad quam disciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera aßignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, neq; hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperũt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem à proponente propositum, datum nonnulli esse contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elemẽtarijs datum. & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifestè ostendunt. In præsentia uerò ipsius dati naturam non solùm tenui, & uno aliquo aßignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, cùm horum modi bene enumerati sint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uerò ordinatum simul & notum. Nonnulli porrò ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperq; ut ueram propositæ diffinitionis ex multis propositis comprehendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusq;, & ei oppositum significatũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur, sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur, per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinatè describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorũ per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraq; bifaria sectione. Inordinata sunt quæ hijs contrariò sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum essè potest, sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem est quòd cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uerò quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum est, sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quótnam sit stadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasq; partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod absurdum est. Ignota uerò irrationalia non sunt, sed quæ non sunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem est

tem est quod neq; efficere, neq; construere, hoc est in opinionem ducere non possumus. Aliter uerò rursus porimon diffiniunt, uel quòd per demonstrationem exhibetur, uel quando quidpiam absq; demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum commensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uerò est quod porimo ipsi sese contrario habet, sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nondum tamen percepta. In præsentia uerò iam de eo quod in uia est ratio aßignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est, quod autem perceptum exhiberi potest, poriston propriè appellant. Aporon autem, ut dictũ est, quod ipsi porimo contrarium est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendum est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem communior est, proprie uerò & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito. Hijs sic diffinitis, quod reliquum superest facilè est, eorum quæ dicta sunt communicantiam, & differentiam coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura communia existant, sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter se habere est, siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitum fit fictio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum, & rursus ipsius noti: aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neq; alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatũ sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulum intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficilè id est, sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: communicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minimè sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulum mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facilè est, differentiam uerò elicere difficilè: natura nanq; propè sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicuntur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suijpsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionẽ, nota siquidem est longitudo, at quandoq; minimè, & si in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficilè est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationaliũ aliqua. At rationalium irrationale nullum, affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habent, quare porimon rationali plus esse uidetur, operæ etiam precium est & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimensionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ nostram minimè uenientis, potest enim quidpiam rationale existens nobis minimè notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum, quo ad nostram rela-

tionem

tionem dicitur, quare prædicta inuicem differũt. Siquidem hoc ad nos habet relationem, illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimensionem. Cum iam præpositorum societas & differentia diffinita sit, reliquum superfuerit, quid nam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à proponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant, à quæsito aberrant, elementa nanq; datorum omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionem huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes. Sicut in principio dictum est, omnes autem fermè ut communem sentẽtiam de dato retinere uideantur, perceptũ enim quid illud esse assumpserunt, quemadmodum & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uerò cõceßionem respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifestum autem quod coæquatione aut conuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ rectè datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon: reliquæ uerò omnes imperfectæ sunt, neq; enim ordinatum diffiniens euestigio ad dati comprehensionem extenditur, eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatum perceptum est, sed inordinatorum nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotum enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptum non est, quoniam & irrationalium aliqua forsitan autem neque omne rationale perceptum est, sicut & hoc diffinitum est prius. Deficit iam in nominatiuè aßignatis porimon, quare uidetur maximè perceptionem ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarum diffinitionum perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem proportionale habens ipsum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiuè datum comprehendit. Quæ uerò notum simul & ordinatum, eo quia propositum excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquum dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerunt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem propè sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius communiter datum minimè diffinientem, sed immediate unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elemẽtari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

¶ Quæ nam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneum usum ipsum datum dijudicatum sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatem præbere: est siquidem hoc ad aliud habentium reductionem, ad locum enim qui resolutus dicitur, necessaria est admodum huius cognitio. Quantam nanq; potentiam habeant in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitum est, & quòd demonstrationis est inuentio ipsa resolutio, & quòd ad inuentionem demonstrationis similium nobis confert. Et quòd maius est resolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonstrationes habere.

¶ Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorum speculatio utilis sit, quandoquidem ad resolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquam introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuã fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim communes ipsius dati rationes propriè cõglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine. Cõmuniter quidem quid sit datum

sit datum dictũ est, & ad quam disciplinã reducatur, ac quòd eius speculatio utilißima est, hijs iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ: erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, datorũ perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uerò & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipsa consequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum uolumen in dati species: & in primis, primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit, secundum autem ea quæ positione, & demum ea quæ specie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: disseminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio, in uniuersales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theoremata: simili nanq; ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositionibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem, sed per resolutionem, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO MARINO GEORgio, patritio Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumq; præfecto designato, S.D.



LVRES *hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctißime, quòd in humanis ita sit comparatum homines absq; dißidijs, cõtumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisq; atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret, si amore paceq; mutua sibi inuicem correspõderent. Idq; magis mirum uideri solet, cum hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarunt, non nisi inhumaniter uitam agere curẽt. Quod quidem uir clarißime nobis enucleatißimè constat: nam si uelimus ueterum memorias altius recensere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne à memoria nostra longè distantia repetamus, quid de nostra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus, in qua ea obtigerunt, quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur, proculdubio somnia & phantastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euersa, immutata, subuoluta, radicitusq; conuulsa nostris oculis conspeximus? Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem, à senatu legatus missus hos turbines uidisti, & ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas, quæ plures strages perpessa, uno anno, rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma, quæ cùm alias subacta Italia: ferocißimas infrenesq; nationes domuerit, longe lateq; fines imperij propagauerit, sæpius in præsentia non in Italia, sed apud urbis muros: non apud muros urbis, sed in ipsa urbe: non hominum tumultus, sed enses euaginatos: non enses euaginatos, sed multas cædes, & funera passa est. Testes heu testes sunt Fluentinorum, Felsinensiumq; agri toties à militibus dißipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis conquassata. Sed quid de illa quæ citra Padum est Italiæ regione dicemus? nil nisi laboriosum, nil nisi flebile, nil nisi illachrymabile, & quod potius silẽtio transeundum sit, quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarrhenses agri uocem attollere possent, se hominum cæde uel maxima contabuisse, humaniq; sanguinis copia affatim effusi inundasse quererẽtur.*

Si tota Italia loqui posset, eam ad funestum deplorabilemq; statum peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quandoquidem in præsentia historiam non conscribimus, & quæ apud posteros, non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodam nictu oculi obtigerint, non est tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam si à causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiam ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerso oriuntur, quem diuersa hominum sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiũt, qui cum ab illis elementis toties celebratis scateant, iuxta temporum qualitatem, stellarumq; in humana huiusmodi uires suas transfundentium motum & influxus, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi solent. Fitq; nimirum ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quemadmodum in Aphorismis medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij nanq; sunt influxus in septentrionalem plagam uergentibus, at alij hijs qui australem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At alijs aliter sese habet, & sic sicut regio seposita fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniunt, non sint æqualia sed dißideant, sicut in elementis præstantißimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, sed mira quadam discrepantia dißideant, superest igitur ut contrariæ remaneant. Quòd cùm ita sese habeat si priscis illis temporibus sacrorũ uatum monumenta multa bella, & funera facta fuisse commemorant: si Aßyriorum, Persarum, ac aliarum nationum horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæus, Diodorusq; Siculus, ac Iustinus narrãt: si Thucydides Atheniensium: si T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & nõ sine magna copia sanguinis, & non nisi totius mundi trementibus quasi cardinibus, explanant: si Quintus Curtius Alexandri Macedonis in Persarum Darium delicatißimum regem expeditionem terribilem, expugnationemq; ac uictoriam subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt sanguine muri: si demum quoq; nostra tempestate priscis illis temporibus exorta bella, ac nõ extincta, sed usq; in id tẽporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occulte odijs frueant: non est id propterea clarißime philosophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius est ingemiscendumq; plurimum, quandoquidem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt, tam atrociter fiunt, non externa sed ciuilia sunt, ac si in præcordijs, in intestinis ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctißime possumus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia ferri, Gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cumq; superba foret Babylon spolianda trophæis Ausonijs, umbraq; erraret Craßus inulta, Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quantum terræ potuit pelagiq; parari. Hoc quem ciuiles auxerunt sanguine dextræ, Vnde uenit titan & nox ubi sidera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æstuat horis, Et quia bruma rigens ac nescia uere remitti, Astringit scythicum glaciali frigore pontum. Subiuga iam Seres, iam Barbarus isset Araxes, Et gens si qua manet nascenti conscia Nilo. Tum illud accedit, quòd hijs bellis noui emergunt ritus, noui mores: nam nunc prætextatos referunt Artaxata mores, & si quid uspiam est bonarum literarum illud interit. Nam adsunt adhuc in Italia illa fœdißima Vandalorum Gothorumq; uestigia, qui postea quàm Italiam flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiusmodi sæuientium beluarum peruersis moribus fœdarunt, maximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ, ritu ferino uiuentibus delitescerent. Quibus beluis in uniuersum sæuientibus multa priscorum illorum ueterum præclara opera interierũt, multa obcæcata & subuersa, multa fœdißima barbarie obsita in lucem exierunt. Petijt, inquam, tunc perijt illa prisca mathematice diserendi consuetudo, & adeò ut quæ priscis illis temporibus adolescentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præsentia uelut alta caligine demersa, difficillima nimisq; recondita eruditißimis uiris etiam esse uideantur, neq; id mirum. Euclides nanq; Megarẽsis mathematicus præclarißimus, qui omnium mathematicarum disciplinarũ unus est qui nobis fores reserat, in primis nimis peruerse interpretatus studentium animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quòd illius esse asseritur uolumen studẽtes legerent, miris laruis, somnijs, & phantasmatibus quibus ille interpres barbarißimus illud refersit: offensi, neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi detrahere audebant. Quare cùm nos hijs disciplinis operam per plures annos accommodauerimus, uolentesq; nostris laboribus studentiũ communi utilitati consulere, ipsius Euclidis elementorum uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per septennium insudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto superatis, decreueramus, ut qui ex fluctuanti procellosoq; mari, portum quietum cupit, nos alicui amœno studio emancipare, animumq; hijs studijs fessum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam sublimis Homeri poësim uidere, uim Demosthenis suspicere, suauitatem Isocratis mira quadam sanctitudine mixtam gustare,

gustare, Pyndaricos fontes libare. Tum illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstuanti corpori relegere. Quandoquidem ut optimè nosti in præsentia sol domum est leoninam ingressus, radijq; ad rectos angulos procidunt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à subiecto conuelli potest, dispositionem huiusmodi diffiauit, factum nanq; est ut cum me accingerem, ut ipsius Euclidis opera seponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerunt, opus sanè præter id quod iucundum, studentibus etiam necessarium, quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi, quòd toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum, utile, necessarium, scitu iucundum, & quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere, nescio, tum quoniam hucusq; Latinis ignotum extitit, Latinum id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophe destinandum. Eo sanè argumēto ut meam erga te obseruantiam, amoremq; singularem inde cognosceres. Tum quoniam cum hisce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magistratum sanè in ciuitate grauissimum, à quo sicut uirtutes benignissimè fouentur, sic uitia & scelera seuerissimè uindicātur, quem cum per pauculos dies mira integritate, sed miranda te adeuntium satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensium præfectus omnium penè comitiorum suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio qua liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimum mancipium, quale uerò quis nescit, ineruditum, indoctum, incultum, philosophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidissimè sequi cupiat, ita tamē ut quandoq; uelut transfuga & explorator castra philosophantium petat. Sed quoniam si uelis binas longè inæquales magnitudines componere: id, inquam, haud facilè factu tibi fuerit, nisi medius quidam sit propositus limes quo analogico medio extrema conueniant, coalescāt, seq; mutuo pulsent. Nam si sexdecim ad quaternarium comparare uolueris, quippe quoniam longe distant, medio indigent: octonario sanè, ad quem eam sexdecim habent, quam ipse ad quatuor habitudinem, duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternarium conficiunt, ex ea igitur analogia ipsorum sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet ratio quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cùm ita sese habeat, cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur medium adhibendum, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactum, & id sanè quòd tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspponderent. Data igitur ipsius Euclidis ea erunt quibus me cognosces, quibus meam erga te fidem, & obseruantiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præsentia Græca ueste reposita, Latina induta sint, te petunt, te adeunt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studētium uenire cupiunt. Tantum igitur hospitem philosophe præstantissime, hilari fronte serenoq; uultu accipies, & eo sanè quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verùm quoniam priscorum fuit consuetudo, ut maximos uiros absq; munere adire nulli liceret, id propterea, tibi non orientaliū gemmas, non Arabum munera uulgo preciosa, non id quod plures hominum præclarissimum bonum existimāt, aurum scilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicisq; Arabiæ ditissimis muneribus longè preciosius, longeq; præclarius, hæc igitur nostra tibi erunt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellens doctrina amplexetur, tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus nostris laboribus, præclaris illorum ueterū operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomē tuum illustrare, ut tu multis annis etiam post mortem uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quàm par est, prolixior euadat, iam te ad sublimem datorum doctrinam, philosophe doctissime transmittam. Valeas æternum philosophantium exemplar rarissimum.

Venetijs. M. D. V. VIII.

Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS

PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; præstantissimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.



DATA magnitudine dicuntur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarum anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicũtur signa, lineæ, & anguli, quæ eundem semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrum positione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positio & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quando apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres.

¶ Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in Latinumq; conuertimus, quod sane uetustißimum est, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licet breues & concisæ sint, quoniam ad datorum intelligentiam plurimum conferunt, ut sese habent sic eas sumus interpretati, studentes uerò iudicabunt. Apud Græcos id obseruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes autorum

autorum scribant aut conficiant, sed hij tantum qui inter autores **nominari poßint, ut fuerunt** Homerici & Pyndarici interpretes, & alij plures uiri sanè grauißimi in disciplinis humanioribus. Itidem quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grammaticus, Themistius, & Platonici, sic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem scripserunt, factumq; est id propterea ut apud Græcos non uideamus ista immẽsa nugarum uolumina, quorum nos Latini pleni sumus. Videmus enim unumquenq; autorem tribus & quatuor commentationibus esse non interpretatum, sed laceratum, & adeò ut crebro studentes nesciant ubi nam sit incipiendum, quippe quoniam sunt adeò nugis & laruis nescio quibus obsiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent: illud, inquam, Horatianum si unquam nunc mirum in modum uerum est, nam scribimus indocti doctiq; poëmata paßim: nolim tamen detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauißimorum autorum, qui linguam Latinam illustrarũt, de illis uerò alijs quid dicendum superſit, ignoramus. Ecce etiam plurima uideas opuscula in grammaticis composita quæ in eum creuerunt numerum ut studentes superauerint. Miramur plurimum quòd in hac nostra ætate tanta sit audacia, ut quasi Priscianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauißimi non satis exquisitè ea quæ in grammaticis erant dicenda conscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescẽtes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorãtißimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cum cuilibet audẽdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq; ad rem nostrã. Vbicunq; igitur in datorũ theorematibus lector humanißime, uidebis aliqua dicta p Scholiũ, ea oĩa ex Græcis ad iectiõibus sumpta esse cẽseto. Ea enim à Græcis Scholia nũcupãtur, quæ à nobis Latinè postilla dicũtur.

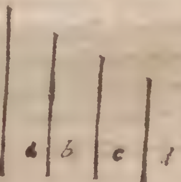
Scholium.

Datorum aliqua positione, at alia magnitudine data sunt. Datum siquidem quadrupliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positione dari dicitur: quid uerò horũ unumquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõmuniter autem dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est poßibile. Datorum uerò traditionem in plano uno positam accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita, hoc est quorum finis datur aut intellectu aut sensu, hijs enim æqua possumus exhibere, similiter autem siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale nanq; datum est: sed non omnino datum rationale est, sed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1. Propositio 1.

DAtarum magnitudinũ ratio adinuicem datur.

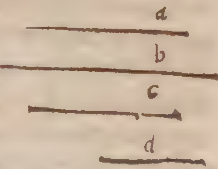
Sint datæ magnitudines a b, dico quòd ipsius a ad b, ratio data est. Quoniam enim datur a, poßibile est per primam diffinitionem ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c. Rursus quoniam data est b, poßibile est per eandem eidem æquam, exhibere: exhibeatur & esto d: quoniam igitur a est æqualis ipsi c, & b ipsi d: est igitur sicut a ad b, sic c ad d. Ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem nanq; eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2. Propositio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipsa b magnitudine datur. Quoniam enim datur a, poßibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere: exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est poßibile: exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniã est sicut a ad b, sic est c ad d: uicißim igitur per 16 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b, ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidem ei exhibetur d.



Scholium.

Hoc præcedentis conuersum est quodammodo, sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendũ est: esset enim uniuersaliter id præcedentis conuersum, si magnitudines inuicem rationem haberent datam. dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum præcedẽtis, inquiuntq; quòd si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint, dantur magnitudine.

Theorema 3. Propositio 3.

SI datæ magnitudines quęcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b, poßibile est per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, sitq; d e. Rursus quoniam datur b c, poßibileq; est eidem eandem exhibere: exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniam igitur æqualis quidem est a b, ipsi d e & b c, ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis, per 2 communem sententiã. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibeatur d f.

Theorema 4. Propositio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b, data est. Quoniam enim datur a b, poßibile est eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & sit d f. Rursus quoniam datur a c, poßibile est ei æquam exhibere: exhibeatur per eandem & sit d e. Quoniam æqualis est a b ipsi d f, & a c ipsi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam communem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.

Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime est conuersum, proprie siquidem esset conuersum, si data magnitudo in quascunq; diuisa fuerit, & unaquæq; earum in quas diuiditur data est, quæ eidem eædem & adinuicẽ sunt eædem, hoc, inquã, patet in 11 quinti elementorũ.

Theorema 5. Propositio 5.

SI magnitudo ad sui partem aliquam rationem habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquã sui partem a c, rationem habeat datam, dico quòd & ad reliquam b c, rationem habet datam, ponatur siquidem data magnitudo d f, & quoniam per primam propositionem ipsius b a ad a c, ratio data est, eadem eidem per 2 diffinitionem exhibeatur, ut ipsius d e ad d f, poßibile enim est tribus datis magnitudinibus quartam proportionalem inuenire per 12 sexti elementorũ. Ipsius igitur f d, ratio data est, data igitur est & f d. Igitur & d e, data est, & reliqua igitur e f, data est. Est autem & d f data. Ratio igitur ipsius d f, ad f e, data est. Et quoniam est sicut d f ad d e sic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 8. quinti element. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio autem ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est.

Theorema 6. Propositio 6.

SI binæ magnitudines compositæ fuerint adinuicem rationem habẽtes datam, & tota ad ipsarum utrunque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipsarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniam per primam propositionem ipsius a c, ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autem utraq; ipsarum d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utranq; ipsarũ d e, e f, data est. Et quoniam est sicut a c ad c b sic est d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum sicut a b ad b c, sic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlarium, decimæoctauæ quinti elementorũ sicut b a ad a c, sic d f, ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranq; ipsarũ d e, e f, sic a b, ad utranq; ipsarũ a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranq; ipsarũ a c, c b data est.

Scholium.

Datarũ siquidem magnitudinũ ratio inuicem datur, æquã enim ipsius d f, ad f e, exhibemus rationẽ.

Theorema 7. Propositio 7.

SI data magnitudo ĩ datã rõnẽ diuisa fuerit, utrũque segmẽtũ datũ est



Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico quòd utrunq; segmentũ & a c & c b datum est: quoniã enim ratio ipsius a c ad c b data est, ratio

tio igitur ipsius a b ad utrãq; ipsarum a c,c b data est. Data est a b, data igitur utraq; ipsarum a c,c b.

Theorema 8. Propositio 8.

EAndem ad idem rationem datam habentia,& adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat siquidem utraq; ipsarum a,c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c,rationem habebit datam. Sit,inquam ,data magnitudo d,& quoniam ratio ipsius a b data est,eadem eidem fiat quæ ipsius d ad e. Data,inquam,est d,data igitur & e. Rursus quoniam ratio ipsius b ad c data est,eadem eidem fiat quæ ipsius e ad f,data est e,data igitur est & f. Est autem & d,data. Ratio igitur ipsius d ad f,est data. Et quoniam est si ut d ad e,sic a ad b,& sicut b ad c,sic est e ad f,sed ratio ipsius d ad f,data est,ratio igitur & ipsius a ad c data est.

d a e b f c

Scholium.

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitione & 22 propositione 5 elementorum,patet.

Propositio 9. Theorema 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationem habuerint datam,habuerint autem eædem magnitudines inuicẽ ad alias quasdam magnitudines rationes datas,neq; easdem,& ipsæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ,inquam,siue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationem habeant datam,habeant aũt ipsæ a , b , c magnitudines ad alias quasdam magnitudines d,e,f,datas rationes,non autem easdem. Dico quòd & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicem rationem datam habebunt. Quoniam ipsius a ad b,ratio est data,& ipsius a ad d,ratio est data,& ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e,ratio est data. Rursus quoniam ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e,ratio est data,& ipsius igitur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data,& ipsius igitur e ad f ratio est data,ipsæ igitur d,e,f,adinuicem rationem datam habent.

c b a

f e d

Scholium.

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadem , uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem , uel quod contingentes rationem habebunt datam,in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propositio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione,& utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione,& si utraq; eadẽ dato maior fuerit quàm in ratione,& reliqua eadem uel dato maior est quàm in ratione,uel reliqua cum consequenti ad quã altera rationem habet datam,data est.

Magnitudo,inquã,a b,magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione,dico quòd & utraq; a c, eadem c b,dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b,ipsa b c,dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b,ad b c,per 4 propositionem ratio est data,& componendo per 18 quinti ele. & 3 datorum ipsius d c ad b c,ratio data est,& est data a d,igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in ratione. Rursus iam a c,ipsa c b,dato maior esto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b,eadem b c,aut dato maior erit quæ in ratione,uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c,rationem datam habet,data est. Quoniã enim a c,ipsa c b,dato maior est quam in ratione,auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b,minor,aut maior est. Sit prius minor,sitq; a d,reliquæ igitur d c ad c b,ratio per 4 propositionem data est. Distribuendo igitur quòd ipsius d b ad b c,ratio data est, per 7 propositionem estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est quàm in ratione. Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a e. Ratio

c b d

c e b d a

igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est c b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 23 data autem sit 3 & utraq; 33, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesim 23 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. sitq; data ad 33, si igitur ab ipsa a b, abscindis datum a d, hoc est 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationem habet datam, patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratione hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rursus datam habet rationem: possum siquidem eandem eidem exhibere, sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniam datur utraq; ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicißim, per 16 quinti elementorum sicut a d ad d c, sic e d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti elementorum, sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicißim per 16 quinti elementorum, sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius concisius dicendum est, sicut unum antecedentium ad unum sequentium, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11. Propositio 11.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit quàm in ratione, & si eadē & utraque dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data, & econtra, & componendo per 18 quinti elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est a d, data igitur & d e. Quare per quartam propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Dico quòd eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quàm ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum, ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est, quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionem ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quàm minor.

c b d e a

Scholium.

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur et ipsius c d ad d b.

Theorema 12. Propositio 12.

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b. Dico q. a b ipsi

a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniam enim data est utraq; ipsarum a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primum æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipsa b d, data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c, data, & reliqua a c, data est. Et quoniam æqualis est e c ipsi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est autem data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.

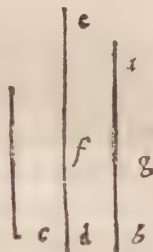
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonstrabimus, quòd c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior est.

Theorema 13. Propositio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d e, & ipsa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadem eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, et ipsius d f ad e, ratio data, & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quàm in ratione.



Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit sicut totum ad totum, sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior sit quàm in ratione.

Theorema 14. Propositio 14.

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utriq; data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quòd totæ e b, f d adinuicem aut rationem habent datam uel altera altera, dato maior est quàm in ratione. Nã quoniam data est utraq; ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autẽ sit eadem. Fiatq; sicut a b ad c d, sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data autem est f e, data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b, ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autẽ & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data, & reliqua igitur e g, data est. Et quoniam sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autem data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quàm in ratione.

Scholium.

Si uerò efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b, dato maior quàm in ratione.

Theorema 15. Propositio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem aut rationem

rationem datum habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, auferaturq; ab earum utraq; data magnitudo: ab ipsa, inquam, a b ipsa a e, ab ipsa uerò c d ipsa c f. Dico quòd & reliquæ e b, f d, adinuicem aut rationem habebunt datam, uel altera, altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam utraq; a e, c f, data est, ratio igitur ipsius a e ad c f, data est, per primam propositionem. Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquam f d, ratio data. Non sit autem eadem fiatq; sicut a b ad c d, sic a g ad c f. Ratio autẽ ipsius a b, ad c d, data est. Ratio ipsius igitur a g, ad c f data est. Data igitur est & a g. Est autem & a e, data. Et reliqua igitur e g data est. Et quoniam est sicut a b ad c d, sic est a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquam f d, ratio data est. Est autem data e g. Igitur e b, ipsa f c, dato maior est quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedẽtis, ostendens, quod si appositæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uerò auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16. Propositio 16.

SIbinæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam, & sub una earum data magnitudo auferatur, alteri uerò earum data magnitudo apposita fuerit, tota dato maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipsa c d, data auferatur magnitudo, ipsi uerò a b data apponatur magnitudo f a. Dico quòd tota f b tota e d, dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e. Igitur ipsius a b ad c e ratio data est. Data autem est c e, data igitur & a g. Est autem & a f data. Tota igitur f g, data est per 3 propositionẽ. Et quoniam est sicut a b ad c d, sic est a g ad c e, & reliquæ g b, ad reliquam e d, ratio est data per 19 quinti elemen. Et g f data est. Igitur f b ipsa e d dato maior est quàm in ratione.

Theorema 17. Propositio 17.

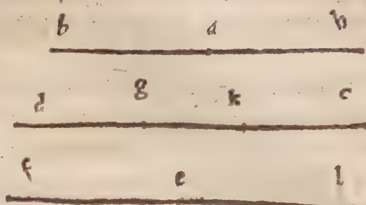
SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiã aut datam rationem habebit, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d e, & utraq; ipsarum a b, d e, ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quòd ipsæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationem, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio est data. Id propterea iam & ipsius f b ad c, ratio est data, & ipsius f b ad g e, igitur ratio est data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f, d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationem habent datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione.

Theorema 18. Propositio 18.

SI fuerint tres magnitudines, una autem earum utraq; reliquarum dato maior fuerit quàm in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

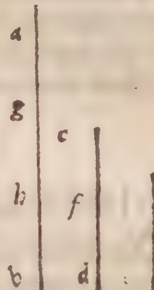
Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uerò una c d, utraq; reliquarum a b, e f, dato maior sit quàm



quàm in ratione. Dico quòd ipsa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa a b, dato maior est, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius c g ad a h. Ratio igitur ipsius c g ad a h data est. Data autem est c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio est data. Rursus quoniam c d ipsa e f, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur K d ad e f ratio data est, eadem eidem exhibeatur quæ ipsius c K ad l e. Ratio igitur & ipsius c k, ad l e, data est. Data autem e K, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio est data. Ipsius autem c d ad h b, ratio est data. Et ipsius h b, igitur ad l f, ratio est data. Et ab ipsis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipsæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

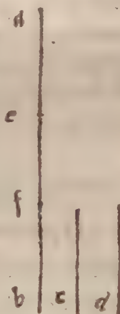
Theorema 19. Propositio 19.

SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & secunda tertia dato maior quàm in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.



Si tres magnitudines a b, c d e, & a b ipsa c d, dato maior esto quàm in ratione, & c d, ipsa e dato maior esto quàm in ratione. Dico quòd & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione: nam quoniam c d, ipsa e, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio est data. Rursus quoniam a b ipsa c d, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius g h ad c f. Ratio igitur ipsius g h ad c f data est. Data autem est c f, data igitur est & g h, est autem & g h data, & tota igitur h a, data est. Et quoniam est sicut g b ad c d, sic est g h, ad c f, & reliquæ h b ad reliquam f d ratio data est. Ipsius autem f d, ad e, ratio est data, & ipsius h b, igitur ad e, ratio est data, & data est h a. Igitur b a ipsa e, dato maior est quàm in ratione.

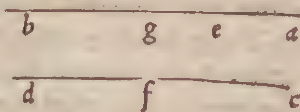
Aliter.



Sint tres magnitudines a b, c d, & a b ipsa c dato maior sit quàm in ratione, & c ipsa d, dato maior sit quam in ratione. Dico quòd & a b ipsa d, dato maior est quam in ratione. Quoniam a b ipsa c dato maior est quam in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio est data per 4 propositionem. At c ipsa d, dato maior est quam in ratione, & e b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio est data per eandem. At a f, data est, & a b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione.

Theorema 20. Propositio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eisdemq; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipsis a b, c d auferatur magnitudines a c, c f, rationem adinuicem habentes datam, dico quòd ipsæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior est quam in ratione. Nam quoniam utraq; ipsarum a b, c d, data est. Ratio igitur ipsius a b ad c d, data est, & siquidem eadem est ei quæ ipsius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d, ratio data. Non sit iam eadem, fiatq; sicut e a, ad c f, sic a g, ad c d. Ratio autem ipsius a e ad c f, est data. Ratio igitur ipsius a g ad c d, data est. Data autem c d, data igitur & a g. Est autem & a b recta linea data, & reliqua igitur

tur g b. data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e, ad reliquam f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

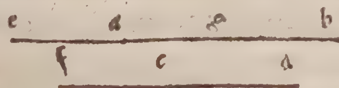
Scholium.

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g, ad c d, manifestum quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorũ, & in alijs eiusmodi per scholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. Propositio 21.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

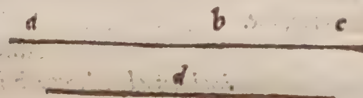
Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq; eisdem magnitudines, e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim data est utraq; ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est, & siquidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autẽ non fiat sicut a e, ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a, ad c d, data est. Data autem est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, & reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a, ad c f, sic est a g, ad c d, & totius e g, ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22. Propositio 22.

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraq; ad eandem rationem habebit datum.

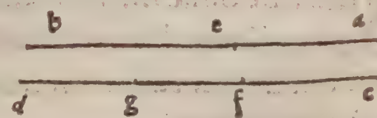
Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraq; a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraq; ipsarum a b, b c, ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur ad d ratio data est.



Theorema 23. Propositio 23.

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationẽ, habeãt autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, non autem easdem. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f, ratio data est, eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b, ad c g, rectam lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius autem e b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 18 quinti elementorum, & conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d, ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunq; ipsorũ d c, c g, data est, & ipsius d c, igitur ad c g, ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d, ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f, ratio est data: quare & ipsius c f, ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f, ad a e, ratio est data, ipsius autem f d, ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium.

Receptum siquidem est, quòd ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad

fd.

ad f d, ratio data, & ipsius igitur c f, ad e b, ratio est data per 8 propositionem. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionem, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utranq; ipsorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranq; ipsarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranq; ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

Theorema 24. Propositio 24.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiam rationem habuerit datam, & ad secundã rationem habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, & quoniam ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autẽ est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorum ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17. eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earũ data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniã est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autem d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autem quod sub d f, æquum est id quod ex e, per eadem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.

Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id qđ sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.

Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterum rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammum a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b, habemus siquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartũ postulatum, & manifestum quod rationes laterum sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.

Theorema 25. Propositio 25.

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signum in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quòd datum est e, signum. Si autem non intercidet e signum: intercedet igitur & unius ipsarum a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.

Theorema 26. Propositio 26.

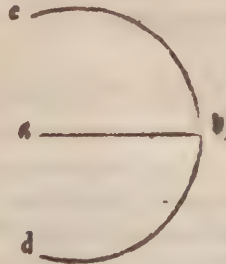
SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quòd ipsa a b positione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipsius a b rectæ lineæ aut positio, aut ma-

gnitudo. Intercidet & b signum, non intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.

Theorema 27. Propositio 27.

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.



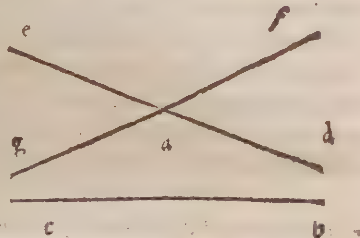
Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ, unum extremum a datum sit. Dico quòd & b datum est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uerò a b, per tertium postulatum circũferentia describatur c b d: positione igitur est ipsa c b d, positione autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.

Scholium.

Siquidem enim b signum aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est, si autem intercidit, aut supra aut infra, nec positione data est igitur.

Theorema 28. Propositio 28.

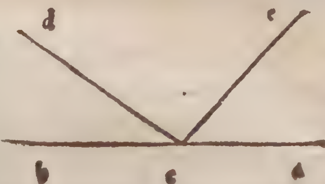
SI per datum signum ad positionẽ datam rectam lineam, linea acta fuerit, datur quæ acta est positione.



Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quòd ipsa d a e, positione datur, si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanẽte b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b, ipsi a f g, sed b c ipsi d a e, est parallelus, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidens, quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.

Theorema 29. Propositio 29.

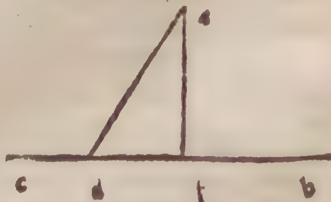
SI additione data recta linea fuerit, ad signumq́ in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.



Additione siquidem recta linea a b, et ad signum ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quòd ipsa c d, est positione data. Si autem non manente signo c intercidit ipsius c d positio, seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & sic c e, æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori, quod est absurdum. Non intercidit ergo ipsius d c, positio, positione igitur est ipsa c d.

Theorema 30. Propositio 30.

SI à dato signo in positione datam rectam lineã, linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

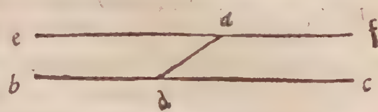


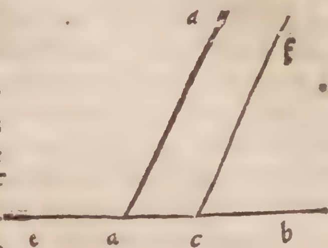
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datum efficiens angulum sub a d c. Dico quòd positione est ipsa a d. Si autem non, manente a signo intercidit ipsius a d, positio, seruans ipsius a d c anguli magnitudinem, intercidat & esto a f. Aequus igitur est qui sub a d c, angulus ei qui sub a f c, maior minori, quod est alienum. Non intercidit igitur ipsius a d, positio, positione igitur est ipsa a d.

Excite-

Aliter idem.

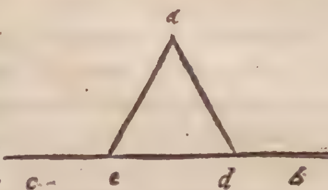
Excitetur per 31 primi element. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datam rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, et in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datum à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigesimamnonam propositionem positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signum ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datum in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datum signum a ad positione datam rectam lineam d c linea excitatur a d: igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.





Aliter.

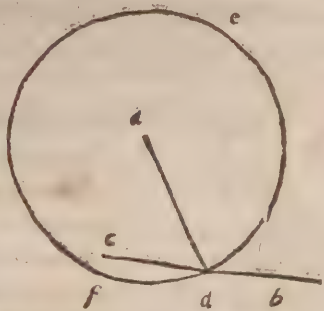
Assumatur in b c, contingens signum e, connectaturq; e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraq; ipsarum a e, b c, rectarum linearum positione datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est autem & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus est. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad signũ in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum eum qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31. Propositio 31.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

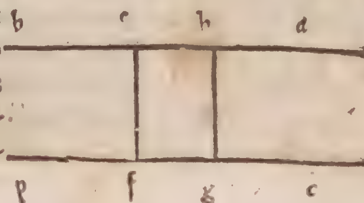
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiam positione datur. Centro siquidem a interuallo uerò a d, per 3 postulatum circulus describatur e d f, positione igitur est, per 6 diffinitionẽ ipse circulus d f. Datur siquidem a centrum positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autem & b c, recta linea. Si uerò binæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum, in quo se dispescunt positione. Est autem et a datum, igitur per 26 propositionem positione datur ipsa a d.



Theorema 32. Propositio 32.

SI in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

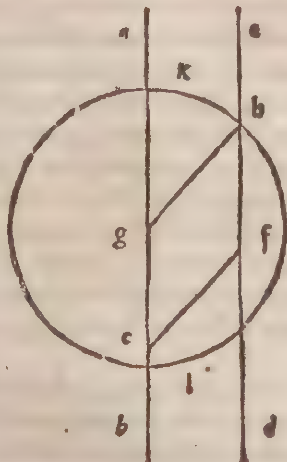
In parallelas enim positione datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quòd ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniã igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum



angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d, datus igitur est & qui sub h g d, Quoniam igitur additione data recta linea c d, & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulum h g f. Igitur per 29 propositionem, ipsa gh positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 33. Propositio 33.

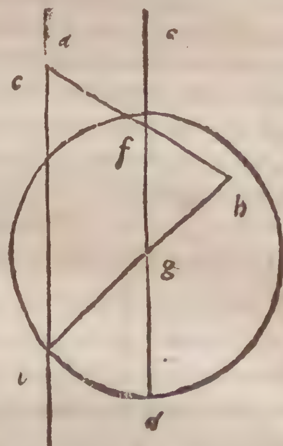
SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.



Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signum g & per g ipsi e f, per 32 primi element. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq; g datum. Centro igitur g, interuallo uerò g h, circulus descriptus erit positione. Describatur, sitq; K h l, positione igitur est circulus k h l, positione autem & c d, datũ igitur et h signum, est autem & g datum positione, igitur est ipsa g h, per 26 propositionem, positione autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.

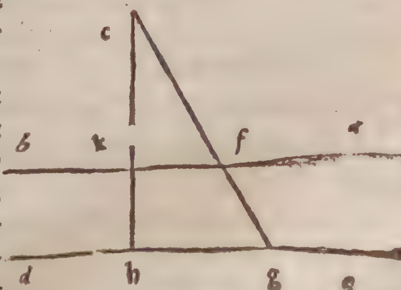
Aliter.

Assumatur in c d datum signũ g, ponaturq; per 2 primi element. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uerò g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positione igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius centrum positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum: positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positione autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f, b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g, hoc est ipsi g b, & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.



Theorema 34. Propositio 34.

SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.



In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e, recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 12 primi element. ab ipso e signo in c d perpendicularis e K h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum K h. Est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum e k, K h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primam propositionem data est. Estq; sicut e K ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.

In paralle-

Aliter.

In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quòd ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datum efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k, signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e K data: sicut autem h e, ad e K, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.

Theorema 35. Propositio 35.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectam lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d, seceturq; per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Exciteturq; per trigesimamprimam primi element. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quòd positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi element. ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h, quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea à h, datum efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionem ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionem & a h. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorum: ratio ipsius h a ad a K, data est: data autem ipsa h a, data igitur & a K. Sed & positione, estq; a datum, datum igitur & K. Quoniam igitur per datum signum K, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.

Theorema 36. Propositio 36.

SI à dato signo in positione datam rectam lineã recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationẽ habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationẽ habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd positione est ipsa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpendicularis a h, extendaturq; in g. Quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a. Data igitur & a g, sed & positione, estq; a datum, datum igitur & g. Quoniã igitur per datum signum g ad positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.

Theorema 37. Propositio 37.

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, secta'q; fuerit in ratione data, ac per sectionem ad positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f, & secetur per 34 propositionē in datam rationē ipsius f g ad g e. Excitetur per 31 primi element. per g utriq; ipsarū a b, c d parallelus h K. Dico q, positione est ipsa h K. Assumatur enim in ipsa a b, datum signū l & per 12 primi elemen. ab ipso l excitetur in c d perpendicularis l n. Quoniā à dato signo l in positione datam rectam lineā c d, recta linea excitatur l n, datum efficiens angulum l n d, positione igitur per 28 propositionē est ipsa l n, positione autē et c d. Datum igitur n signum. Est autem & l datum. Data igitur est ipsa l n, per 26 propositionē. Et quoniam ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l. Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Data autem n l, data igitur & l m, sed & positione, estq; l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signum m ad positione datam rectam lineam c d, recta linea acta est h K, positione igitur est h k, per 28 propositionem.

Theorema 38. Propositio 38.

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiecta'q; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habens ad eandem da am. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit, acta positione datur.

In parallelos positione datas, inquam, lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq; eidem aliqua recta linea e g rationem habens ad e f, datam a c per g per 31 primi elemen. utriq; ipsarum a b, c d, rectarum linearum recta agatur linea h K. Dico quòd positione est h k, assumatur enim in a b datū signum n, excitetur q; per 12 primi elemen. ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturq; in l. Quoniam à dato signo n in positione datam rectā lineam c d, recta linea c d, recta acta est n m, datum efficiens angulum n m d. Igitur per 30 propositionem positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniam ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut autem f e ad e g, sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est. Data autem & n m, data igitur et n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l. Quoniam igitur per datum signū l ad positione datam rectam lineam a b recta linea acta est h k positione est ipsa h K.

Theorema 39. Propositio 39.

SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus esto magnitudine datum. Dico quòd & triangulum a b c, specie datur, exponatur recta linea positione data d m, terminata quidem in d, infinita uerò in reliquum, ponaturq; per secundam primi elementorum, ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e. Sed & positione, estq; datum ipsum d, datum igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positione, datum est e, datū igitur est & f, ipsi autē a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g, sed & positione. Est autē datū f, datū igitur & g & centro quidē e, interuallo autem e d, per 3 postulatum circulus describitur d k h, positione igitur est ipse d k h, circulus per 6 diffinitionem

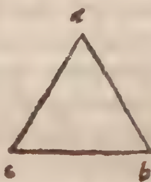
nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uerò f g, per idem postulatum circulus describatur g K l, positione igitur est ipse g K l circulus per eandem diffinitionem, positione autem & circulus d k h. Datum igitur est & K signum est autem & utrunq; ipsorum e f datum. Data igitur est unaquæq; ipsarum K e, e f, f K positione & magnitudine. Datur igitur K e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triangulum specie.

Scholium.

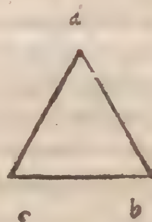
Quoniam igitur datæ sunt ipsæ K e, e f earum adinuicem ratio data est per primum theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estq; ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locum obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. *Propositio 40.*

SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

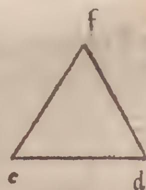


Trianguli enim a b c unusquisq; angulus datus sit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e, & cōstruatur ad d e, ad signaq; in ea d e, per uigesimamtertiam primi element. ei qui sub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei autem qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisque eorum qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisq; eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idq; propterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum, est autem & utrunq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæq; ipsarum d f, d e, e f, positione & magnitudine, datum igitur d f e triangulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Scholium.

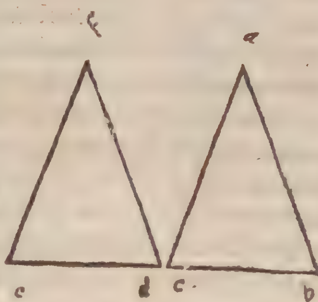
Quoniam igitur datur utraq; ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur. Insuper & unusquisq; ipsorum d e f angulorum datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie, sicut in diffinitionibus.



Theorema 41. *Propositio 41.*

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

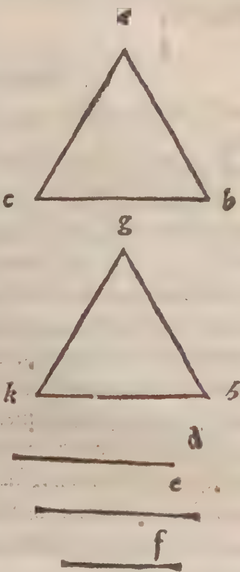
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datum eum qui sub b a c, circum uerò b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituaturq; per uigesimamtertiam primi element. ad ipsam d f, rectā lineam, ad signumq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signum datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e, positione est. Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & positione, & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrunque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &



magnitudine, datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c d e f, unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d f e, ea uerò quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulum a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Theorema 42. Propositio 42.

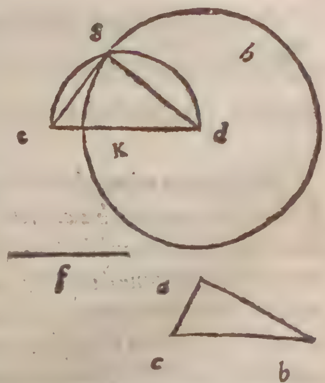
SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniã ratio ipsius a b, ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniam ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autem e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunq; assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k. Data autem unaquæq; ipsarũ d e f. Data igitur & unaquæq; ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autem est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a, sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a, sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.

Theorema 43. Propositio 43.

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub a b c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorum qui sub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a, data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturq; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrum positione, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e semicirculus, datum igitur est & g signum, est autem utrunq; ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæq; ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie. Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d g e. Circum uerò alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrunque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elementorum triangulum a b c ipsi d e g, triangu-

lo

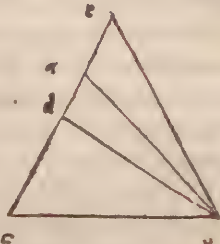
lo. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

Scholium.

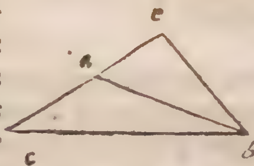
Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quòd ſi circulus bifariàm ſecetur, eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uerò, hoc eſt quæ ex centro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propoſitio 44.

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

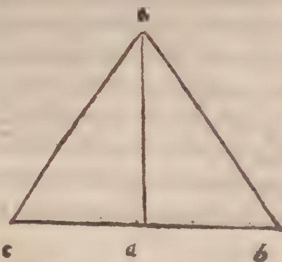


Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autem alium angulũ eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, ſpecie datur. Nõ ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus eſt, eſt autem & qui ſub b a d, datus, & reliquus igitur qui ſub a b d, datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt, ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur a d b c, ratio data eſt. Rectus autẽ eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c, datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, datus eſt. Datur igitur & a b c, triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus, extendaturq; c a in e. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a e perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequens igitur qui ſub b a e, datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie. Ratio igitur ipſius e b ad b a, data eſt, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c ratio eſt data. Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triangulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub a b c angulus datus eſt. Datur igitur triangulum a b c, ſpecie.



Theorema 45. Propoſitio 45.

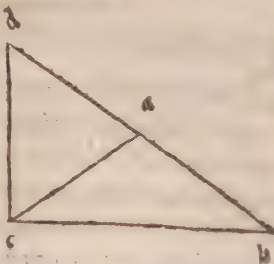
SI triangulum unum habuerint angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq;, ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulum latera utraq; hoc eſt b a c tanquam unum ad c b rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur ꝑ tertiam primi elementorũ angulus b a c, bifariàm à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d, angulus, & quoniam eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c, uiciſſim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſq; b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſtq; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d, angulus, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, et reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.

Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia, per 12 quinti elementorum.



ALITER. Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c, ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidem eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulum b c d ſpecie. Datus

tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c, datus & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

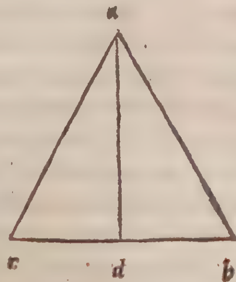
Scholium.

Quoniam enim angulus qui ad a datus est, & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus est æqualis, & oppositio per 32 primi element. & anguli d b, quare & anguli a c, dati sunt.

Theorema 46. Propositio 46.

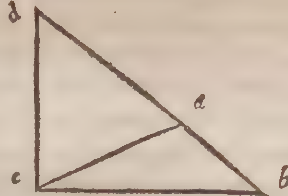
SI triangulũ unum habuerit angulum datum, circum uerò alium angulum latera utraq; sicut unum ad reliquum rationẽ datam habuerint, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c, circulum uerò alium angulum b a c, latera utraq; hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi element. angulus b a c, bifariàm à recta linea a d. Est igitur utrunq; b a c ad c b, sicut a b ad b d. Ratio autem utriusq; b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d, angulus, est autẽ duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c, datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Aliter.

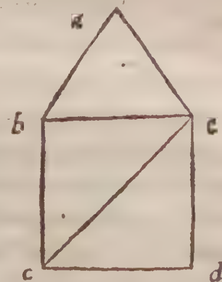
Ponatur ipsi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniam ratio utriusq; b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triangulum d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Theorema 47. Propositio 47.

DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.

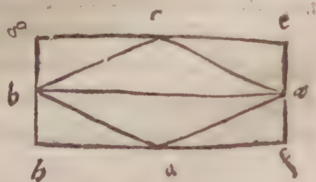
Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quòd ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e, e c. Quoniam rectilineum a b c d e, specie datur. Igitur angulus qui sub b a e, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e, datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est. Datur igitur triangulum b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e, angulus. Est autem & totus qui sub a b c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulum specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48. Propositio 48.

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula, specie data, adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico quòd ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b signis, ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e, b g. Extendanturq; in f b, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitentur e c, d h. Quoniam datur a b c, triãgulum specie. Ratio ipsius a c ad

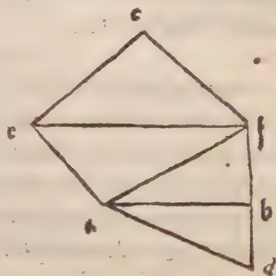


b a, data est. Quoniã igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autem & qui sub e a b, datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est, ipsius autem c a ad a b, ratio est data, & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idq; propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estq; sicut a e, ad a f, sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidem a g, dimidium triangulum a b c, per 41 primi element. Ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49. Propositio 49.

SI ab eadem recta linea, bina rectilinea utcunq; data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunq; specie data describantur a e c f b & a d b. Dico quòd ratio ipsius a e c f b, ad a d b, est data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq; ipsorum e c f, e f a, f a b, triangulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data e f c, & e f a, describuntur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem, & componendo igitur per 18 quinti elementorũ ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f c e, e a f, igitur et a f b, ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipsius c e a b f ad b f a, ratio est data. Ipsius autem f b a, ad a d b, ratio est data, & ipsius igitur c e a b f, ad a d b, ratio est data.



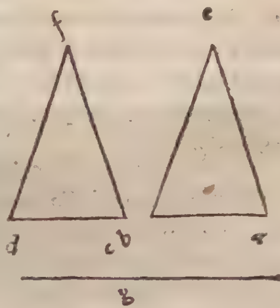
Theorema 50. Propositio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterq; descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita rectilinea e f. Dico quòd earum ratio data est. Assumatur enim ipsis a b, c d, per 11 sexti element. tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d, sic c d ad g. Ratio autem ipsius a b ad c d data, ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

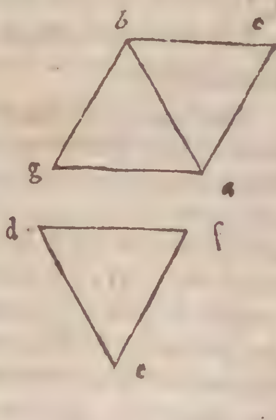
Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autem & ipsius c d ad g, ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est, uel & per octauum theorema, quod & melius est.



Theorema 51. Propositio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, et ab ipsis rectilinea utcunq; descripta, specie data rationem adinuicem datam habebunt.



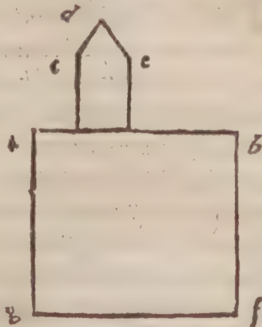
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datã, describanturq; ab ipsis a b, b c, rectilinea utcunq; specie data e f. Dicoq;, & ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimam quintã sexti element. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterq; positũ rectilineũ a g b. Datur aũt f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, specie

cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b f g, ratio igitur ipsius a g b, ad f data est. Ipsius autẽ a g b, ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52. Propositio 52.

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit, datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quòd a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi element. quadratum a f. Datur igitur a f, specie & magnitudine, & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



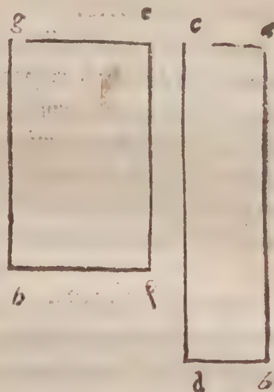
Scholium.

Omne enim quadratum datum est specie quandoquidem ipsius anguli dantur, omnes enim sunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim sunt æqualia, & enim non solum inæqualium est ratio, sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. Propositio 53.

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d, e b, ratio autem ipsius b d ad f b, esto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data. Nam quoniam ipsius d b ad f b, ratio est data, ipsius autẽ d b ad b a, ratio est data, et ipsius igitur d b ad f b, ratio data est, ipsius autem f b, ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data.

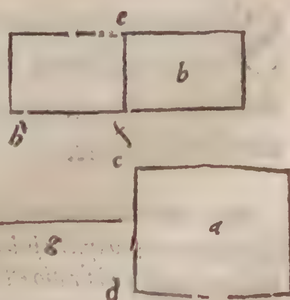


Scholium.

Ostensum est in scholio 20 propositionis quòd si a ad b, rationem habet datam: fuerit autem & c, datũ, & fiat sicut a ad b, sic c ad aliud quid, ut puta d, non tamen & uicißim rationẽ habebunt datam, quoniam & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54. Propositio 54.

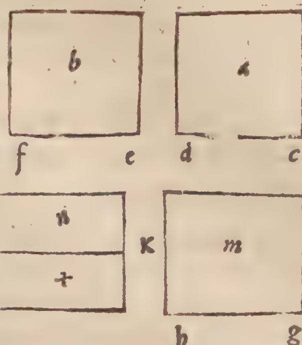
SI binæ species specie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebunt datam.



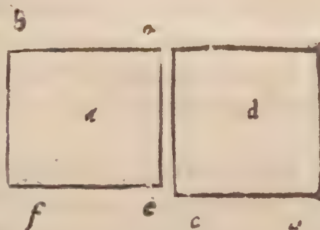
Binæ, inquã, species specie datæ a b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationem habent datã. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti element. ipsorum c d, e f, tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autẽ a ad b ratio data est. Ratio quoq; igitur c d ad g data est, et sunt c d, e f, g proportionales, & ipsius c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedẽtem rationem datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b, & describatur a b, e f, per 25 sexti element. ipsi a, simile similiterq; positũ e b, datur igitur & e b, specie.

ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idq́; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

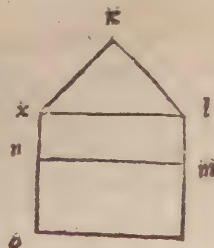


Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq́; ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq́; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq́; poſitæ m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturq́; ab ipſis c d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datum autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidē magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratū x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq́; ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Simile eſtq́; a ipſi b & latera quoq́; reliqua ad reliqua latera per præcedētem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



Theorema 55. Propoſitio 55.

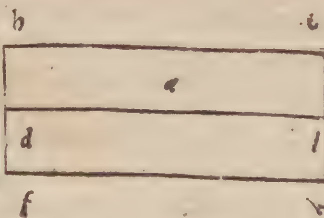
SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erunt.



Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq́; per 25 ſexti element. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterq́; poſitū d. Datur iā ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq́; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data eſt ratio, data igitur e g. Idq́; propterea iam & unumquodq́; ipſorum magnitudine datur.

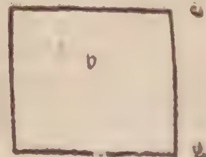
Aliter.

Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq́; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq́; propterea iam & unumquodq́; ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.



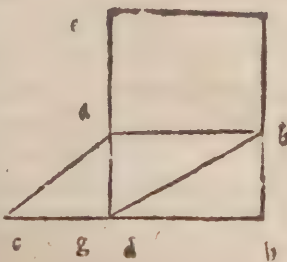
Bina enim æquiangula parallelogrāma a b. adinuicem rationem habeāt datam. Dico quòd eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationē habet datam, quā parallelogrammū a ad parallelogrāmū b, extēdatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatq́; ſicut c d ad e

f, sic e g ad c k. Copleaturq; c l parallelogrammũ. Quoniã igitur est sicut c d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circũ æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti element. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est autem æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur h c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c h ad c k rationẽ habet datam, quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propositio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quòd ipsa c a data est. Describatur per 46. primi element. ex a b quadratum e b. Datum igitur est e b, excitentur e a, f b, & g ad ipsa d h: & quoniam utrunq; ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a h. Ratio igitur & ipsius e b ad a h, data est. Quare & ipsius e a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est, & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius c a ad a d data est ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b, igitur ratio est data, estq; data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparationis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habent datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

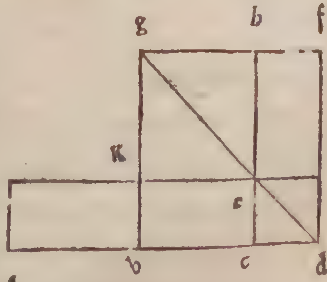
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est, & a b ad rectam existens ipsi a b, ipsius autem a e g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b b g, g c, c a, longitudine existente ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidem propositis rectis lineis latitudinem quærit, nõ autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor, sicut a e.

Theorema 58. Propositio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimam primi element. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 25 sexti element. ipsi c d simile, similiterq; positum rectilineum e f. Describaturq; e f. Datur igitur e f specie. Et quoniã à data recta linea e d data specie species describitur e f, datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k h. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine, est autem a c datum magnitudine, supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidem est ipsi c d. Ipsius h k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data, & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.

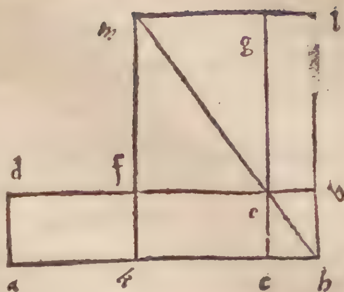


Theorema 59. Propositio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

Datum

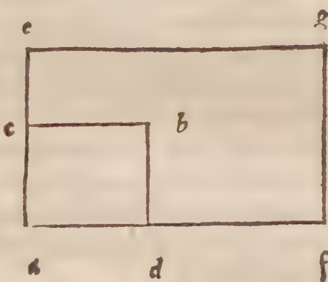
Datum siquidem a b ad datam a c proiectum sit excedens specie data c b, dico quòd utraq; ipsarum h c, c e data est. Secetur enim per 10 primi element. ipsa d e bifariã in f signo. Describatur q; per 25 sexti element. ex e f ipsi c b simile similiterq; positum f g. Circa igitur eundem dimetientem est f g ipsi c b, excitentur per 26 sexti element. eorũ dimetiens h e m, describatur q; figura. Et quoniã c b ipsi f g est simile. Datur autem c b specie. Datur igitur & f g specie, & describitur à data recta linea f e. Data igitur sunt a b, f g & ipsi k a, sunt æqualia. Datum igitur est b c. Ipsius ergo k a latera sunt data, data igitur est k h, & k c data est, & ipsi e f æqualis, reliqua igitur e h, data est, & ad h b rationem habet datam. Data igitur est & h b.



Theorema 60. Propositio 60.

SI parallelogrammum specie & magnitudine datum dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit, dantur latitudines gnomonis.

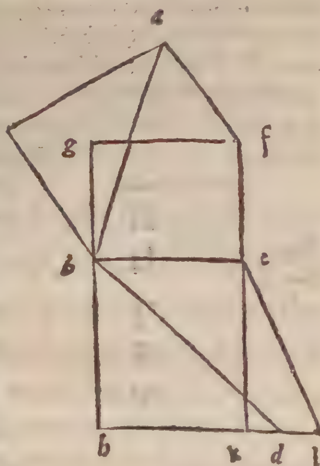
Parallelogrammum enim a b datum specie & magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g, Dico quòd datæ sunt utræq; ipsarũ c e, d f. Nam quoniam a b datum est, est autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum est. Sed & specie, simile enim est ipsi a b. Igitur ipsius a g latera data sunt. Data igitur est utraq; ipsarum a e, a f, est autem utraq; ipsarum c a, a d data, reliqua igitur utraq; ipsarum c e, d f data est. Rursus iam parallelogrammum a g, datum specie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quòd utraq; ipsarum c e, d f, data est. Quoniam igitur datum est a g cuius gnomon e c b d f g, datus est. Reliquum igitur a b datum est. Sed & specie. Ipsius igitur a b latera data sunt. Data igitur est utraq; ipsarum c a, a d, est autem & utraq; ipsarum e a, a f, data. Et reliqua utraq; igitur ipsarum e c, d f data est.



Theorema 61. Propositio 61.

SI data specie specie, ad unum latus parallelogramma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem species ad parallelogrammũ rationem datam, datur parallelogrammum specie.

Data enim specie specie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta sit c d in dato angulo l c b. Ratio autem sit ipsius a c speciei ad c d parallelogrammũ data. Dico quòd datur c d specie, excitetur enim siquidẽ per 31 primi element. ipsi f c parallelus b g, & per f ipsi b c, parallelus f g, extendanturq; f c g b, in h k signa. Quoniam datus est qui sub f c b angulus. Et ipsius f c ad c b ratio data est. Datum est igitur ipsum f p parallelogrammum specie. Datur autem specie a f c b species, & describitur eadem recta linea c b. Ipsius igitur a b speciei ad f b, parallelogrammũ per 49 propositionem ratio data est. Ipsius autem f b ad c d, ratio est data, quoniam iam ipsius a b, a d supponitur. Ae quum autem est c d ipsi k b, per 35 primi element. ratio igitur ipsius k b ad c g, est data. Quare & ipsius f c ad c k, ratio est data, ipsius autem f g ad c b, ratio est data, ipsius igitur b c ratio data est. Et quoniam angulus qui sub b c k datus est & qui sub b c l datus est, & reliquus igitur qui sub l c k datus est. Est autem & qui sub l k c, datus angulus, æquus ei qui sub k c b. Reliquus igitur qui sub c l k datus est. Datur igitur l c k triangulum specie. Ratio ipsius igitur l c ad c k data est. Ipsius autem c k ad b c ratio est data. Et ipsius igitur l c ad c b ratio est data, & qui sub l c b angulus datus est. Datur igitur c d, parallelogrammum specie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifestè, quoniam angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad easdem partes binis rectis æquales. Quorum qui sub f c b, datur: & reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt: & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis autem ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g, quare & laterum ratio dicatur.

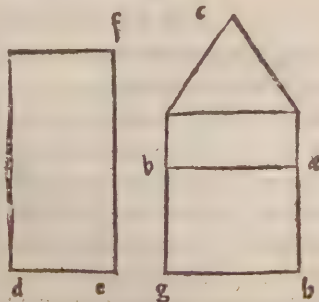
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrammi ad a f c b, speciem ratio est data, ipsius autem a f c b, speciei ad c d, ratio est data, & ex æquali per 22 quinti element. ipsius b f ad c d, ratio est data.

Theorema 62. Propositio 62.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, descriptaque fuerit ab una quidem data specie species, altera uerò area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem species ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum specie.

Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & describatur ab ipsa quidem a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammũ data. Dico quòd datur d f, parallelogrammum specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f, per 25 sexti element. simile similiterque positum a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describanturque ab ipsis a b c d similia similiterque posita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d, data est. Ipsius autem f d ad e b ratio est data, & ipsius e b igitur ad a g, ratio data est, & angulus qui sub b a b, datus est, æquales enim ei qui sub f c d.

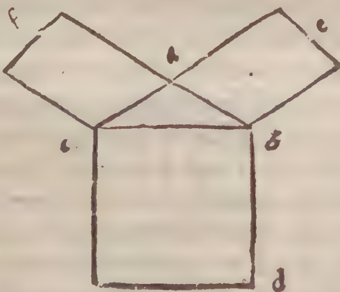


Quoniam igitur data specie: specie e b ad unum latus a b proiectum est a g in dato angulo b a b, & ratio ipsius e b speciei ad a g, parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estque similis ipsi f d, datur igitur f d specie.

Theorema 63. Propositio 63.

SI triangulũ specie datum fuerit, quod ex unoquoque latere ipsius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

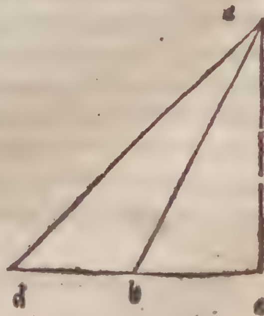
Esto triangulum specie datum a b c. Describaturque ex unoquoque ipsius latere quadratum e b, c d, c f. Dico quòd unumquodque ipsorum e b, c d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b c, rectilinea data specie describuntur utcunque a b c d. Igitur per 49 propositionem, ratio ipsius a b c ad c d data est. Idque propterea iam, & utriusque ipsorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio est data.



Theorema 64. Propositio 64.

SI triangulũ obtusum habuerit angulum datum, qua maius quod obtusum angulum subtendit latus, area lateribus obtusum angulum comprehendẽtibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulũ obtusum habens angulũ eum qui sub a b c datũ, extendaturque in rectas lineas ipsius b c, recta linea b d, exciteturque p 12 primi element. ab ipso a in c d, perpendicularis a d. Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub d b, b c, area ad a b c, triangulũ datã rationẽ habebit. Quoniã nanque angulus qui sub a b c, per hypothesim datus est, & qui sub a b d, datus est, estaũt & qui sub a d, d b, datus.

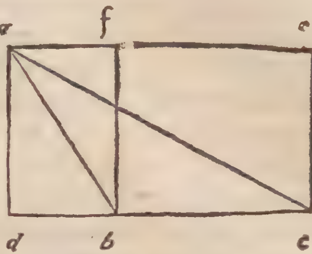


Reliquus

Reliquus igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triangulũ ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq́; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id qđ ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c, ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq́; quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, ipſa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

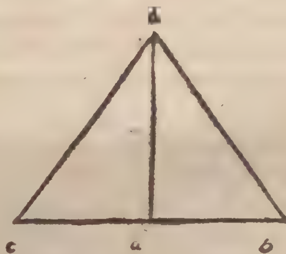
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi element. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt, ſuper nanq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehenditurq́; parallelogrammum ſub f e, e c, æqualis autem eſt e c, ipſi a d & f e ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio eſt etiam dupla. Quod uerò bis ſub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam, eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65. Propoſitio 65.

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehẽdentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.

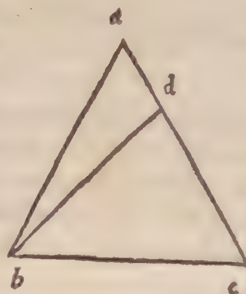
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq́; ab ipſo a per 12 primi element. perpẽdicularis a d. Dico quòd qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt, & qui ſub a d b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt, & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triangulũ rationẽ habet datam.



Theorema 66. Propoſitio 66.

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulũ ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulũ rationem habebit datam.

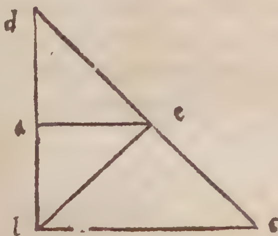
Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam, excitetur enim per 12 primi element. ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d, ad a b c triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.



Theorema 67. *Propositio 67.*

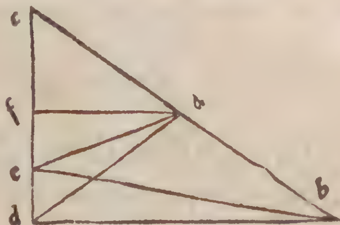
SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poßint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quòd quo maius est quod ex utraq; b a c, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim rectas lineas *ipsius a b ipsa a d, ponaturq; ipsa a c æqualis ipsi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e.* Et quoniã æqualis *est a d ipsi a c æqualis igitur est & d b ipsi b e, extendituq; quædam b c.* Quod igitur *sub d c e, unà cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c.* Quod igitur ex utroq; *b a c, æquum est ei quod sub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.* Dico iam quòd *eius quod sub d c e ad a b c triangulum ratio est data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus est, & consequens igitur qui sub d a c, datus est, est autem & uterq; ipsorum a b c, d e a datus.* Dimidia nanq; *sunt eius qui sub b a c.* Datur *enim qui sub b a c, datur igitur triãgulum d a c specie.* Ratio *igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est.* Et *quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d, sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, sic quod sub e c, c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d.* Et *uicißim igitur per decimamsextam quinti elemẽtorum quod sub b a d ad id quod sub e c d, sic quod ex a d id quod ex d c.* Ratio *autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est.* Ratio *igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est.* Aequa*lis autem est d a ipsi a c.* Ratio *igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d, data est, eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est.* Et *eius qui sub d c e, igitur ad a b c ratio est data.* Estq; *quod sub d c e, eo maius quod est ex utraq; b a c, eo quod ex b c.* Quo *uerò maius est quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.*



Aliter.

Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturq; a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f, est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio *igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est.* Du*pla siquidem eius est, & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eum qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est.* Duplum *siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d, triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c, triãgulum ratio est data, estq; quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroq; b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroq; b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.*

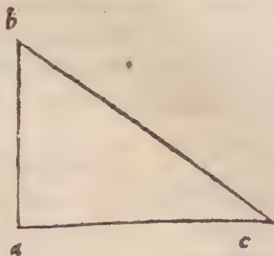


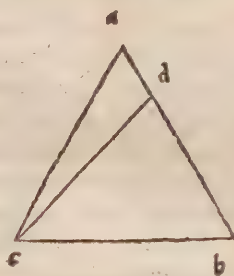
Aliter.

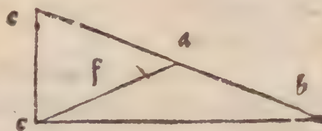
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data. Esto autem acutus qui sub b a c, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium est, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune *adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cũ eo quod bis sub b a c, quod est ex utroq; b a c, æqua sunt ei quod*

ex b c

ex b c & ei quod bis ſub b a d, & inſuper ei quod bis ſub b a c, hoc eſt ei quod bis ſub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq;, b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroq; c a d, & a b. Quare quod ab utroque b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroque d a c, & b a, & quoniam angulus b a c datus eſt, & qui ſub a d c quoque datus eſt. Et reliquus igitur qui ſub d c a datus eſt. Datur igitur triã gulum a d c, ſpecie. Ratio igitur ipſius a d, ad a c data eſt, quare & utriuſque d a c ad a c, ratio eſt data. Et eius igitur quod ſub utroq; d a c & a b, ad id quod ſub b a c, ratio eſt data. Et eius quod bis ſub utroque d a c & a b ad id quod ſub b a c ratio eſt data. Eo quia qui ſub b a c, angulus datus eſt, & eius quod bis ſub utroque d a c, & a b igitur ad a b c, triangulũ ratio data eſt. Sed iam eſto angulus qui ſub b a c obtuſus, & producta b a in eam per duodecimã primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per ſecundam primi elementorum ipſi a e æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, eſt obtuſus excitaturq; perpẽdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis ſub b a e, hoc eſt bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c. Commune proiectum ſit quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt, ex utroq; b a c, unà cũ eo quod bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis ſub b a c. Commune auferatur quod bis ſub b a f, quod igitur ab utroque b a c, æquum eſt ei quod ex b c, et ei quod bis ſub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis ſub b a e f, & quoniam angulus b a c, datus eſt, et qui ſub e a c, igitur datus eſt. Sed et qui ſub c e a, datus eſt: & reliquus igitur qui ſub a c e, datus eſt. Datur igitur a e c triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a e, data eſt, hoc eſt ad a f. Quare & ipſius a c ad c f, ratio eſt data. Ipſius autem a c ad c e ratio eſt data, & ipſius e c ad c f igitur ratio eſt data. Quare & eius quod ſub e c, a b, ad id quod ſub c f a b ratio eſt data. Ipſius autẽ qd'. ex a b, c e ad a b c, triangulum ratio eſt data: quare & eius quod ſub c f, b a ad b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub f c b a, quo maius eſt quod ex b c: eo igitur maius eſt quod ex utroq; b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

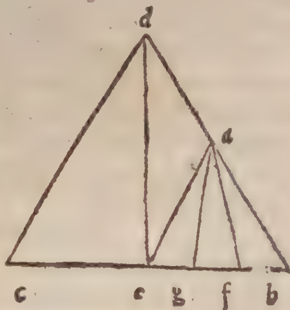






Aliter.

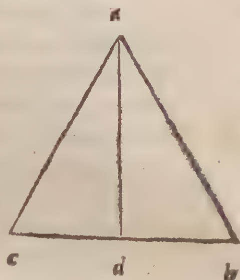
Excitetur b a et ipſi a c æqualis ponatur d a, connectaturq; d c. Quoniam igitur angulus a b c datus eſt, & eius uterq; qui ſub a d c, a c d, dimidium eſt. Datur ergo uterq; eorum qui ſub a d c, a c d, & reliquus igitur qui ſub d a c, datus eſt. Datur ergo triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c d, data eſt. Et quoniam qui ſub a d c, datus eſt, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui ſub d e c, a f c, per uigeſimam ſecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipſi d e c æquus eſt. Communis autem qui ſub a b c, ipſius d b e trianguli exiſtens, & ipſius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b d e, triangulum ipſi d b c triangulo. Eſt igitur ſicut e b ad b d, ſic eſt d b ad c b. Quod igitur ſub e b, b c, hoc eſt quod ſub e c b, unà cum eo quod ex c b ei æquũ eſt quod ex b d, hoc eſt ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim eſt d a ipſi a c. Quod igitur ſub e c b, unà cum eo quod ex c b, æquum eſt ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c, id quod ex b c excedit, eo quòd ſub b c e. Dico igitur quòd ratio ipſius qui ſub b c e ad a b c, triangulum data eſt. Quoniam æqualis eſt angulus b d e, angulo b c d, quorum qui ſub a d c, ei qui ſub a c d, eſt æqualis. Reliquus ergo qui ſub c d e, reliquo qui ſub a c b eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub d e c, ei qui ſub a f c, æqualis: reliquus ergo qui ſub c a f, reliquo qui ſub d c e, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt triangulum a c f, triangulo d e c. Eſt igitur ſicut c a ad a f, ſic d c ad c e: & uiciſſim igitur per decimam ſextam quinti



elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio igitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f, datus, & reliquus ergo qui sub g a f, datus est. Datur ergo a g f triangulum specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autem f a, a c, c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autem quod sub a g, b c, ad id quod sub a c b, triangulũ ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est autẽ quod sub b c, c e, qua maius est quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

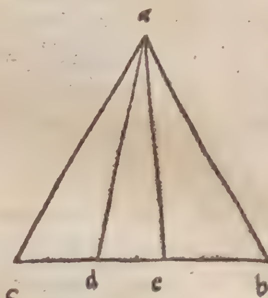
Scholium super prima demonstratione 63 propositionis.

Si in triangulo isoscele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex acta unà cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualium gignitur. Sit nempe isosceles triangulũ a b c, æquum habens latus ab lateri a c, & ab ipso a in b c agatur quædam recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d unà cum eo quod sub b d c, æquum est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c, aut perpendicularis est, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c secatur bifariàm in d. Quod igitur sub c d b, æquum est ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquũ ei est quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquũ est quod ex a b. Quod uerò sub d b unà cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturq; ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniã recta quædam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b unà cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autem sub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



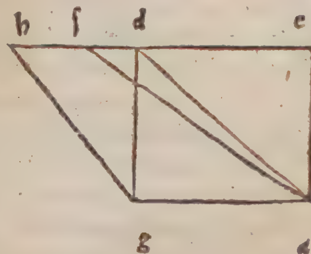
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d, trianguli duplum sit, sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g, & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt parallelogramma ipsa a h, a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trigesimamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelogrammo æquum est, & quoniã quod sub a f, a g, est ipsum a h, æqualis autem est a g ipsi c d, & quod igitur sub a f, c f d, est quod a h. Duplum autem est a h ipsius a c d trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestum quòd manente quidem æquali d a ipsi d c, ipsa autem d c ipsi a c, ipsa uerò b a ipsi d a, manifestũ erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogramma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per 11 primi element. ad angulos excitetur rectos a b, & ipsi a b æqualis



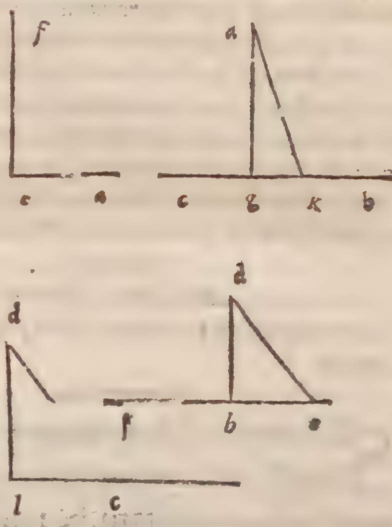
qualis esto d c. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a, sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b: igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b, per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e, agamus parallelos, manifestum enim quòd quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, et per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus, manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d, eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile à dato signo sicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectam lineam æquum efficientem angulum dato angulo d e f, sic ostendemus. Angulus enim d e f, aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidem igitur rectus est, manifestum, ago enim ab ipso a perpendicularem a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iam esto angulus d e f, acutus, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturq; ad ipsam a g rectam lineam, ad signumq; in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a K. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e, in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e, æqualis ponatur g a K. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequenti qui sub d e f, ei qui sub a k b, est æqualis.



Theorema 68. Propositio 68.

SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

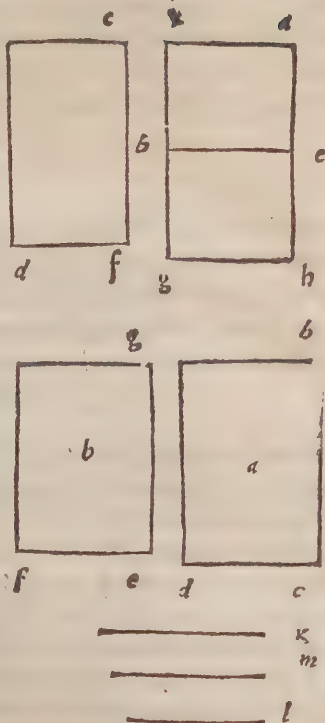
Bina siquidem parallelogramma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quòd & ipsius a e ad f c, ratio est data: comparetur enim ad ipsam e b, parallelogrammum æquum ipsi c d, sitq; per uigesimamquintam sexti elementorum e g, ponaturq; ut a e ipsi e b, sit in rectas lineas, in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniã igitur ipsius a b ad c d, ratio est data, æquũ est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e b, ratio est data. Et quoniã æquũ est e g.

ipsi

ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autem ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur c f ad e h, ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad c f, ratio est data.

Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad l. Ratio autem ipsius a ad b data, & ipsius igitur k ad l ratio est data. Data autem est k, data igitur & l per conuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius K ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autē & k, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compositam, per 23 sexti element. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & K ad l rationem habet compositam ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex e a quam habet k ad m, & m ad l. Quartum ipsius c d ad e f, ratio eadem est ei quæ est ipsius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadem est ei quæ est ipsius m ad l, ipsius autem m ad l ratio est data. Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.



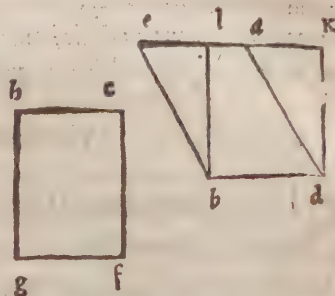
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq; sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69. Propositio 69.

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.

Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationem datam habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data. Dico quod & ipsius a d ad e f, ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi d g parallelogrammo, manifestum est. Si autem non. Constituatur per 25 primi element. ad ipsam d b, ad signumq; in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipsorum d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d k, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et quoniam ipsius d c ad f h ratio est data, supponitur enim & est æquum d c ipsi d l, per 35 primi elementorum. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h, data est. Estq; ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptū. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d k ad d a ratio est data, & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.



Scholium.

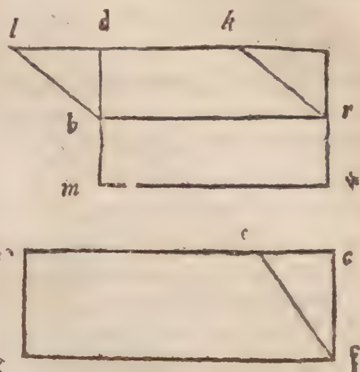
In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70. Propositio 70.

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeāt datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f data itidemq; ipsius b c ad f g. Dico quòd & ipsius c d ad f h, ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Comparcturq; per uigesimam quintam sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquum parallelogrammum c m, ponaturq; ut a c ipsi c n, sit in rectam lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f h, est autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam sexti elementorum ipsorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g, sic f e ad c n. Ratio autem ipsius c b ad f g data est. Ratio igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius autem e f ad a c ratio est data: & ipsius igitur a c ad c n ratio est data. Quare & ipsius c d ad c m, ratio est data: est autem c m ipsi f h, æquale. Ratio igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulum a b ipsi f h. Construaturq; per 23 primi elementorum ad ipsam b c, rectam lineam, ad signum in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c, datus est, est autem & qui sub c a k datus, & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulum a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad e k est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, & ipsius c K, igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g, ratio data, æquum autem est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.



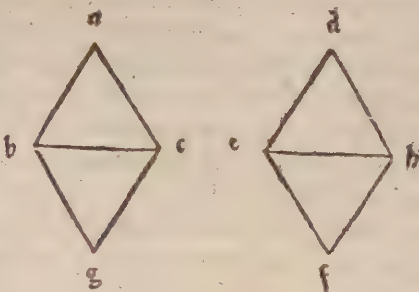
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoq; & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicē sunt æquales. Rursus quoniam parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c, a c b sunt inuicem æquales, qui sub a c b, b c n, eis qu sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad signum, & quæ sequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71. *Propositio 71.*

SI binorum triangulorū quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

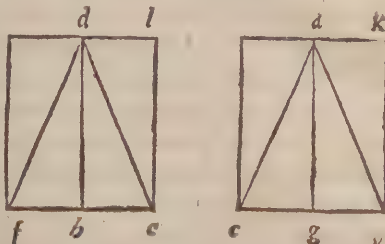
Duorum, inquam, triangulorū a b c, & d e h, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq; ipsius b a ad d e, ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data. Compleantur enim a g, d f, parallelogrāma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionem quadragesimamprimam primi elementorum, triangulum a b c, ipsius autē d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.



Theorema 72. Propositio 72.

SI duorum triangulorum baſes in data ratione fuerint, & quæ in ipſas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad baſim, adinuicẽ rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

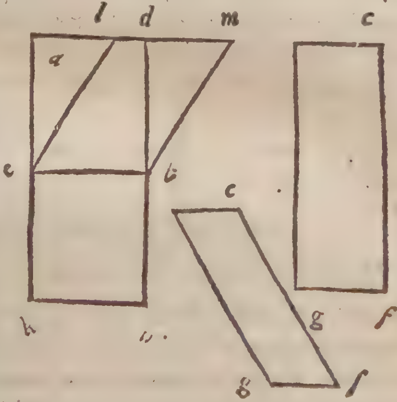
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq́; a g, d h, aut æquos angulos efficientes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Eſtoq́; ratio ipſius quidem b c ad e f data ipſius autem a g, ad d h, itidem data. Dico quòd & ipſius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio data eſt. Cõpleantur enim ipſa K c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen, æqualis autem eſt angulus a g c, angulo K b c, & qui d h f, ei qui ſub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales ſunt, tamẽ dati. Et quoniã ratio ipſius a g ad d h data eſt, æqualis autem eſt a g ipſi K b & d h, ipſi l e. Ratio igitur ipſius K b ad l e, data eſt: eſt autem & ipſius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, ſigna anguli aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen. Et ipſius igitur c K, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio eſt data. Quare & ipſius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio eſt data.



Theorema 73. Propoſitio 73.

SI binorum parallelogrammorũ quę circum æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera ſic ſe habuerint ſicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationem datam, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera ſic adinuicem ſe habeant, ut ſit ſicut c b ad f g, ſic e f ad c k. Ipſius autem a c ad c K ratio eſto data. Dico quòd & ipſius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammum ratio eſt data. Sit enim prius a b ipſi e g, æquiangulũ, cõpareturq́; per 25 ſexti elementorum ad ipſam c b, rectam lineam ipſi e g parallelogrammo æquum c h, ponaturq́; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam & d b: ipſi b h, & quoniam c h, ipſi e g eſt æquale, eſt autem & æquiangulum c h ipſi e g. Ipſorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 ſexti elementorum ſunt reciproca: eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic eſt f e ad c k. Sicut autem c b ad f g, ſic e f, ad quam a c, rationem habet datam. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data. Quare & ipſius a b ad c h, hoc eſt e g, ratio data eſt. Non ſit autem æquiangulum. Conſtituaturq́; per 23 primi elementorum ad ipſam c b rectam lineam, ad ſignaq́; ad ipſam c ei qui ſub e f g, angulo, æquus angulus qui ſub b c l, compleaturq́; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui ſub a c b, l c b angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a c l eſt datus. Datur autem & qui ſub c a l, & reliquus ergo qui ſub c l a datur. Quare triangulum a c l ſpecie datur. Ratio igitur ipſius a c ad c l data eſt. Et quoniam eſt ſicut b c ad f g, ſic eſt e f, ad quam ipſa a c, rationem habet datam. Ipſius autẽ a c ad c l, ratio eſt data: eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic f e ad c l. Eſtq́; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipſius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data eſt. Aequum autem eſt c m ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad h g data eſt.

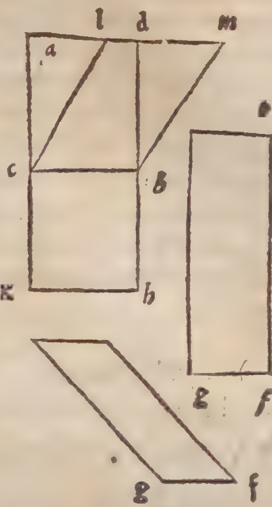


Theorema 74. Propoſitio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis, tamen erit ſicut

primi

primi latus ad secundi latus, sic alterum secundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.



Bina siquidem parallelogramma a b, e g, adinuicē rationē habeant datā, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamē, eis qui ad c f. Dico q, est sicut c b ad f g, sic est e f ad quod a c, rationem habet datā. Ipsum inquam, a b, ipsi e g, aut est æquiangulū, aut non. Sit prius æquiangulum, compareturq; ad rectam lineam c b ipsi e g, parallelogrammo per 25 sexti elemētorum æquum parallelogrammum c h, ponaturq; ut a c ipsi c k, sit in rectam lineam. In rectam igitur est lineam d b ipsi b h, & quoniam ipsius a b ad e g, ratio est data, æquum autem est e g ipsi c h, ratio igitur ipsius a b ad c h, data est, quare & ipsius a c ad c k ratio est data. Et quoniam æquum est c h, ipsi e g, est autem et æquiangulum. Ipsorum igitur c h, e g, per 14 sexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur sicut c b ad f g, sic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non sit autem æquiangulum, constituaturq; per 25 primi element. ad ipsam c b rectam lineam ad signumq; in ea c ei qui sub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleaturq; c m parallelogrammū. Quoniam igitur ipsius c m ad e g, ratio est data, æquum est autem c d ipsi c m. Ratio igitur ipsius c m ad e g, data est, est autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis est igitur sicut b c ad f g, sic e f ad quod c l rationem habet datam, ipsius autem c a ad c l, ratio est data, est igitur sicut c b ad f g, sic e f ad quod a c, rationem habet datam.

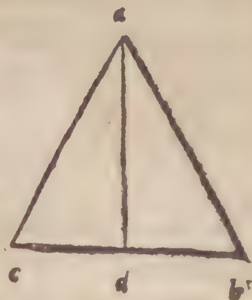
Theorema 75. Propositio 75.

SI bina triangula adinuicem rationē habuerint datā, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit sicut primi latus ad secūdi latus, sic alterum secūdi latus ad quod reliquū primi rationem habet datam.

Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, sintq; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico q, est sicut a b ad d e, sic est d f, ad quod a c ratio nē habet datā. Compleantur enim a g d h, parallelogrāma, & quoniā trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio est data. Ratio igitur & ipsius a g, parallelogrāmi a d, d h parallelogrāmū data est. Quoniā igitur bina parallelogrāma a g d h, adinuicē ratione habēt datā aut in æqualibus, aut in inæqualib. angulis, datis tamen. Est igitur per præcedentē sicut a b ad d e, sic d f ad quod a c rōnē habet datā.

Theorema 76. Propositio 76.

SI à uertice trianguli specie dati in basin perpendicularis acta fuerit, acta ad basim rationem habet datam.

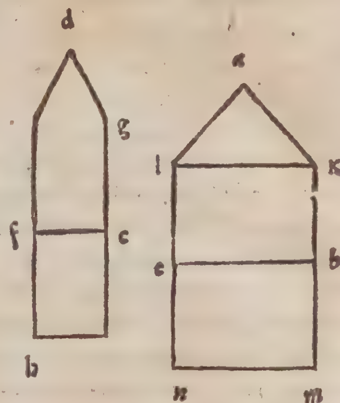


Sit specie datum triangulū a b c, exciteturq; ab ipso a in b c, perpendicularis a d. Dico quòd ratio ipsius a d ad b c data est. Quoniā enim triangulum a b c datum est specie, datus igitur est & qui sub a b d, angulus est autem & qui sub b d a, datus: & reliquus igitur qui sub b a d, datus est: datur ergo triangulum a b d specie. Ratio igitur ipsius a b ad b c data est, & ipsius igitur a d ad c b ratio est data.

Theorema 77. Propositio 77.

SI binæ species specie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quoduis alterius rationem datã habebit.

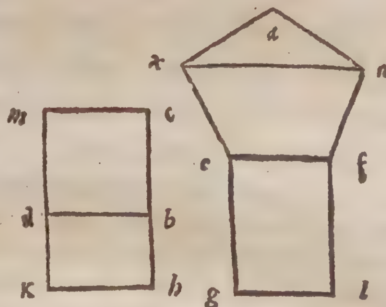


Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & unumquoduis latus ipsius a b c, ad unumquoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e h. Quoniam ab eadẽ recta linea b c, binæ species describuntur, quæ utcunq; specie sunt datæ, scilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propositionem ratio ipsius a b c ad b n, data est. Idq; propterea iam rursus & ipsius d e f, ad e g, ratio est data. Quoniam igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidem a b c ad b n, ratio est data: quare & ipsius b c ad e f, ratio est data.

Theorema 78. Propositio 78.

SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datã, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

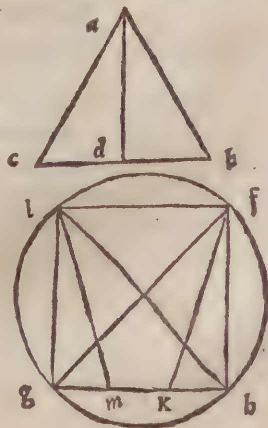
Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitq; ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d specie datur. Describatur per 46 primi elemẽt. ex f b, quadratum f g. Compareturq; per 25 sexti element. ad ipsam e d, ipsi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipsi e h, sit in rectam lineam, in rectam igitur lineam est & m d, ipsi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcũq; specie data sunt describũtur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b, ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autem a f b ad c d ratio est data, & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k ratio est data. Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniam f g ipsi e k, æquum & æquiangulum est, est autem & rectangulum. Igitur per 14 sexti elem. ipsorũ latera reciproca sunt, estq; sicut f b ad e d, sic e h ad f l. Ratio autem ipsius f b ad e d



supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data, componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data, & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.

Theorema 79. Propositio 79.

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualẽ habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpẽdiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit autẽ sicut primi trianguli basis ad perpendicularem, sic alterius trianguli bases ad perpendicularẽ, æquiangula erũt ipsa triangula.



Sint bina triangula a b c, h f g, æquos habentia angulos qui ad f b, exciteturq; per 12 primi element. ab ipsis f b, perpendiculares b d, f k, sit autem sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quòd æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti element, circum triangulum f g h circulus, cuius segmẽtum sit h f g. Constituaturq; per 23 primi element. ad ipsam

ipsam h g rectam lineam ad signumq; in ea h ei qui sub b a c angulo æquus angulus qui sub g h l. Connectanturq; ipsæ f l, l g, exciteturq; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l h g est æqualis, & qui sub h l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub h g l, est æqualis. Simile igitur est triangulum b c a ipsi h l g triangulo & perpendiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic h g ad l m, per 76 propositionem. Erat autem sicut a c ad b d, sic h g ad f K, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti element. h g ad m l: sic h g ad f K, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi h g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l h ipsi l h g angulo. Sed qui sub l h g ipsi b a c est æqualis, qui uerò sub f l h ipsi f g h est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g h est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f h g, est æqualis, æquiangulum igitur est a b c triangulum ipsi f h g triangulo.

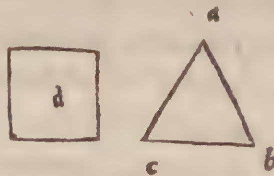
Theorema 80. Propositio 80.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod sub datum angulum cõprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipsum a b c triangulum specie datur, excitentur enim per 12 primi elementorum, ab ipsis a b in ipsas b c, c a, perpendicularis b d, a e. Quoniam igitur angulus b a d, datus est, est autem & qui sub a d b datus. Datur ergo triãgulum a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d, data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autem quod sub a c, b d, æquũ est id quod sub b c a e, utrũq; enim eorum ipsius a b c trianguli duplum est. Ratio igitur & eius quod sub b a c, ad id quod sub b c a e data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, et eius quod sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a e, ratio est data, exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describaturq; super ipsa f g segmentum f h g per 33 tertij, element. datum habens angulũ æquum ipsi b a c. Datus autem est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, segmento angulus, positione igitur est segmentum f h g, excitetur per 11 primi elem. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k: positiõe igitur est g k, fiatq; sicut b c ad a e, sic f g ad g k. Ratio autem ipsius b c ad a e data est. Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g, data igitur & g k, sed & positione, estq; datum ipsum g, datum igitur & k excitetur per 31 primi elemẽt. per ipsum k ipsi f g, parallelus k h, positione igitur est K h, positione autem ipsum f h g. Datum igitur est signum h. Connectatur f h, h g, exciteturq; per 12 primi element. perpendicularis h l. Data igitur est h l, est autem & h signum datum. Et utrunq; ipsorum f g. Datur igitur unaquæq; ipsarum h f, f g, g h, positione & magnitudine: datur ergo f h g, triangulum specie. Et quoniam est sicut b c ad a e, sic f g, ad g k, æqualis autẽ est g k, ipsi h l, est igitur sicut b c ad a e, sic f g ad h l, estq; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulum ipsi h f g triangulo. Datur autem h f g triangulum specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habens angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id quod ex c b ratio est data. Dico quòd triangulum a b c specie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus est, qua igitur maius est quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam, qua autẽ est maius quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est. Ipsius autem a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c, datus est. Et ipsius igitur d, areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c, ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipsius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio est



data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c est id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data est, quare & utriusque b a c ad b c ratio data est, estq; angulus qui sub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c specie.

Theorema 81. Propositio 81.

SI tres rectæ lineæ proportionales, existentes tribus rectis lineis proportionalibus existentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & si extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales existentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus existentibus d e f, extremas in data ratione habeant, sitq; ipsius quidem a ad d ratio data, ipsius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipsius b ad e, ratio est data, nam quoniam ipsius a ad d ratio quidem data est, ipsius autem c ad f, ratio quoq; est data. Ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f, data est. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quòd ex b, per 17 sexti element. ei autem quod sub d f per eandẽ: æquũ est id quod ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est, quare & ipsius b ad e, ratio data est. Esto iam rursus ipsius quidem a ad d ratio data, ipsiusq; b ad e, ratio est data. Dico quòd & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniam ratio ipsius a ad d est data, ipsius autem b ad e, ratio est data: ratio quoque eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquum est id quod ex d f: ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data, & unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio est data.

Theorema 82. Propositio 82.

SI quatuor rectę lineę proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, sicut a ad b, sic c ad d. Dico quòd est sicut a ad quam b rationem habet datam. Sic c ad quam d rationem habet datam: esto enim ad quam b rationem habet datã e, fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio autem ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et quoniam est sicut a ad b, sic c ad d. Est autem & sicut b ad e, sic d ad f, ex æquali igitur per uigesimãsecundã quinti element. sicut a ad e, sic c ad f. Estq; e ad quam b rationem habet datam, & f ad quam d: est igitur sicut a ad quam b rationem habet datam, sic c ad quam d rationem habet datam.

Theorema 83. Propositio 83.

SI quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocunq;, & quarta eiusdem proportionali assumpta ad quam reliqua earũ quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiam, sic secũda ad quam prima rationem habet datam.

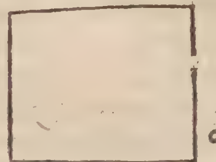
Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, sic se habentes adinuicem, ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis, et quarta eisdẽ hoc est e ad quam d rationem habet datã proportionales fieri ipsas a b c e, rectas lineas. Dico q. est sicut d ad e, sic b ad

sic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam est sicut a ad b, sic c ad e. Quod igitur sub a e, ei est æquum quod sub b c, per 16 sexti element. Et quoniam ratio ipsius e ad d, data est. Ratio igitur ipsius quod sub a d ad id quod sub a e data est. Quod autem sub a e, ei est æquum quod sub b c. Ratio igitur eius quod sub a d ad id quod sub b c data est, igitur sicut d ad c, sic b ad quam a rationẽ habet datam.

Theorema 84. Propositio 84.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipsarum utraque data erit.

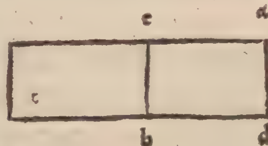
Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c, areolam comprehendant a c in angulo sub a b c. At c b ipsa b a dato maior sit. Dico quòd utraq; ipsarum a b, b c, data est. Nã quoniam c b ipsa b a dato maior est. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipsi a b, est æqualis. Cõpleatur a c. Et quoniam æqualis est a b ipsi b d, ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Datus autem est angulus a b d. Datur igitur a d specie. Quoniam igitur a c data est, ad datam d c adiungitur excedens specie dato a d. Datur igitur excessus per 59 datorũ. Data igitur est b d. Sed & d c. Igitur tota b c data est, est autem & a b data: utraq; igitur a b, b c data est.



Theorema 85. Propositio 85.

SI binæ rectæ lineæ datã areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit autem & utraque simul data, & ipsarum utraque data erit.

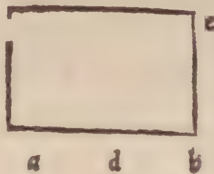
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c, data. Dico quòd & utraq; ipsarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq; per 2 primi element. ipsi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipsi b a parallelus excitetur d e. Compleaturq; a d, & quoniem æqualis est d b ipsi d a. Et angulus a b c datus est, quoniam & qui ex utraq; parte datus est, datur igitur e b specie. Et quoniã a b c, simul data est, æqualis aũt est & a b ipsi d b. Data igitur est d c. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c cõparatur deficiens specie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur sunt ipsæ a b b d. Sed & utraq; simul a b c, data est. Data igitur est utraque ipsarum a b, b c.



Theorema 86. Propositio 86.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autẽ utraque utraque dato maius, quàm in ratione, & ipsarum utraque data erit.

Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehẽdant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius sit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipsarum a b, b c, data est. nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius est quàm in ratione. Auferatur datum, sitq; quod sub c b, b d. Reliqui igitur quod sub c d, c b, ad id quod ex a b ratio data est. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem quod sub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d data est. Sicut autem quod sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d. Sic a b ad b d. Quare & ipsius a b ad b d, ratio est data. Quare & eius quod ex a b, ad id quod ex b d ratio est data. Eius autem quod ex a b, ad id quod sub b c, c d ratio est data, & eius quod sub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio est data. Quare et eius quod quater sub b c, c d, ad id quod ex b d ratio est data. Et eius igitur quod quater sub b c, c d, unà cũ eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio est data. Sed id quod quater sub b c, c d, unà cum eo quod ex b d, id est quod ex utroq; simul est ipsius b c, c d. Ratio igitur utriusq; simul quod ex b c, c d, ad id quod ex b d data est. Quare & utriusq; b c, c d, ad b d, ratio est data. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio est data. Quare unius c b ad b d ratio est data. Sicut aũt c b ad b d, sic quod sub c b, b d, ad id quod ex b d. Et eius quod sub c b, b d, igitur ad id qd' ex b d ratio est data. Datum autẽ quod sub c b d, datũ igitur & quod

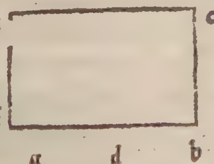


ex b d. Data igitur est b d, quare & b c, data est, ipsius enim c b ad b d ratio est data: et datur b d. Datur igitur & b c, est autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est.

Theorema 87. Propositio 87.

SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipsarum utraq; data erit.

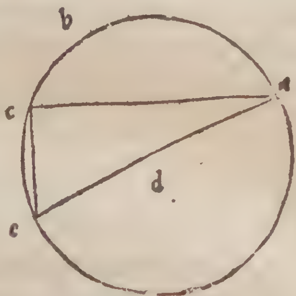
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam æream cōprehendant a c in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius esto, eo quòd ex b c, dico quòd utraq; ipsarū a b, b c data est. Nam quoniam quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datum sitq; quod sub a b, b d. Reliquum igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem & quod sub a b, b d, datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d, ad id quod sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquum est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id quod ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d, unà cum eo quod ex d b, ad id quod ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d, unà cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a ad d b data est. Et componendo igitur per 18 quinti element. utriusq; simul b a, a d, unà cum ipsa d b, hoc est binarum a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, ratio est data. Ipsius autem d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et quoniā ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b, ad id quod sub a b, b d data est. Datū autem est quod sub a b, b d. Sic enim datum aufertur. Datū igitur est & qđ ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est et b c.



Theorema 88. Propositio 88.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmentum capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

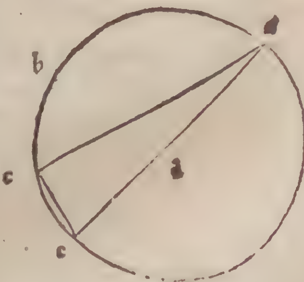
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumens segmentum a e c, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij element. centrū circuli, sitq; illud d, & connexa a d & extendatur in e & connectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e, rectus enim est, est autem & qui sub a e c datus, & reliquus igitur qui sub c a e, datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autē est ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89. Propositio 89.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmentum capiens angulum datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur segmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, sitq; illud d, & connexa a d extendatur in e, & quoniam utraq; ipsarū e a, a c est data. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est. Datur igitur a c e triangulum specie. Datus igitur est angulus a e c.

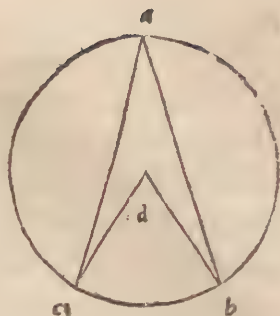


Theor. 90. Prop. 90.

SI in circuli positione dati circunferentia assumptum fuerit signum datū, ab hoc autem ad circuli circunferentiam infringatur aliqua recta linea datū angulū efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circunferentia accipiatur datum signum b, ab ipso autem b, refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quòd c signum datur. Assumatur per

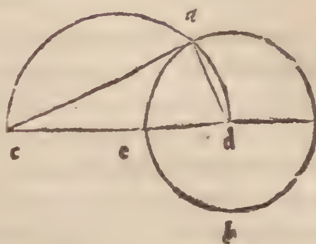
tur per 1 tertij elementorum, ipsius circuli centrum d & connectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipsorũ b d datum est, positione igitur est ipsa b d. Et quoniam angulus b a c, datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniam igitur ad positione rectam lineam b d, ad signumq; d recta linea excitatur d c, datum efficiens angulum b d c. Data igitur ipsa d c positione, datus est autem & circulus a b c. Datum igitur est c signum.



Theorema 91. Propositio 91.

SI à dato signo, positione datum circulũ tãgẽs recta linea acta fuerit, dat̃ acta positione & magnitudine.

A dato enim signo c positione datum circulum a b tangens recta linea excitetur c a. Dico quòd c a recta linea datur positione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipsius circuli centrum d, & connectatur d a, & quoniã datum est utrunq; ipsorum d c, data est igitur d c, estq; angulus d a c, datus igitur super c d, descriptus semicirculus ueniet per a: ueniat, sitq; d a c, positione igitur est d a c, positione autem est a b circulus. Igitur a datum est. Sed & c datum est. Data igitur est a c positione & magnitudine.

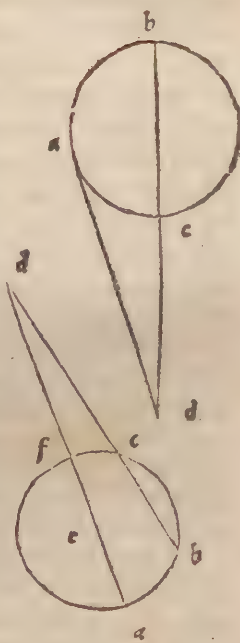


Theorema 92. Propositio 92.

SI extra circulum positione datum assumptũ fuerit aliquod datum signum, ab ipso autem signo in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signum & curuam circunferentiam comprehensum rectangulum datum.

Extra enim circulum positione datum a b c assumatur signum aliquod d, ab ipso autem d signo extendatur recta linea d b secans circulum. Dico quòd quod sub b d, d c datum est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c circulum tangens, recta linea d a per 17 tertij element. Data igitur est d a, positione & magnitudine. Quoniam igitur data est a d, datum igitur est & quod ex a d, et est æquale ei quod sub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur est quod sub b d, d c. Aliter.

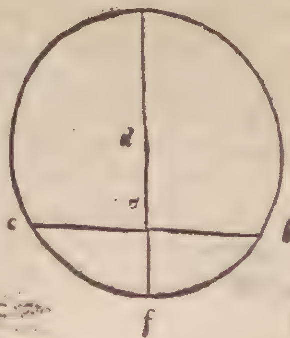
Assumatur per 1 tertij element. ipsius circuli centrum e, & connectatur d e, extẽdatur in a, & quoniam datum est utrunq; ipsorum e d. Data igitur est e d positione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur est utrunq; ipsorum a f, est autem ipsum d datum. Data igitur est utraq; ipsarum a f, f d. Datum igitur est quod sub a d, d f, & ei est æquum quod sub b d, d c, ei quod sub a d, d f. Datum igitur est quod sub b d, d c.



Theorema 93. Propositio 93.

SI in circulo positione dato, assumptum fuerit aliquod datum, ac per signum illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulum datum est.

In circulo enim dato positione b c accipiatur signũ aliquod datũ a, ac p a excitetur quædã recta linea b c. Dico q, quod sub b a, a c datũ est. Assumatur enim p 1 tertij element. ipsius circuli centrũ, sitq; d, & cõnexa a d extendatur ad f e. Quoniã igitur utrunq; ipsorũ d a, datũ est, positione igitur est d a, positione autẽ & c b f circulus. Datũ igitur est utrunq; ipsorũ f e, est autem & a datũ. Data igitur est utraq; ipsarum f a, a e. Datum igitur quod sub f a, a e, & ei est æquum quod sub b a, a c, datum igitur est quod sub b a, b c.



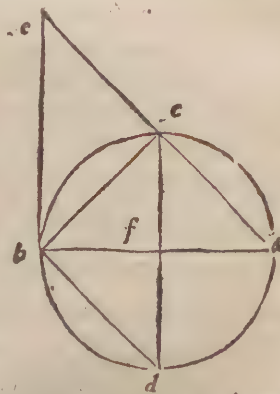
Theorema 94. *Propositio 94.*

SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariàm sectus fuerit, utraq; simul angulum datum cōprehendens ad secantem angulum bifariàm rationem habebit datam, & quod sub utraq; simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quę angulum bifariàm ad circunferentiam dispescit, datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentum, capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq; ipse b a c per 9 primi element. bifariàm recta linea a d. Dico quòd ratio utriusq; simul b a c ad a d, data est: & etiam quod datum est id sub utraq; simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniam in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c assumens segmentum b a c, capiens angulum datum b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariàm secatur à linea recta a d, est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicißim igitur per 16 quinti element. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniam angulus b a e angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e, ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi n b d triāgulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraq; simul b a c ad b c, sic a d ad d b, uicißim igitur per 16 quinti element. sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autem ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quòd & quod sub utraq; simul b a c, & d e datum est: nam quoniam æquiangulum est triangulū a e c ipsi d e b, triangulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraq; simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraq; simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d, datum igitur & quod sub utraq; simul b a c, & e d.

Aliter idem.

Extendatur a c in e, ponaturq; ipsi c b æqualis c e, connectanturq; e b, b d. Et quoniam qui sub a c b duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Communis ponatur qui sub a b c. Totus igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e, est æqualis, est autem & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b reliquo angulo qui sub d c b est æqualis, æquiangulum igitur est e a b triangulum ipsi c d b triangulo. Est igitur sicut e a ad a b, sic c d ad d b. Ipsa autem utraq; d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq; ipsarum simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicißim igitur per 16 quinti element. sicut utraq; simul a c b ad c d, sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq; enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq; simul a c b ad c d data est. Et quoniam æquiangulum est triangulum e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b, & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq; simul a c b & f d æquum est ei quod sub a b, b d. Datum est autem quòd sub a b, b d. Data igitur ipsarum utraq;. Datum igitur est & quod sub utraq; simul a c b & f d.



Aliter idem.

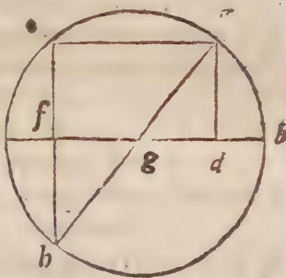
Extendatur a c, in f, ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis est b a ipsi c f, & d b ipsi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub a b d, angulo qui sub d c f, est æqualis, quandoquidem a b c d, quadratum est, basis igitur a d per 4 primi elementorum basi d f, est æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f, est æquale, & reliqui

liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera subtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f c est æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur est & qui sub d f c angulus: est autem & qui sub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f specie. Ratio igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraq; est simul b a c, eo quia æqualis est c f, ipsi b a. Ratio igitur utriusque simul b a c ad a d, data est, & similiter sicut prius demõstrabimus quòd id quod sub utraq; b a c, & e d datũ est.

Theorema 95. Propositio 95.

SI in circuli positione dati diametro datum signum assumptum fuerit, ab ipso autem signo ad ipsum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectos angulos acta fuerit ipsi excitatę, à signo autem in quod concurrit quę ad rectos angulos ipsi circuli circunferentia parallelus acta fuerit excitatę. Datum est signum quod concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehensum rectangulum datum erit.

In circuli enim a b c, positione dati diametro b c assumptum sit datum signum d ac per ipsum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipso autem a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est extendatur e f in h, & connectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus est, & h a dimetiens est circuli a b c, est autem & b c dimetiens. Igitur g cẽtrum est circuli a b c. Datum igitur est signum g, est autem & d datum. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniam a d ipsi e h, parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionem primi element. & d g ipsi g f, & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraq; igitur ipsarum g f, g d data est, & g datum est. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b c positione dato, assumitur signum f datum, & extenditur e f h. Datum igitur est per 93 datorũ, qđ' sub e f, f h, æqualis aũt est h f ipsi d a. Datũ igitur est qđ' sub a d, e f.



Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

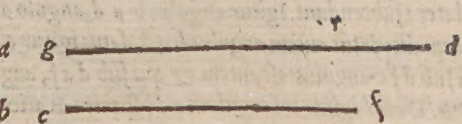
1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua.
2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quę loca replent nõ ęqua.
3 Grandiora magnitudine dicunt̃ corpora, quæ loco sunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora sunt, quorum & tempore & aëre aqua úe media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potẽtia corpora sunt, quorum tempore diuerso motus sunt ęquales. 6 Diuersorum potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis insumpsit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdem corpora sunt, quę cum ęqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quę cum ęqua magnitudine sint, potentia nõ sunt, per idem licet medium moueantur. 9 Diuersorũ genere corporũ, potẽtius id dicit̃, quod est solidius.

Theorema primum.

DIuersorum potẽtia corporũ, quod spatiũ amplius mouet̃, habet amplius potentiæ.

Sint

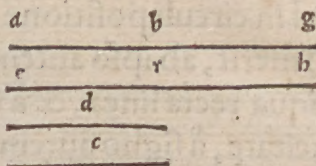
Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spatia duo, g d maius per quod a, e f minus per quod b mouetur, resecabo à spatio g d, g r spatiũ, sic ut sit e f spatio spatium g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum.

EOrundem genere corporum si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æquè ipsorum potentiæ multiplices.

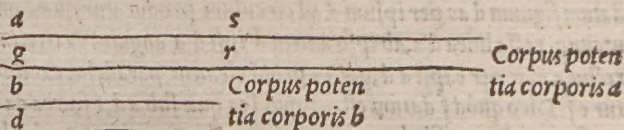
Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplũ, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uerò & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g diuidatur, sicut utriusq; potentia, ipsius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiam duplum potentiæ c euadere.



Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia est eadem.

Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potentia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æquè utrinq; multipliciter diuidamus.



Theorema quartum.

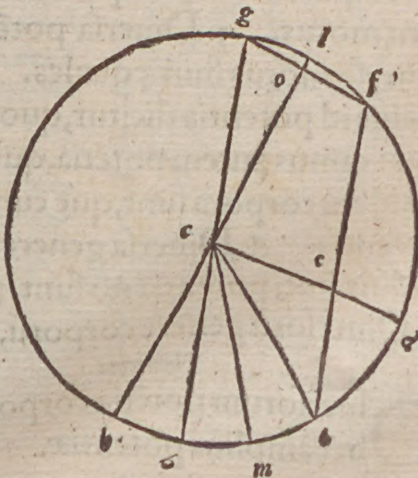
QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdem sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertiò, erunt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiusdem esse. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia sic r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a. quæ est g. Reliqua patent.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos, quod sic facio. Pono primo c, centrum circuli describendo circulum usq; quo secent circunferentiam in punctis a & b, tum a puncto c quod est centrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d aßignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem c b usque quo secet circunferentiam circuli in puncto f, & pro duco usq; ad a, deinde protraho lineam g h æquidistantem f a, quæ scilicet g h transeat per centrum, & duco lineam f g æquidistantem lineæ e c, & protraho lineam c b in continuum & directum usq; ad l quæ secat lineam f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quòd arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b



c b cum sint contra se positi. Cùm igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h, ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo & angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidam ergo angulũ c h per æqualia per lineam c, ut patet propositum.



INtra datum circulum nõ angulum æquilaterum atque æquiangulum designare.

Quod sic fieri potest, iuxta doctrinam secundæ huius, inscribo circulo assignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulũ qui sit a b c, & unumquenq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protraham lineas diuidentes angulos usq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales, protrahã enim cordas subtractas singulis arcubus, & habebo intentum.

REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z, Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz, AA BB CC. Omnes sunt terniones, præter † qui est duernio.

BASILEAE, PER IOHANNEM HERVAGIVM, ANNO M. D. XLVI. MENSE AVGVSTO.





colorchecker CLASSIC



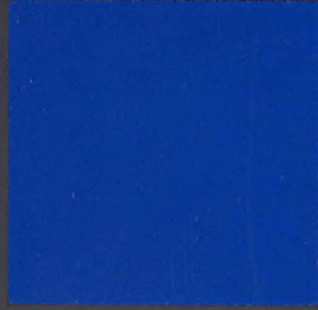























calibrite

mm